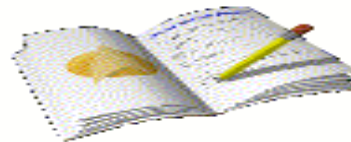
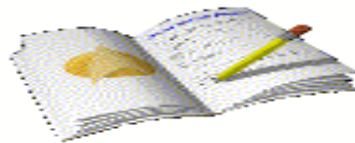


第48课时 平行四边形的判定(2)

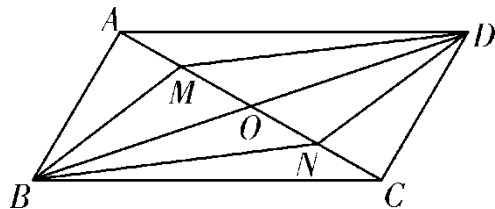


1. 定理： 对角线互相平分的四边形是平行四边形.
2. 推理： 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.

典型例题



A. 如图所示，在平行四边形ABCD中，对角线AC和BD相交于点O，M，N分别是OA，OC的中点．求证：四边形BMDN是平行四边形．



证明：在平行四边形ABCD中 $OA=OC$ ， $BO=DO$ ．

\because M，N 是 OA，OC 的中点，

$$\therefore AM=OM=\frac{1}{2}AO, \quad CN=ON=\frac{1}{2}CO.$$

$$\therefore OM=ON.$$

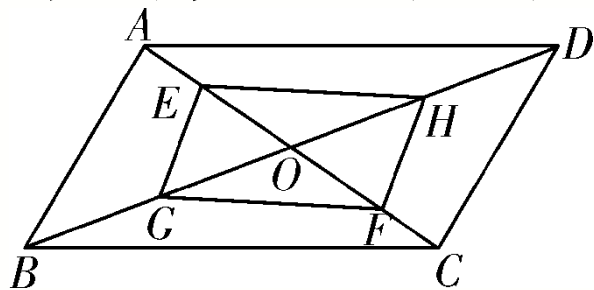
$$\because BO=DO,$$

\therefore 四边形 BMDN 是平行四边形．



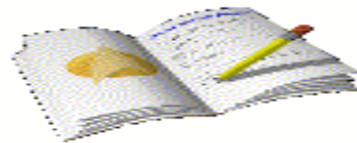
变式 训练

1. 如图所示，平行四边形ABCD的对角线AC, BD交于点O, E, F在AC上, G, H在BD上, 且 $AF=CE$, $BH=DG$, 求证：四边形EGFH是平行四边形.



证明：∵ 平行四边形ABCD中， $OA=OC$ ，
由已知： $AF=CE$ ， $AF-OA=CE-OC$ ，
∴ $OF=OE$. 同理得： $OG=OH$ ，
∴ 四边形EGFH是平行四边形.

典型例题



B. 下面给出了四边形ABCD中 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ ， $\angle D$ 的度数之比，其中能判定四边形ABCD是平行四边形的是（ ）

A. $1 : 2 : 3 : 4$

B. $2 : 2 : 3 : 3$

C. $2 : 3 : 3 : 2$

D. $2 : 3 : 2 : 3$

答案：D

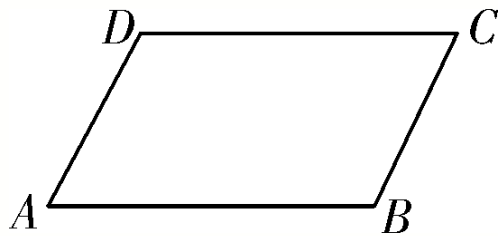
解：由两组对角分别相等的四边形是平行四边形易知，要使四边形ABCD是平行四边形需满足 $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，因此 $\angle A$ 与 $\angle C$ ， $\angle B$ 与 $\angle D$ 所占的份数分别相等。



深圳春如文化发展公司

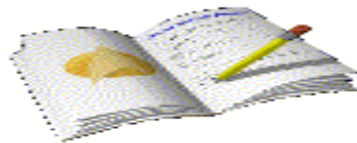
变式 训练

2. 如图所示，在四边形ABCD中，已知 $\angle A = \angle C$ ， $AD \parallel BC$. 求证：四边形ABCD是平行四边形.



