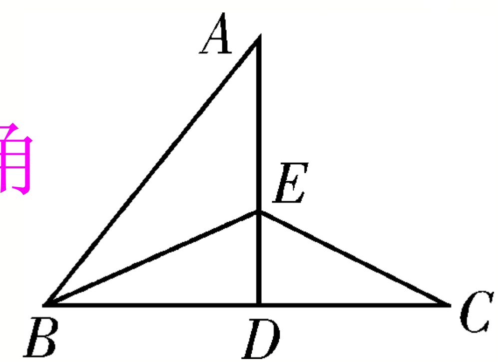
第7课时　线段的垂直平分线(1)　线段垂直平分线的性质及作法

1．定理：线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等.

2．定理：到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上.

典型例题

A. 如图所示，$\angle ABC=50°$，AD垂直平分线段BC于点D，$\angle ABC$的平分线BE交AD于点E，连接EC，求$\angle AEC$的度数.



解：$\because \angle AEC$是$\triangle CDE$的一个外角

$\therefore \angle AEC=\angle EDC+\angle C$

$\because$AD垂直平分BC

$\therefore BE=CE$，$\angle EBC=\angle C$

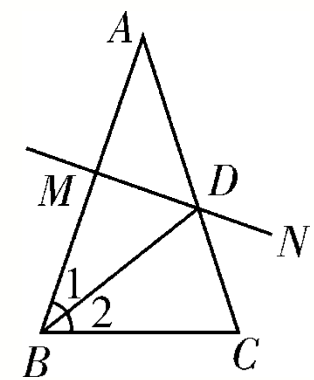
又$\angle ABC=50°$，BE平分$\angle ABC$，

$\angle C=\angle EBC=25°$

则$\angle AEC=90°+25°=115°$

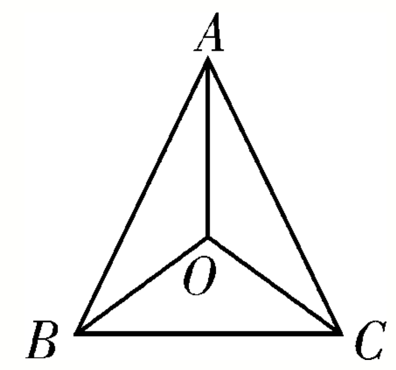
变式训练

1. 如图所示，已知AB＝AC，∠A＝36°，AB的中垂线MN交AC于点D，交AB于点M. 求证：(1)BD平分∠ABC；(2)△BCD为等腰三角形.



证明：∵AB＝AC，∠A＝36°，∴∠ABC＝∠C＝72°. ∵MN为AB的中垂线，∴AD＝BD，则∠A＝∠1＝36°. ∴∠2＝36°，∠BDC＝180°－36°－72°＝72°，因此，BD平分∠ABC，△BCD为等腰三角形.

B. 已知，如图所示△ABC中，AB＝AC，O是△ABC内的一点，且OB＝OC. 求证：AO⊥BC.



证明:

∵AB＝AC

∴A在线段BC的中垂线上

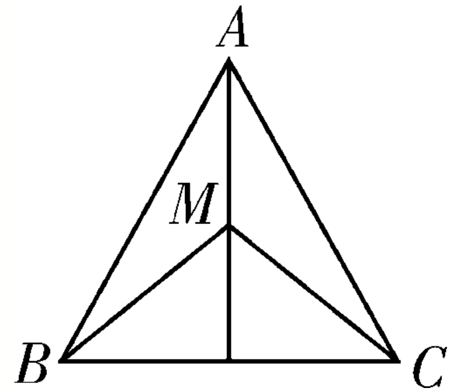
又∵OB＝OC

∴O在线段BC的中垂线上

∴线段AO在线段BC的中垂线上

∴AO⊥BC.

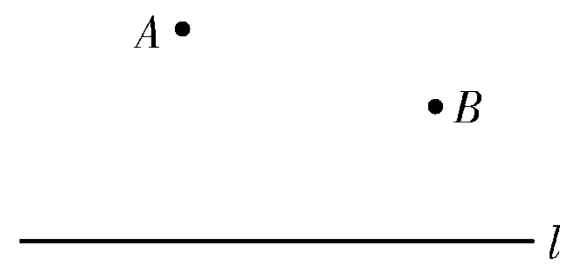
2. 如图所示，AB＝AC，MB＝MC，直线AM是线段BC的垂直平分线吗？



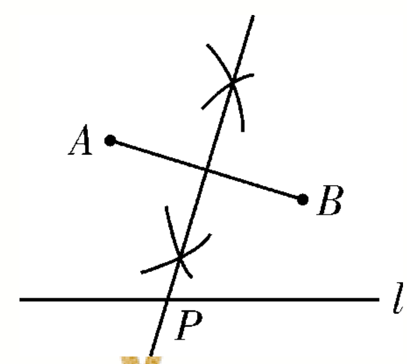
直线AM是线段BC的垂直平分线．理由：∵AB＝AC，MB＝MC，∴点A、点M都在线段BC的垂直平分线上，∴直线AM是线段BC的垂直平分线．

