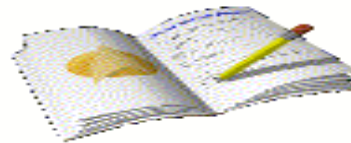


第5课时 直角三角形(1)

勾股定理及其逆定理

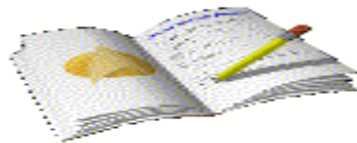


勾股定理及其逆定理

1. 定理：直角三角形的两个锐角互余.
2. 定理：有两个角互余的三角形是直角三角形.
3. 勾股定理：直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方.
4. 定理：如果三角形两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形.
5. 在两个命题中，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么这两个命题称为互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题.
6. 一个命题是真命题，它的逆命题却不一定是真命题. 如果一个定理的逆命题经过证明是真命题，那么它是一个定理，这两个定理称为互逆定理，其中一个定理称为另一个定理的逆定理.



典型例题



- A. (1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $a=13$ cm, $b=5$ cm, 则第三边 c 为_____;
- (2) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 已知两边长为 6 和 8, 则第三边长为_____.

解: (1) 因为 $\angle A=90^\circ$, 所以 a 是斜边

$$\text{由勾股定理得 } c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12 \text{ cm}$$

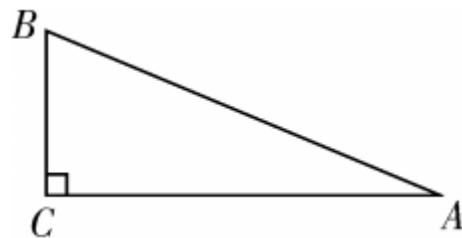
$$(2) \text{ 当第三边长为斜边时 } \sqrt{6^2+8^2}=10$$

$$\text{当第三边长为直角边时 } \sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$$



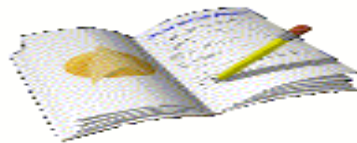
变式 训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,
- (1) 若 $a=5$, $b=12$, 则 $c=$ _____;
- (2) 若 $a=6$, $c=10$, 则 $b=$ _____;
- (3) 若 $a=15$, $c=25$, 则 $b=$ _____.



答案: (1) 13 (2) 8 (3) 20

典型例题



B. 下列长度的三条线段能构成直角三角形的是()

- ① 8, 15, 17 ② 4, 5, 6 ③ 7.5, 4, 8.5
④ 24, 25, 7 ⑤ 5, 8, 10

A. ①②④

B. ②④⑤

C. ①③⑤

D. ①③④

解：D. 根据勾股定理的逆定理可知，①③④能构成直角三角形.



变式 训练

2. 以下列各组为边长，能组成直角三角形的是()

A. 3, 4, 5

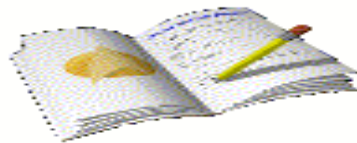
B. 4, 5, 6

C. 5, 8, 10

D. 8, 39, 40

答案：A

典型例题



- C. 以下命题的逆命题属于假命题的是()
- A. 两底角相等的两个三角形是等腰三角形
 - B. 全等三角形的对应角相等
 - C. 两直线平行，内错角相等
 - D. 直角三角形两锐角互余

解：B. 因为对应角相等的两个三角形不一定是全等三角形



3. 下列命题的逆命题，是真命题的是()
- A. 五边形是多边形
 - B. 两直线平行，同位角相等
 - C. 如果两个角是对顶角，那么它们相等
 - D. 正方形的对边线互相平分

答案：B



4. 以下命题的逆命题为真命题的是()
- A. 同旁内角互补，两直线平行
 - B. 对顶角相等
 - C. 直角三角形中没有钝角
 - D. 若 $a=b$ ，则 $a^2=b^2$

答案：A



深圳春如文化发展公司



5. 下列各组数中，以它们为边的三角形不是直角三角形的是()

A. 1.5, 2, 3

B. 7, 24, 25

C. 6, 8, 10

D. 3, 4, 5

答案：A 三条线段中，如果两条短的线段的平方和等于最长的线段的平方，那么这个三角形就是直角三角形。故选A.



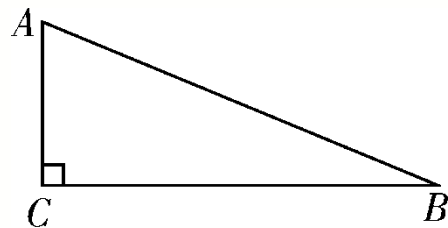
深圳春如文化发展公司

夯实基础



6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，
- (1) 若 $AC=6$ ， $AB=10$ ，求 CB 的长度；
 - (2) 若 $AC=2$ ， $CB=3$ ，求 AB 的长度；
 - (3) 若 $AC=10$ ， $AB=20$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

答案： (1)8 (2) $\sqrt{13}$ (3) $50\sqrt{3}$





7. 若直角三角形两直角边的比是3:4, 斜边长是20, 求此直角三角形的面积.

