

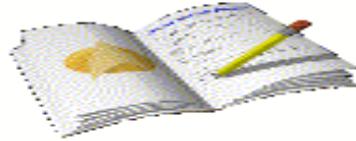


第48课时 平行四边形的判定 (2)





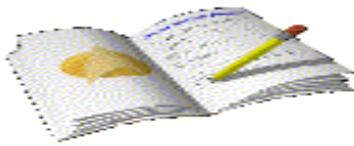
知识归纳



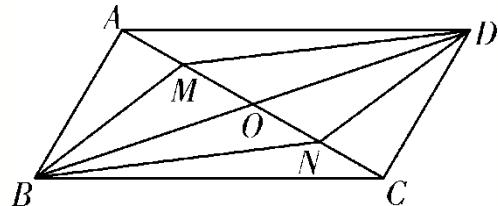
1. 定理：对角线互相平分的四边形是平行四边形。
2. 推理：两组对角分别相等的四边形是平行四边形。



典型例题



A. 如图所示，在平行四边形ABCD中，对角线AC和BD相交于点O，M，N分别是OA，OC的中点. 求证：四边形BMDN是平行四边形.



证明：在平行四边形ABCD中 $OA=OC$, $BO=DO$.

\because M, N是OA, OC的中点,

$$\therefore AM=OM=\frac{1}{2}AO, CN=ON=\frac{1}{2}CO.$$

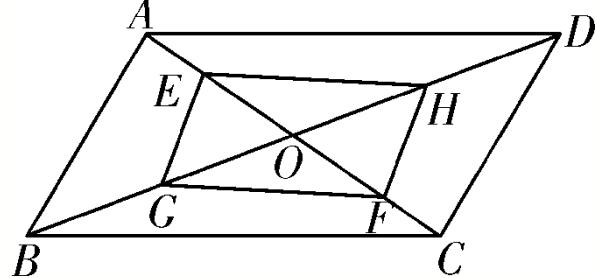
$$\therefore OM=ON.$$

$$\therefore BO=DO,$$

\therefore 四边形BNDM是平行四边形.

变式训练

1. 如图所示，平行四边形ABCD的对角线AC，BD交于点O，E，F在AC上，G，H在BD上，且AF=CE，BH=DG，求证：四边形EGFH是平行四边形。

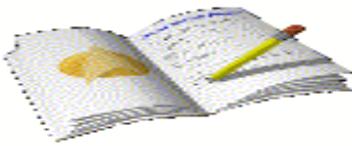


证明： \because 平行四边形ABCD中， $OA=OC$ ，
由已知： $AF=CE$ ， $AF-OA=CE-OC$ ，
 $\therefore OF=OE$. 同理得： $OG=OH$ ，
 \therefore 四边形EGFH是平行四边形.





典型例题



B. 下面给出了四边形ABCD中 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 的度数之比, 其中能判定四边形ABCD是平行四边形的是()

A. $1:2:3:4$

B. $2:2:3:3$

C. $2:3:3:2$

D. $2:3:2:3$

答案: D

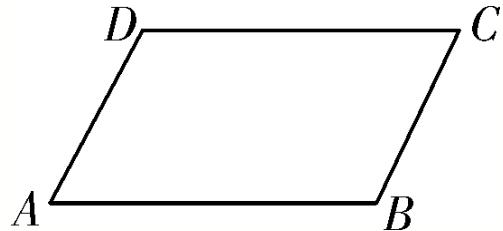
解: 由两组对角分别相等的四边形是平行四边形易知, 要使四边形ABCD是平行四边形需满足 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$, 因此 $\angle A$ 与 $\angle C$, $\angle B$ 与 $\angle D$ 所占的份数分别相等.



深圳春如文化发展公司

变式训练

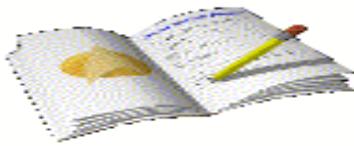
2. 如图所示，在四边形ABCD中，已知 $\angle A = \angle C$, $AD \parallel BC$. 求证：四边形ABCD是平行四边形.



