第4课时　等边三角形的判定

知识归纳

等边三角形的判定

1．定理：三个角都相等的三角形是等边三角形.

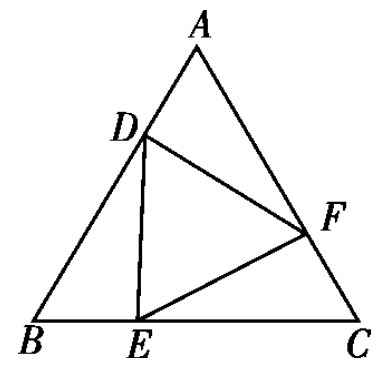
2．定理：　有一个角等于60°的等腰三角形是等边三角形.

3．定理：　在直角三角形中，如果一个锐角等于30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半.

典型例题

A. 如图所示，在等边三角形ABC的三边上，分别取点D，E，F，使AD＝BE＝CF.

求证：△DEF是等边三角形.



证明：∵△ABC是等边三角形，

∴∠A＝∠B＝60°，AB＝AC.

又∵AD＝CF，

∴AB－AD＝AC－CF，∴BD＝AF.

在△ADF与△BED中

$\begin{cases} AD=BE, \\ \angle A=\angle B, \\ AF=BD, \end{cases}$ ∴△ADF≌△BED.

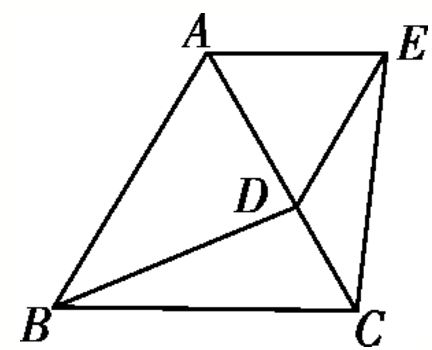
∴DF＝ED. 同理ED＝EF.

∴DF＝ED＝FE，

∴△DEF是等边三角形.

变式训练

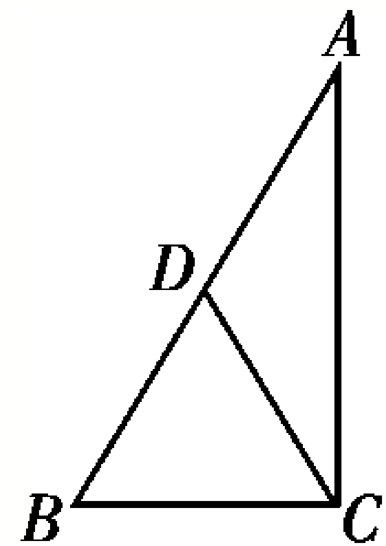
1. 如图所示，已知△ABC是等边三角形，点D是AC上的一点，∠ABD＝∠ACE，BD＝CE. 试判断△ADE的形状，并说明理由.



答案：等边三角形，可证△ACE≌△ABD，得AE＝AD，且∠DAE＝∠CAB＝60°

典型例题

B. 已知：如图所示，△ABC中，∠ACB＝90°，AD＝BD，∠A＝30°．求证：△BDC是等边三角形．



证明：∵△ABC中，∠ACB=90°，∠A=30°(已知)，

∴∠A+∠B=90°(直角三角形两锐角互余)．

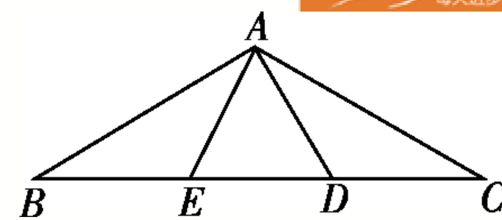
∴∠B=90°－∠A=90°－30°=60°．

∵△ABC中，∠ACB=90°，∠A=30°(已知)，

∴BC=$\frac{1}{2}$AB=BD(在直角三角形中，一个锐角等于30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半)．

∴△BDC是等边三角形(有一个角是60°角的等腰三角形是等边三角形)．

变式训练



2. 如图所示，AB＝AC，∠BAC＝120°，AD⊥AB，AE⊥AC.