典型例题

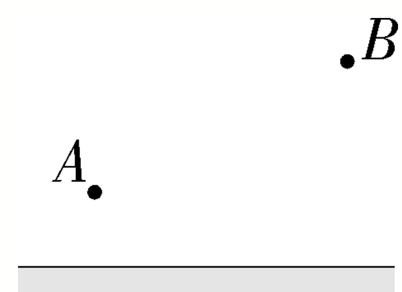
C.如图所示，A，B是河1同旁的两个科技试验园，现要在河边修建一泵站，向两个科技园供水，要求泵站到两个科技园的距离相等，试在图中确定泵站的位置.



解：如图连接AB，作线段AB的垂直平分线交1于点P.则P点就是所求的泵站的位置.



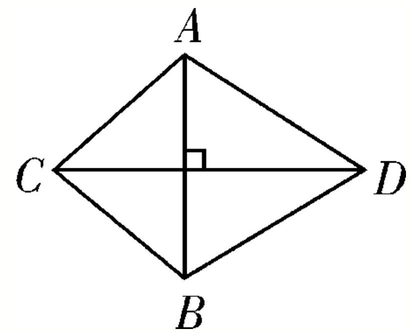
3. 如图所示，某地由于居民增多，要在公路边增加一个公共汽车站，A、B是路边两个新建小区，这个公共汽车站建在什么位置，能使两个小区到车站的路程一样长？



答案：建在AB的垂直平分线和公路的交点处.

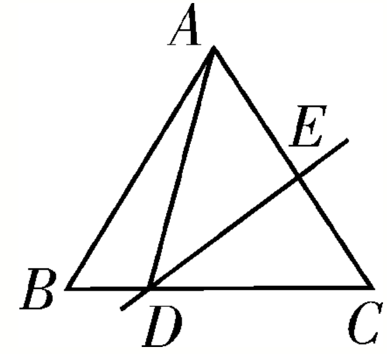
夯实基础

4. 如图所示，CD是AB的垂直平分线，若AC＝1.6cm，BD＝2.3cm，则四边形ACBD的周长为______________cm.



答案：7.8（点拨：CD垂直平分AB，则CB＝CA，DB＝DA）

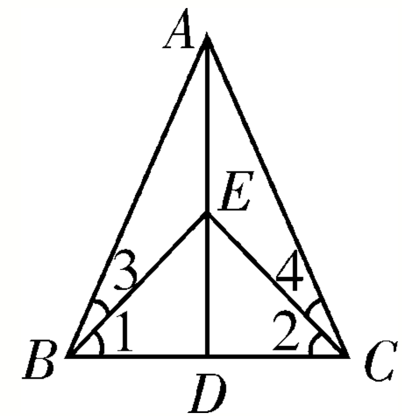
5. 如图所示，已知DE是AC的垂直平分线，AB＝10cm，BC＝11cm，则△ABD的周长为________________.



答案：21 cm（点拨：∵DE垂直平分AC，∴AD＝DC，则△ABD的周长＝AB＋BC）

夯实基础

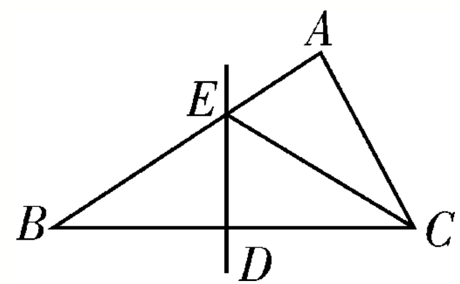
6. 如图所示，在△ABC中，D为BC上的一点，连接AD，点E在AD上，并且∠1＝∠2，∠3＝∠4.求证：AD垂直平分BC.



证明：因为∠1＝∠2，所以EB＝EC，所以点E在线段BC的垂直平分线上．又因为∠1＝∠2，∠3＝∠4，所以∠ABC＝∠ACB，所以点A也在线段BC的垂直平分线上．所以AD垂直平分BC.

