

第13课时 不等式的基本性质



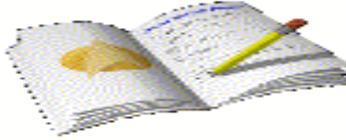
知识归纳



1. 不等式的基本性质1：不等式的两边都加（或减）同一个整式，不等号的方向不变。
2. 不等式的基本性质2：不等式两边都乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变。
3. 不等式的基本性质3：不等式的两边都乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变。



典型例题



A. 已知 $a < b$, 用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空:

(1) $a + 3 \underline{\hspace{2cm}} b + 3$; $a - 3 \underline{\hspace{2cm}} b - 3$;

(2) $3a \underline{\hspace{2cm}} 3b$; $\frac{a}{2} \underline{\hspace{2cm}} \frac{b}{2}$;

(3) $-5a \underline{\hspace{2cm}} -5b$; $-\frac{a}{7} \underline{\hspace{2cm}} -\frac{b}{7}$.

解: (1) $<$; $<$; (2) $<$; $<$; (3)
 $>$; $>$.

变式训练

1. 已知 $a < b$, 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:

(1) $a + 2 \underline{\hspace{2cm}} b + 2$; $a - 3 \underline{\hspace{2cm}} b - 3$;

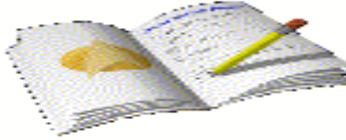
(2) $-2a \underline{\hspace{2cm}} -2b$; $\frac{a}{3} \underline{\hspace{2cm}} \frac{b}{3}$;

(3) $\frac{a}{6} \underline{\hspace{2cm}} \frac{b}{6}$; $2a - 2b \underline{\hspace{2cm}} 0$.

答案: (1) $<$ $<$; (2)
 $>$ $<$; (3) $>$ $<$



典型例题



B. 用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空：

(1) 若 $a - 2 > b - 2$, 则 $a \underline{\hspace{2cm}} b$;

(2) $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$, 则 $a \underline{\hspace{2cm}} b$.

解：(1) $>$; (2) $<$.

变式训练

2. 用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空。

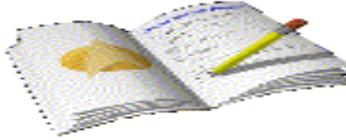
(1) 若 $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$, 则 a _____ b ;

(2) 若 $-4a > -4b$, 则 a _____ b .

答案: (1) $<$; (2) $<$



典型例题



C. 将下列不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式：

$$(1) x - 7 < 8;$$

$$(2) 3x < 2x - 3.$$

解：(1)不等式的两边都加上7，不等式的方向不变，所以 $x - 7 + 7 < 8 + 7$ ，得 $x < 15$.

(2)不等式的两边都减去 $2x$ (即加上 $-2x$)，不等号的方向不变，所以 $3x - 2x < 2x - 3 - 2x$ ，得 $x < -3$.

变式训练

3. 将下列不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式：

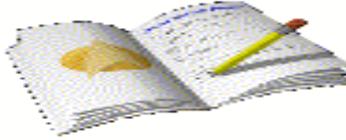
$$(1) x - 2 > 0;$$

$$(2) x + 1 > 0.$$

答案：(1) $x > 2$; (2) $x > -1$



典型例题



D. 将下列不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式：

$$(1) \frac{1}{2}x > -3; \quad (2) -2x < 6.$$

解：(1) 不等式的两边都乘以2，不等号的方向不变，所以 $\frac{1}{2}x \times 2 > (-\frac{1}{2} \times 3) \times 2$ ，得 $x > -6$.

(2) 不等式的两边都除以-2(即乘以 $-\frac{1}{2}$)，不等式的方向改变，所以 $-2x \times (-\frac{1}{2}) > 6 \times (-\frac{1}{2})$ ，得 $x > -3$.

变式训练

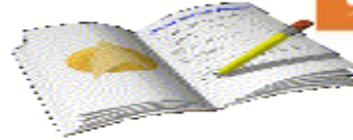
4. 将下列不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式：

- (1) $-2x < 4$;
- (2) $3x \leq 0$.