(1)图中等于30°的角有_____；等于60°的角有_________________________；

(2)△ADE是等边三角形吗？为什么？

(3)在Rt△ABD中，∠B＝_____，AD＝____BD；在Rt△ACE中， 有类似的结论吗？

(1)∠B，∠BAE，∠C，∠DAC ∠AED，∠ADE，∠EAD;

(2)△ADE 是等边三角形，因为△ADE 的三个角都等于 60°；

(3)30° ，$\frac{1}{2}$; 在 Rt△ACE 中，∠C=30°，AE=$\frac{1}{2}$CE.

夯实基础

3．已知，在等腰△ABC中，AB＝AC.

(1)若AB＝BC，则△ABC为__________三角形；

(2)若∠A＝60°，则△ABC为______三角形；

(3)若∠B＝60°，则△ABC为______三角形.

4．等边三角形的周长为6cm，则它的边长为__________.

答案：3．(1)等边　(2)等边　(3)等边

4．2 cm

5．△ABC中，∠A∶∠B∶∠C＝1∶2∶3，则BC∶AB等于(　　)

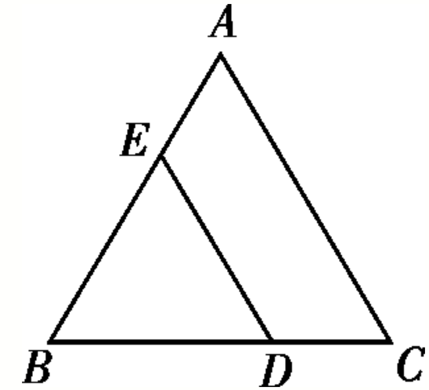
A．2∶1　　B．1∶2

C．1∶3　　D．2∶3

答案：B

夯实基础

6．△ABC是等边三角形，点D在边BC上，DE∥AC，△BDE是等边三角形吗？试说明理由．



解：△BDE是等边三角形．理由是：

∵△ABC是等边三角形，

∴∠A＝∠B＝∠C＝60°，

∵DE∥AC，

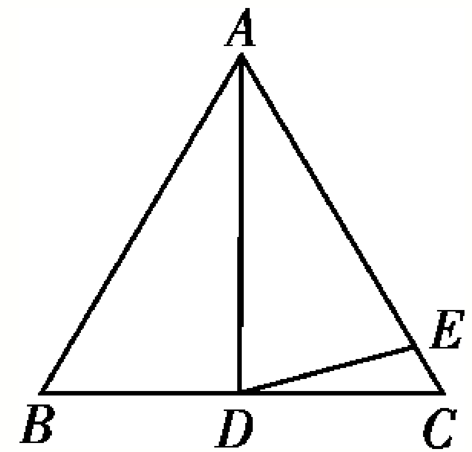
∴∠BED＝∠A＝60°，∠BDE＝∠C＝60°，

∴∠B＝∠BED＝∠BDE，

∴△BDE是等边三角形．

夯实基础

7．如图所示，△ABC是等边三角形，AD为中线，AD＝AE，求∠EDC的度数．



∵△ABC为等边三角形，AD为中线

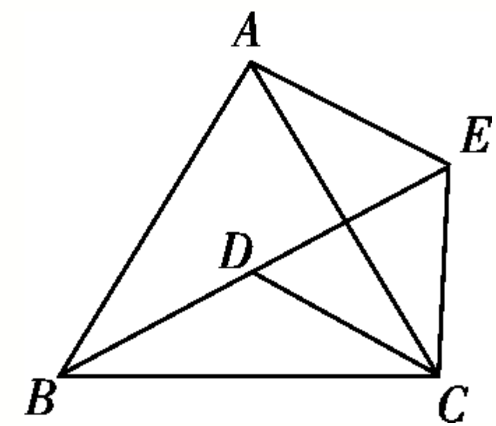
∴$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$，$\angle C=60^\circ$