证明略



典型例题



C. 四边形ABCD中，对角线AC, BD相交于点O，给出下列四组条件：① $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$; ② $AB=CD$, $AD=BC$; ③ $AO=CO$, $BO=DO$; ④ $AB \parallel CD$, $AD=BC$. 其中一定能判断这个四边形是平行四边形的条件共有()

- A. 1组
- B. 2组
- C. 3组
- D. 4组

解：①②③能判断这个四边形是平行四边形，故选：C



深圳春如文化发展公司

变式训练



3. 具备下列条件中，不能确定四边形ABCD是平行四边形的为（ ）

- A. $AB=CD$, $BC=AD$
- B. $AB=CD$, $BD=CD$
- C. $AB//CD$, $BC//AD$
- D. AC与BD互相平分

答案： B



深圳春如文化发展公司



夯实基础



4. 下面条件中，能判定四边形是平行四边形的是（ ）

- A. 一组对角相等
- B. 对角线互相平分
- C. 一组对边相等
- D. 对角线互相垂直

答案： B



夯实基础



5. 下列给出的条件中，能判定四边形ABCD是平行四边形的是()

- A. $AB \parallel CD$, $AD = BC$
- B. $AB = AD$, $CB = CD$
- C. $AB = CD$, $AD = BC$
- D. $\angle B = \angle C$, $\angle A = \angle D$

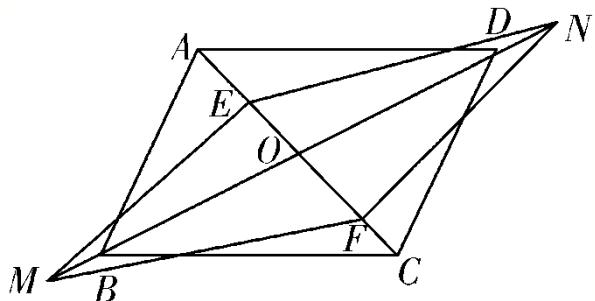
答案: C



夯实基础



6. 如图所示, 已知四边形ABCD为平行四边形, $AE=CF$, $BM=DN$. 求证: 四边形EMFN为平行四边形.



证明: \because 四边形ABCD是平行四边形,

$$\therefore OA=OC, OB=OD.$$

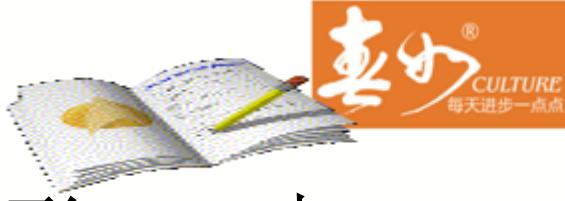
又 $\because AE=CF, BM=DN$,

$$\therefore OE=OF, OM=ON,$$

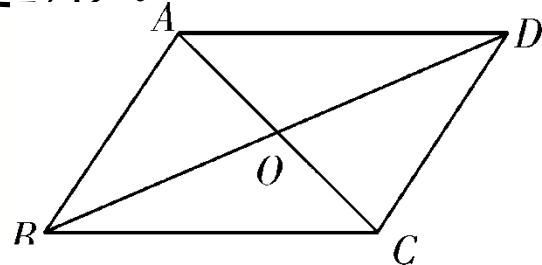
\therefore 四边形EMFN是平行四边形.



夯实基础



7. 已知: 如图所示, 在四边形ABCD中, $AB \parallel CD$, 对角线AC, BD相交于点O, $BO=DO$.
求证: 四边形ABCD是平行四边形.



证明: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABO = \angle CDO$,

在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 中, $\because \begin{cases} \angle ABO = \angle CDO \\ BO = DO \\ \angle AOB = \angle DOC \end{cases}$,

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle CDO$, $\therefore AB = CD$,

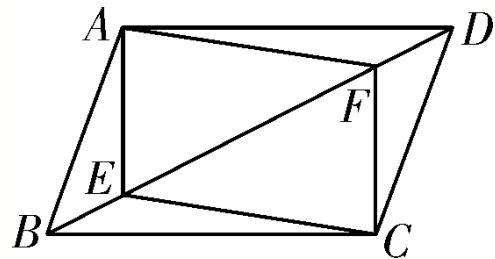
\therefore 四边形ABCD是平行四边形.