答案：(1) $x > -2$; (2) $x \leq 0$



夯实基础

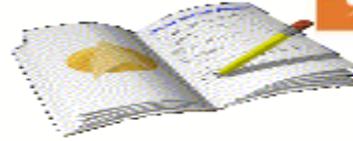


5. 若 $a > 2$, 则下列各式中错误的是()
- A. $a - 2 > 0$ B. $a + 5 > 7$
C. $-a > -2$ D. $a + 2 > 4$

答案: C



夯实基础

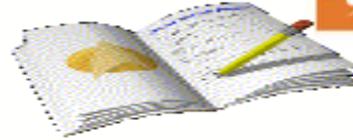


6. 已知 $a > b$, 则下列结论中错误的是()
- A. $a - 5 > b - 5$ B. $2a > 2b$
C. $ac > bc$ D. $a - b > 0$

答案:C



夯实基础



7. 设 $a < b$, 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:

$$a - 1 \underline{\hspace{2cm}} b - 1;$$

$$a + 3 \underline{\hspace{2cm}} b + 3;$$

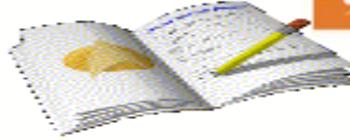
$$-2a \underline{\hspace{2cm}} -2b;$$

$$\frac{a}{3} \underline{\hspace{2cm}} \frac{b}{3}.$$

答案: $<$ $<$ $>$ $<$



夯实基础

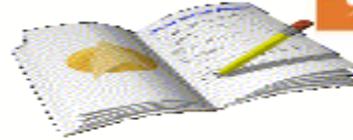


8. 若 $x > y$, 则 $x - 2 \underline{\hspace{2cm}} y - 2$; 若 $x < y$,
 $a < 0$, 则 $ax \underline{\hspace{2cm}} ay$.

答案: $>$, $>$



夯实基础



9. 将下列不等式化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式：

$$(1) x - 3 < 2;$$

$$(2) -\frac{1}{4}x > \frac{1}{2};$$

$$(3) 5x \geq 3x - 2;$$

$$(4) -5x + 6 < 4x - 12;$$

$$(5) 5 - 6x \geq 2;$$

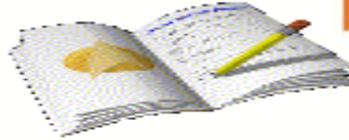
$$(6) \frac{1}{3} < \frac{1}{4}(8 - x).$$

答案：(1) $x < 5$; (2) $x < -2$; (3) $x \geq -1$;

$$(4)x > 2; (5)x \leq \frac{1}{2}; (6)x < \frac{20}{3}$$



夯实基础

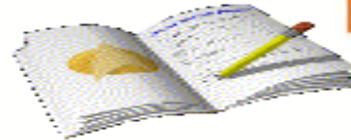


10. 若 a 是有理数，比较 $2a$ 和 $3a$ 的大小.

解：当 $a > 0$ 时， $2a < 3a$ ；当 $a = 0$ 时，
 $2a = 3a$ ；当 $a < 0$ 时， $2a > 3a$.



拓展提升

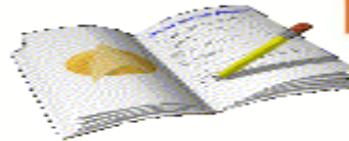


11. 已知 $-m+5 > -n+5$, 试比较 $10m+8$ 与 $10n+8$ 的大小.

答案: 因为 $-m+5 > -n+5$, 根据不等式基本性质1, 不等式两边都减去5, 得 $-m > -n$, 根据不等式基本性质3, 不等式两边都乘以 -1 , 得 $m < n$. 根据不等式基本性质2, 不等式两边都乘以10, 得 $10m < 10n$, 根据不等式基本性质1, 不等式两边都加上8, 得 $10m+8 < 10n+8$.



拓展提升



12. 阅读下列材料：

试判断 $a^2 - 3a + 7$ 与 $-3a + 2$ 的大小.

分析：要判断两个数的大小，我们往往使用作差法，即若 $a - b > 0$ ，则 $a > b$ ；若 $a - b < 0$ ，则 $a < b$ ；若 $a - b = 0$ ，则 $a = b$.

解：因为 $(a^2 - 3a + 7) - (-3a + 2) = a^2 - 3a + 7 + 3a - 2 = a^2 + 5$ ，
 $a^2 \geq 0$. 所以 $a^2 + 5 > 0$ ，所以 $a^2 - 3a + 7 > -3a + 2$.

阅读后，应用这种方法比较 $\frac{a^2 - b^2 + 2}{3}$ 与 $\frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3}$ 的大小.

解：因为 $\frac{a^2 - b^2 + 2}{3} - \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3} = \frac{a^2 - b^2 + 2 - a^2 + 2b^2 - 1}{3} = \frac{b^2 + 1}{3}$,

$b^2 \geq 0$, 所以 $\frac{b^2 + 1}{3} > 0$, 所以 $\frac{a^2 - b^2 + 2}{3} > \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3}$.