证明略

典型例题



C. 四边形ABCD中，对角线AC, BD相交于点O，给出下列四组条件：① $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ；② $AB = CD$ ， $AD = BC$ ；③ $AO = CO$ ， $BO = DO$ ；④ $AB \parallel CD$ ， $AD = BC$. 其中一定能判断这个四边形是平行四边形的条件共有()

A. 1组

B. 2组

C. 3组

D. 4组

解：①②③能判断这个四边形是平行四边形，故选：C



3. 具备下列条件中，不能确定四边形ABCD是平行四边形的为()

- A. $AB=CD$, $BC=AD$
- B. $AB=CD$, $BD=CD$
- C. $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$
- D. AC与BD互相平分

答案：B

夯实基础



4. 下面条件中，能判定四边形是平行四边形的是()

- A. 一组对角相等
- B. 对角线互相平分
- C. 一组对边相等
- D. 对角线互相垂直

答案：B



深圳春如文化发展公司



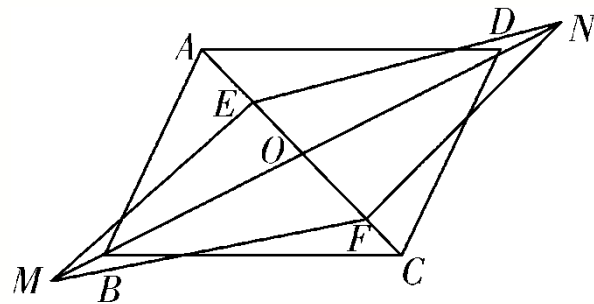
5. 下列给出的条件中，能判定四边形ABCD是平行四边形的是()

- A. $AB \parallel CD$, $AD = BC$
- B. $AB = AD$, $CB = CD$
- C. $AB = CD$, $AD = BC$
- D. $\angle B = \angle C$, $\angle A = \angle D$

答案：C



6. 如图所示，已知四边形ABCD为平行四边形， $AE=CF$ ， $BM=DN$. 求证：四边形EMFN为平行四边形.



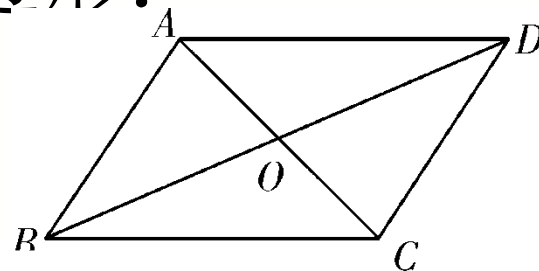
证明： \because 四边形ABCD是平行四边形，
 $\therefore OA=OC$ ， $OB=OD$.
又 $\because AE=CF$ ， $BM=DN$ ，
 $\therefore OE=OF$ ， $OM=ON$ ，
 \therefore 四边形EMFN是平行四边形.



夯实基础



7. 已知：如图所示，在四边形ABCD中， $AB \parallel CD$ ，对角线AC, BD相交于点O， $BO = DO$ 。
求证：四边形ABCD是平行四边形。



证明： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABO = \angle CDO$,

在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 中， $\because \begin{cases} \angle ABO = \angle CDO \\ BO = DO \\ \angle AOB = \angle DOC \end{cases}$,

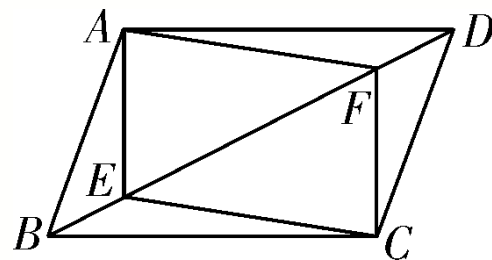
$\therefore \triangle ABO \cong \triangle CDO$, $\therefore AB = CD$,

\therefore 四边形ABCD是平行四边形。

拓展提升



8. 如图所示，E, F是平行四边形ABCD对角线BD上的两点，请你添加一个适当的条件：
_____，使四边形AECF是平行四边形.

