第1课时　等腰三角形的性质

等腰三角形的性质

1．公理： 三边对应相等的两个三角形全等．(SSS)

2．公理：两边及其夹角对应相等的两个三角形全等．(SAS)

3．公理：两角及其夹边对应相等的两个三角形全等．(ASA)

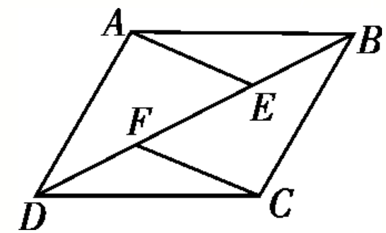
4．公理： 全等三角形的对应边相等、对应角相等．

5．推论：两角及其中一角的对边对应相等的两个三角形全等．(AAS)

6．定理：等腰三角形的两个底角相等．简单叙述为：等边对等角．

7．推论：等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合(简称“三线合一”)．

A. 如图所示，E,F是四边形ABCD的对角线BD上的两点，AE∥CF，AE＝CF，BE＝DF.求证：△ADE≌△CBF.



证明：∵AE∥CF，∴∠AED＝∠CFB，∵DF＝BE，

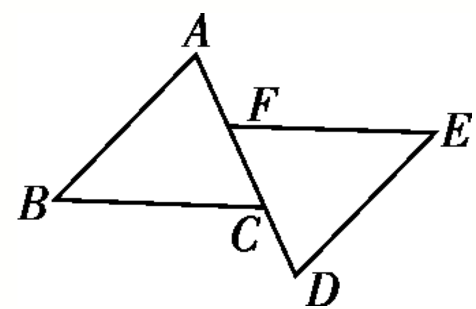
∴DF＋EF＝BE＋EF，即 DE＝BF.

在△ADE 和△CBF 中，$\begin{cases} AE=CF, \\ \angle AED=\angle CFB, \\ DE=BF, \end{cases}$

∴△ADE≌△CBF(SAS).

变式训练

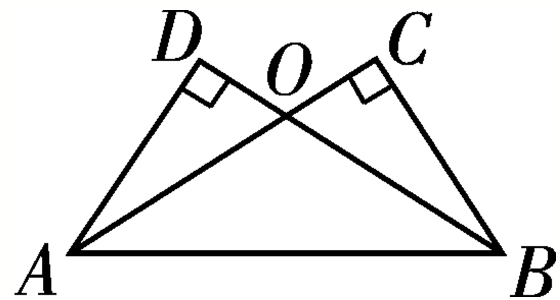
1. 如图所示，AB∥ED，点F，点C在AD上，AB＝DE，AF＝DC.求证：BC＝EF.



提示：证明△ABC≌△DEF.

典型例题

B. 如图所示，已知AC⊥BC，BD⊥AD，AC与BD 交于O，AD＝BC.求证：△OAB是等腰三角形.



证明：∵AC⊥BC，BD⊥AD，∴△ABC 与△BAD 是直角三角形，

在△ADO 和△BCO 中，

∵AD＝BC，∠AOD＝∠BOC，∠OCB＝∠ODA＝90°，

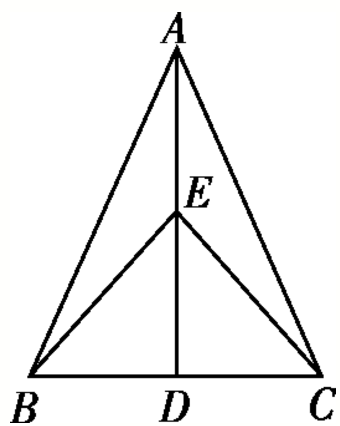
∴△ADO≌△BCO(AAS).

∴OB＝OA，∴△OAB 是等腰三角形.

变式训练

2. 如图所示，在△ABC中，AB＝AC，点D是BC的中点，点E在AD上．求证：

(1)△ABD≌△ACD；(2)△BEC是等腰三角形．



证明：(1)∵D是BC的中点，∴BD＝CD. 在△ABD和△ACD中，

∵BD＝CD，AB＝AC，AD＝AD(公共边)，

∴△ABD≌△ACD(SSS).

(2)由(1)知△ABD≌△ACD，∴∠BAD＝∠CAD，

即∠BAE＝∠CAE.　在△ABE和△ACE中，

∵AB＝AC，∠BAE＝∠CAE，AE＝AE，

∴△ABE≌△ACE (SAS).

∴BE＝CE(全等三角形的对应边相等)，

所以△BEC是等腰三角形.