解: 设此直角三角形两直角边分别是 $3x, 4x$

根据题意得: $(3x)^2 + (4x)^2 = 20^2$, 化简得 $x^2 = 16$.

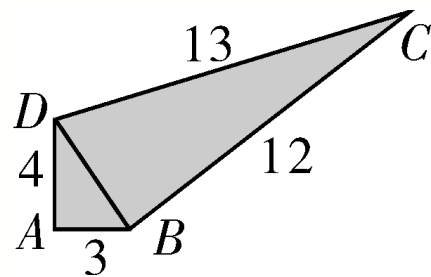
\therefore 直角三角形的面积 $= \frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 6x^2 = 96$.





8. 一个零件的形状如图所示，按规定这个零件中 $\angle A$ 与 $\angle DBC$ 都应为直角，工人师傅量得零件各边尺寸： $AD=4$ ， $AB=3$ ， $BD=5$ ， $DC=13$ ， $BC=12$ ，这个零件符合要求吗？

解：在 $\triangle ABD$ 中， $AB^2 + AD^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = BD^2$ ，所以 $\triangle ABD$ 为直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ ．在 $\triangle BDC$ 中， $BD^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 = CD^2$ ．所以 $\triangle BDC$ 是直角三角形， $\angle DBC = 90^\circ$ ．因此这个零件符合要求．



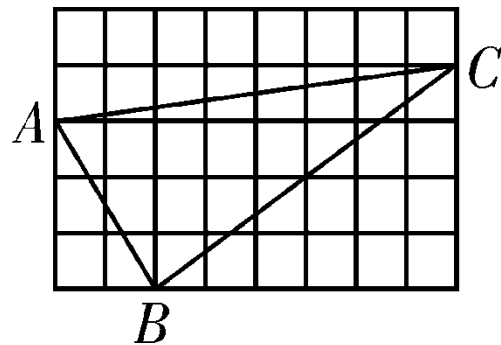
拓展提升



9. 命题“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”的逆命题是_____.

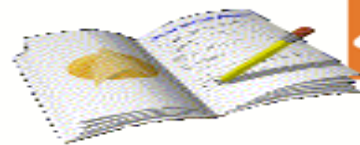
10. 如图所示，正方形网格中，每个小正方形的边长为1，则网格上的 $\triangle ABC$ 是_____三角形.

答案：9. 如果一个三角形一条边上的中线等于这条边的一半，那么这个三角形是直角三角形 10. 直角

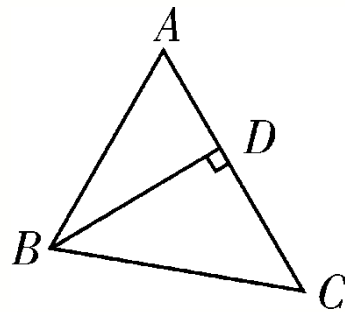




拓展提升



11. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$, $AB = 15$ cm, $AC = 24$ cm, $\angle A = 60^\circ$, 求 BC 的长.



解: $\because \angle A = 60^\circ, \therefore \angle ABD = 30^\circ.$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5.$$

$$BD^2 = AB^2 - AD^2 = 15^2 - 7.5^2 = 168.75.$$

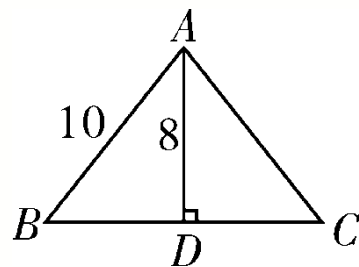
在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 由勾股定理得 $BC^2 = BD^2 + CD^2 = 441.$

$$\therefore BC = 21.$$

拓展提升



12. 如图所示, 等腰 $\triangle ABC$ 的腰为10, 底边上的高为8. (1) 求底边BC的长; (2) 求 $S_{\triangle ABC}$.



解: (1) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\because AD \perp BC$ 于 D , $\therefore BD = DC = \frac{1}{2}BC$

\therefore 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 由勾股定理可得 $AD^2 + BD^2 = AB^2$,
 $BD^2 = 100 - 64 = 36$. $\therefore BD = 6$. $\therefore BC = BD \times 2 = 12$

(2) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$.

答: 底边 BC 的长为 12, $S_{\triangle ABC}$ 为 48.

拓展提升



13. 一个三角形三边长的比为3 : 4 : 5, 它的周长是60 cm. 求这个三角形的面积.

解: 设这个三角形三边长为 $3x$, $4x$, $5x$,

则 $3x + 4x + 5x = 60$, 解得 $x = 5$, $\therefore 3x = 15$, $4x = 20$, $5x = 25$,

$\because 15^2 + 20^2 = 25^2$, \therefore 这个三角形是直角三角形,

\therefore 这个三角形的面积 $= \frac{1}{2} \times 15 \times 20 = 150 \text{ cm}^2$