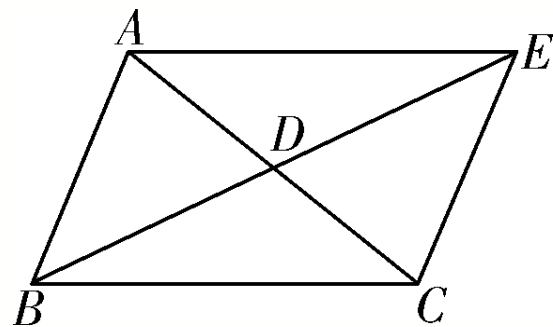


解：根据平行四边形的定义
和判定方法可填 $BE=DF$ ；
 $\angle BAE = \angle DCF$ 等.

拓展提升



9. 如图所示, 延长 $\triangle ABC$ 的中线 BD 至点 E , 使 $DE=BD$. 连接 AE , CE . 求证: $\angle BAE = \angle ECB$.



证明: 由 $DA=DC$ 和 $DE=DB$ 得
四边形 $ABCE$ 是平行四边形,
所以 $\angle BAE = \angle ECB$.



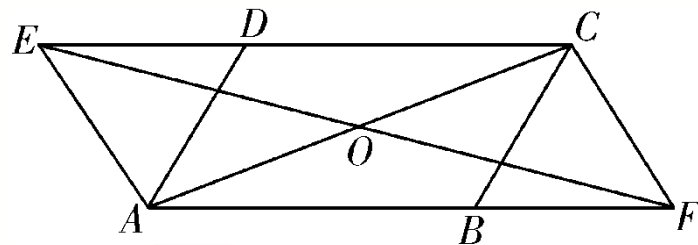
拓展提升



10. 如图所示，在▱ABCD中， $\angle DAB=60^\circ$ ，点E, F分别在CD, AB的延长线上，且 $AE=AD$ ， $CF=CB$ 。

(1) 试证明四边形AFCE是平行四边形。

(2) 若去掉已知条件的“ $\angle DAB=60^\circ$ ”，上述的结论还成立吗？若成立，请写出证明过程；若不成立，请说明理由。



深圳春如文化发展公司

拓展提升



(1) 证明: \because 四边形ABCD是平行四边形,
 $\therefore DC \parallel AB$, $\angle DCB = \angle DAB = 60^\circ$. $\therefore \angle ADE = \angle CBF = 60^\circ$, $\because AE = AD$, $CF = CB$, $\therefore \triangle AED$, $\triangle CFB$ 是正三角形. 在平行四边形ABCD中, $AD = BC$, $DC \parallel AB$, $\therefore ED = BF$, $\therefore ED + DC = BF + AB$, 即 $EC = AF$. 又 $\because DC \parallel AB$, 即 $EC \parallel AF$, \therefore 四边形AFCE是平行四边形.

(2) 上述结论还成立. 解: \because 四边形ABCD是平行四边形, $\therefore DC \parallel AB$, $\angle DCB = \angle DAB$, $AD = BC$. $\therefore \angle ADE = \angle CBF$, $\because AE = AD$, $CF = CB$, $\therefore \angle AED = \angle ADE$, $\angle CFB = \angle CBF$. $\therefore \angle AED = \angle CFB$, 又 $\because AD = BC$, $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$, $\therefore ED = FB$. $\because DC = AB$, $\therefore ED + DC = FB + AB$, 即 $EC = FA$, $\because DC \parallel AB$, \therefore 四边形EAFC是平行四边形.