拓展提升



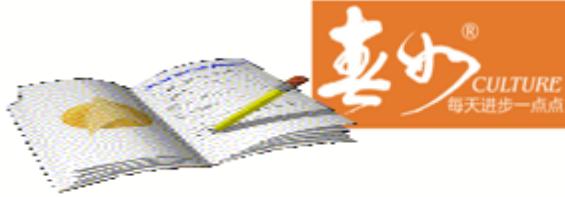
8. 如图所示, E, F是平行四边形ABCD对角线BD上的两点, 请你添加一个适当的条件:
_____, 使四边形AECF是平行四边形.



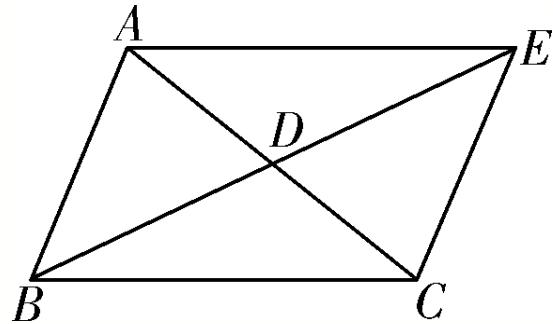
解: 根据平行四边形的定义
和判定方法可填 $BE=DF$;
 $\angle BAE=\angle DCF$ 等.



拓展提升



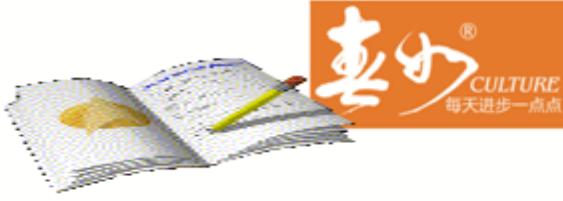
9. 如图所示，延长 $\triangle ABC$ 的中线 BD 至点 E ，使 $DE=BD$. 连接 AE , CE . 求证: $\angle BAE=\angle ECB$.



证明: 由 $DA=DC$ 和 $DE=DB$ 得
四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
所以 $\angle BAE=\angle ECB$.

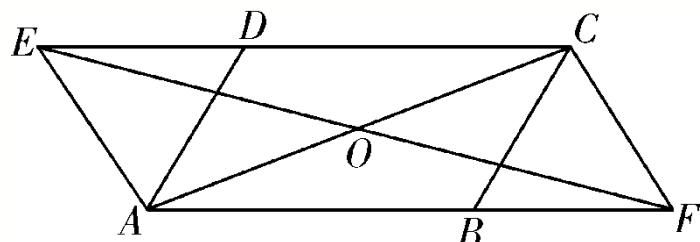


拓展提升



10. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ，点E, F分别在CD, AB的延长线上，且 $AE = AD$, $CF = CB$.

- (1) 试证明四边形AFCE是平行四边形.
- (2) 若去掉已知条件的“ $\angle DAB = 60^\circ$ ”，上述的结论还成立吗？若成立，请写出证明过程；若不成立，请说明理由.



深圳春如文化发展公司



拓展提升



(1) 证明: \because 四边形ABCD是平行四边形,
 $\therefore DC \parallel AB, \angle DCB = \angle DAB = 60^\circ$. $\therefore \angle ADE = \angle CBF = 60^\circ$, $\because AE = AD, CF = CB, \therefore \triangle AED, \triangle CFB$ 是正三角形. 在平行四边形ABCD中, $AD = BC, DC \parallel AB, \therefore ED = BF, \therefore ED + DC = BF + AB$, 即 $EC = AF$. 又 $\because DC \parallel AB$, 即 $EC \parallel AF$, \therefore 四边形AFCE是平行四边形.

(2) 上述结论还成立. 解: \because 四边形ABCD是平行四边形, $\therefore DC \parallel AB, \angle DCB = \angle DAB, AD = BC$. $\therefore \angle ADE = \angle CBF, \because AE = AD, CF = CB, \therefore \angle AED = \angle ADE, \angle CFB = \angle CBF$. $\therefore \angle AED = \angle CFB$, 又 $\because AD = BC, \therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF, \therefore ED = FB$. $\because DC = AB, \therefore ED + DC = FB + AB$, 即 $EC = FA$, $\because DC \parallel AB, \therefore$ 四边形EAFC是平行四边形.