典型例题

C. 已知等腰三角形的顶角为80°，那么它的一个底角为__________.

解：∵等腰三角形的顶角等于80°，

又∵等腰三角形的底角相等，

∴底角等于(180°－80°)÷2＝50°

变式训练

3. 已知等腰三角形的一个内角是80°，则它的底角度数是________________.

答案：50°或80°.

解析：分两种情况：①当80°的角为等腰三角形的顶角时，底角的度数＝(180°－80°)÷2＝50°；②当80°的角为等腰三角形的底角时，其底角为80°.故它的底角度数是50°或80°.

夯实基础

4. 已知等腰三角形的一个内角为80°，则另两个角的度数是____________.

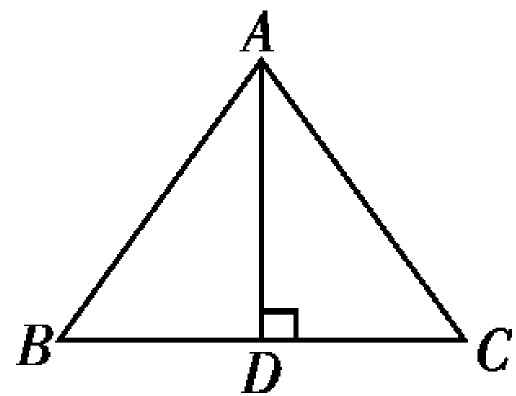
答案： 50°，50°或80°，20°

解析：分情况讨论，

(1)若等腰三角形的顶角为80°时，另外两个内角＝(180°－80°)÷2＝50°；(2)若等腰三角形的底角为80°时，顶角为180°－80°－80°＝20°．∴等腰三角形的一个内角为80°，则另两个角的度数是50°，50°或80°，20°．

夯实基础

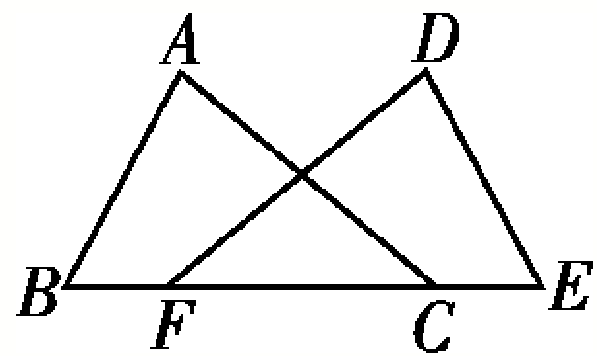
5. 如图，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为点D，若$\angle BAC=70°$，则$\angle BAD=$__________.



答案：由$AB=AC$，$AD\perp BC$，根据等腰三角形三线合一的性质，得$\angle BAD=\angle CAD$；由$\angle BAC=70°$，得$\angle BAD=35°$.

夯实基础

6. 如图所示，AB＝DE，AC＝DF，BF＝EC，证明：△ABC≌△DEF.



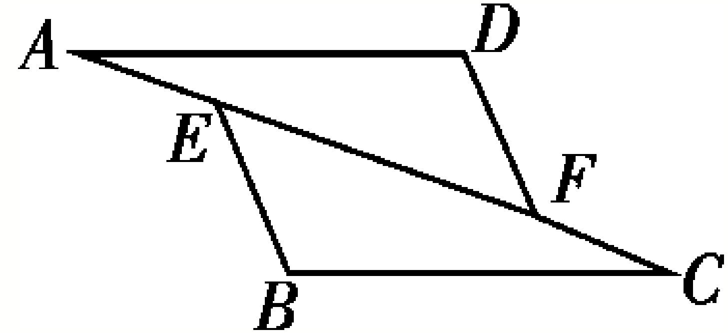
证明：∵BF＝EC，

∴BC＝EF，又AB＝DE，AC＝DF，

∴△ABC≌△DEF.

夯实基础

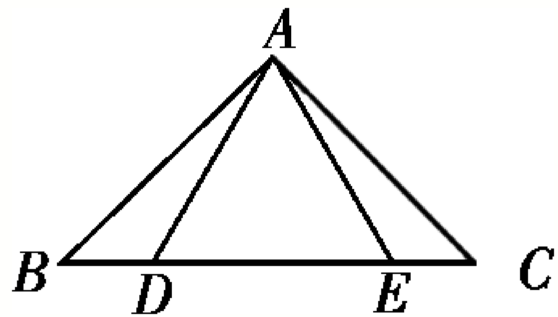
7. 已知：如图所示，AD∥BC，AD＝CB，AE＝CF. 求证：DF＝BE.



证明：∵AE＝CF，∴AF＝CE，又∵AD∥BC，∠A＝∠C，又∵AD＝CB，∴△ADF≌△CBE，∴DF＝BE.