拓展提升

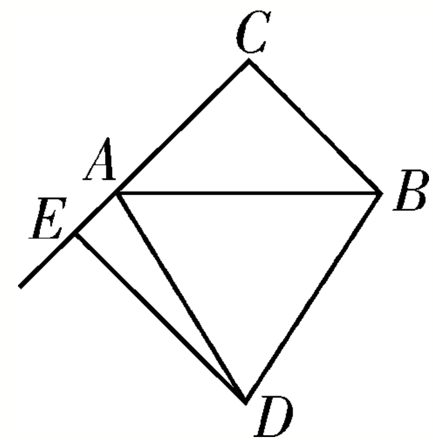
7．如图所示，△ABC中，BC＝10，边BC的垂直平分线分别交AB，BC于点E，D，BE＝6，求△BCE的周长．



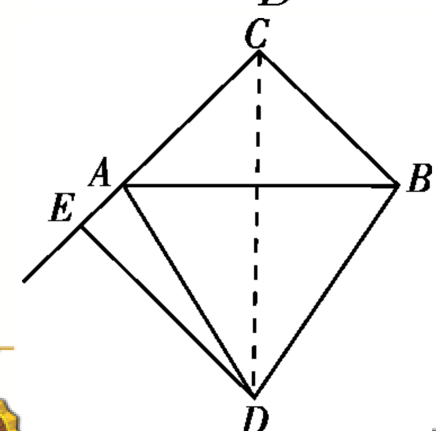
答案：因为DE是线段BC的垂直平分线，则CE＝BE＝6，所以△BCE的周长＝BE＋CE＋BC＝6＋6＋10＝22.

拓展提升

8．如图所示，在△ABC中∠ACB＝90°，AC＝BC，D为△ABC形外一点且AD＝BD，DE⊥AC交CA的延长线于E.求证：DE＝AE＋BC.



证明：如图，连接CD.∵AC＝BC，AD＝BD，则CD垂直平分AB，∠ACD＝45°.又∵DE⊥CE，∠CDE＝90°－45°＝45°，∴DE＝CE＝AC＋AE＝AE＋BC.

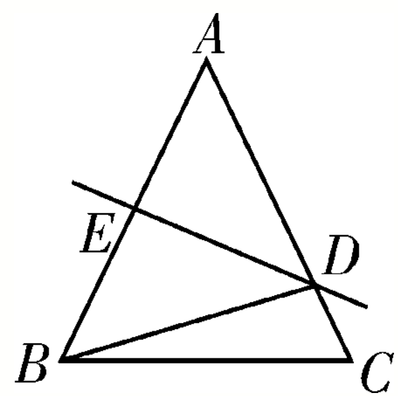


拓展提升

9．如图所示，等腰△ABC中，AB＝AC＝20，DE垂直平分AB.

(1)若△DBC的周长为35，求BC的长度；

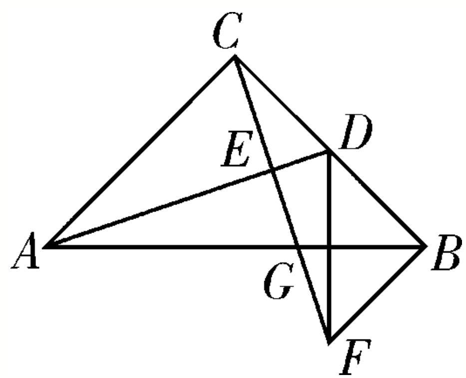
(2)若BC＝13，求△DBC的周长.



证明：(1)∵DE是AB的垂直平分线，∴DA＝DB. ∵△DBC的周长为35，∴DB＋DC＋BC＝35. ∴DA＋DC＋BC＝35. ∴AC＋BC＝35. ∵AC＝20，∴BC＝15. (2)若BC＝13，则△DBC的周长为DB＋DC＋BC＝DA＋DC＋BC＝AC＋BC＝33.

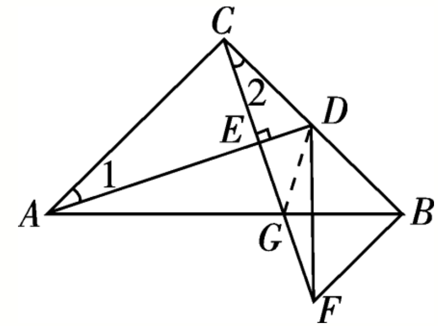
拓展提升

10．如图所示，已知Rt△ABC中，∠ACB＝90°，AC＝BC，点D是BC的中点，CE⊥AD，垂足为E，BF∥AC交CE的延长线于点F．求证：AB垂直平分DF．



拓展提升

10.



证明：如图，连接DG.

∵$\angle 1+\angle ADC=90°$，$\angle 2+\angle ADC=90°$，

∴$\angle 1=\angle 2$. ∵$AC // BF$，$\angle ACB=90°$，

∴$\angle CBF=90°$. ∵$AC=BC$，

∴$Rt\triangle ADC \cong Rt\triangle CFB$(AAS). ∴$DC=BF$. ∵点D是BC的中点， ∴$DC=BD$. ∴$BD=BF$. ∴点B在DF的垂直平分线上. ∵$Rt\triangle ABC$中，$AC=BC$，∴$\angle DBG=45°$，∴$\angle DBG=\angle FBG=45°$. ∴$\triangle BGD \cong \triangle BGF$(SAS). ∴$DG=FG$. ∴点G在DF的垂直平分线上. ∴AB垂直平分DF.