∵AD＝AE，∴$\angle ADE=\angle AED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle DAE)=75^\circ$

∵$\angle AED=\angle EDC+\angle C$

∴$\angle EDC=\angle AED-\angle C=75^\circ-60^\circ=15^\circ$

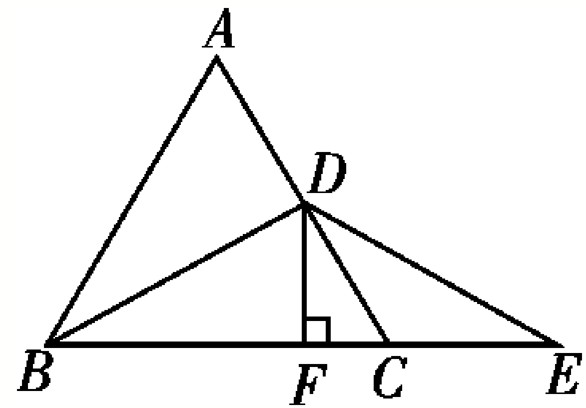
8．如图所示，已知等边△ABC和等边△CDE，求证：BD＝AE.



证明：∵△ABC和△CDE为等边三角形，∴BC＝AC，CD＝CE，∠BCA＝∠DCE＝60°，∴∠BCA－∠DCA＝∠DCE－∠DCA，即∠BCD＝∠ACE.在△BCD和△ACE中，BC＝AC，∠BCD＝∠ACE，CD＝CE，∴△BCD≌△ACE，∴BD＝AE

夯实基础

9．如图所示，在等边△ABC中，D是AC的中点，且CE＝CD，DF⊥BE.求证：BF＝EF.



$\because$ △ABC为等边三角形，$\therefore$ BA=BC，$\angle ABC=\angle ACB=60°$

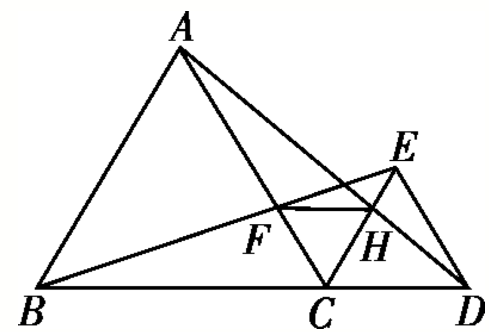
$\because$ D是AC的中点，$\therefore \angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$

$\because$ CE=CD，$\therefore \angle E=\angle CDE$，$\therefore \angle E=\frac{1}{2}\angle ACB=30°$

$\therefore \angle DBC=\angle E$，$\therefore$ BD=ED.又$\because$ DF⊥BE，$\therefore$ BF=EF.

夯实基础

10．如图所示，点B,C,D在同一条直线上，△ABC和△CDE都是等边三角形．BE交AC于F，AD交CE于H，(1)求证：△BCE≌△ACD；(2)求证：△FHC是等边三角形．



证明：(1)∵△ABC和△CDE都是等边三角形

∴AC＝BC，CD＝CE，∠ACB＝∠DCE＝60°

又∵B,C,D在同一直线上，∴∠ACE＝60°，∴∠BCE＝∠ACD＝120°

在△BCE与△ACD中，$\begin{cases} BC=AC, \\ \angle BCE=\angle ACD, \\ CE=CD, \end{cases}$

∴△BCE≌△ACD(SAS)

(2)∵△BCE≌△ACD，∴∠EBC＝∠DAC，

在△AHC与△BFC中，$\begin{cases} \angle DAC=\angle EBC, \\ AC=BC, \\ \angle ACH=\angle BCF=60^\circ, \end{cases}$

∴△AHC≌△BFC(ASA)．∴HC＝FC

又∵∠ACE＝60°，∴△FHC是等边三角形