夯实基础

8. 如图所示，已知BE＝CD，AD＝AE. 求证：△ABC是等腰三角形.



提示：证明△ABD≌△ACE.

夯实基础

9. 如果等腰三角形的一个角是40°，则此等腰三角形的另外两个角的度数是____________.

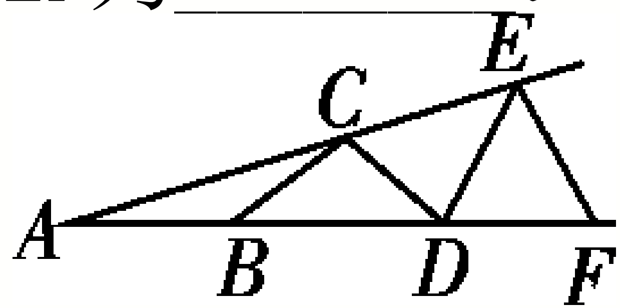
10. 一个三角形不同顶点的三个外角的度数比是3∶3∶2，则这个三角形是__________三角形.

答案：9. 70°和70°或100°和40°

10. 等腰直角

夯实基础

11．如图所示，已知∠A＝15°，若AB＝BC＝CD＝DE＝EF，则∠DEF为__________．



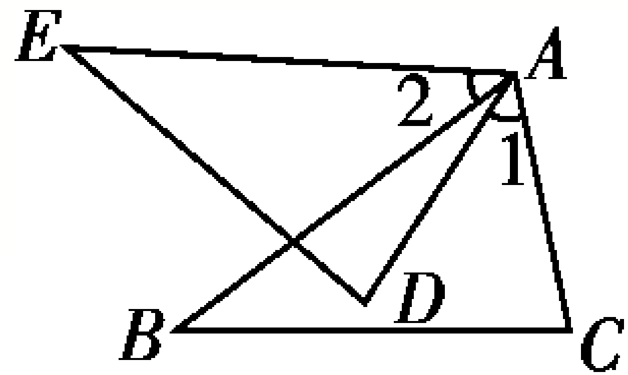
答案：60°

夯实基础

12．等腰三角形的一个底角是顶角的2倍，则各角的度数分别是__________．

答案：36°，72°，72°

13．已知：如图所示，AB＝AE，∠1＝∠2，∠B＝∠E. 求证：BC＝ED.



证明：∵∠1=∠2，

∴∠1+∠BAD=∠2+∠BAD，即∠EAD=∠BAC，

在△EAD和△BAC中 $\begin{cases} \angle B=\angle E, \\ AB=AE, \\ \angle BAC=\angle EAD, \end{cases}$

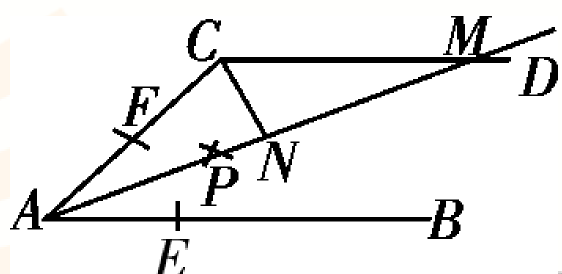
∴△ABC≌△AED(ASA)，∴BC=ED.

拓展提升

14．如图所示，AB∥CD，以点A为圆心，小于AC长为半径作圆弧，分别交AB，AC于E，F两点，再分别以E，F为圆心，大于$\frac{1}{2}$EF长为半径作圆弧，两条圆弧交于点P，作射线AP，交CD于点M.

(1)若∠ACD＝114°，求∠MAB的度数；

(2)若CN⊥AM，垂足为N，求证：△ACN≌△MCN.



拓展提升

14\. (1)解：$\because AB // CD$，$\therefore \angle ACD+\angle CAB=180°$，

又$\because \angle ACD=114°$，$\therefore \angle CAB=66°$，

由作法知，AM 是$\angle ACB$ 的平分线，

$\therefore \angle MAB=\frac{1}{2}\angle CAB=33°$.

(2)证明：$\because$ AM 平分$\angle CAB$，$\therefore \angle CAM=\angle MAB$，

$\because AB // CD$，$\therefore \angle MAB=\angle CMA$，$\therefore \angle CAM=\angle CMA$，

又$\because CN \perp AM$，$\therefore \angle ANC=\angle MNC$，

在$\triangle ACN$ 和$\triangle MCN$ 中，

$\because \angle ANC=\angle MNC$，$\angle CAM=\angle CMA$，$CN=CN$，

$\therefore \triangle ACN \cong \triangle MCN$.