# 第一周　等腰、等边三角形的性质与判定

建议用时：60 分钟　总分：100 分　得分：________

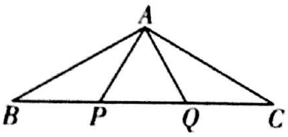
## 一、选择题(每题 5 分，共 30 分)

1. 劳动课上，小刚要做一个周长为 10 cm 的等腰三角形，则其腰长 $x$ cm 的取值范围是( B )

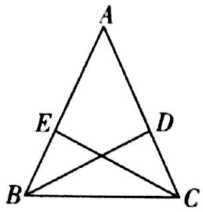
A. $0<x<2.5$　　B. $2.5<x<5$　　C. $5<x<10$　　D. $0<x<5$

2. 如图，已知 $P$，$Q$ 是 $\triangle ABC$ 边 $BC$ 上的两点，且 $PB=PQ=QC=AP=AQ$，则 $\angle BAC$ 的度数为( B )

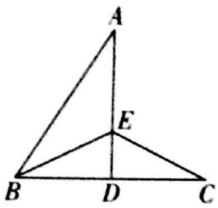
A. $150°$　　B. $120°$　　C. $100°$　　D. $90°$



第 2 题图



第 3 题图



第 5 题图

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，$BD$，$CE$ 分别为 $\angle ABC$，$\angle ACB$ 的角平分线，则图中等腰三角形共有( D )

A. 5 个　　B. 6 个　　C. 7 个　　D. 8 个

4. 下列三角形：①有两个角等于 $60°$；②有一个角等于 $60°$的等腰三角形；③三个外角(每个顶点处各取一个外角)都相等的三角形；④一腰上的中线也是这条腰上的高的等腰三角形. 其中是等边三角形的有( D )

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ①③　　D. ①②③④

5. 如图，已知 $\angle ABC=60°$，$DA$ 是 $BC$ 的垂直平分线，$BE$ 平分 $\angle ABD$ 交 $AD$ 于点 $E$，连接 $CE$. 则下列结论：①$BE=AE$；②$BD=AE$；③$AE=2DE$；④$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CBE}$，其中正确的结论是( C )

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ①③④　　D. ②③④

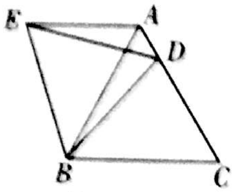
6. 已知 $a$，$b$，$c$ 是 $\triangle ABC$ 的三边，且 $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$，则 $\triangle ABC$ 是( C )

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

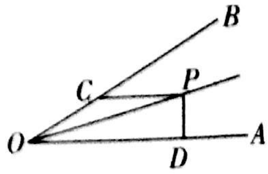
C. 等边三角形　　D. 等腰直角三角形

二、填空题(每题5分，共15分)

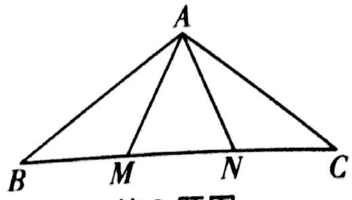
7. 如图，在等边△$ABC$中，$D$是边$AC$上一点，连接$BD$，将△$BCD$绕点$B$逆时针旋转$60°$，得到△$BAE$，连接$ED$. 若$BC=10$，$BD=9$，则△$AED$的周长是__19__.




第7题图




第8题图




第9题图

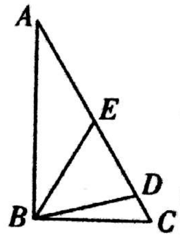
8. 如图所示，$\angle AOP=\angle BOP=15°$，$PC/\!/OA$交$OB$于$C$，$PD\perp OA$于$D$，若$PC=4$，则$PD$等于__2__.

9. 如图，$M$、$N$是△$ABC$的边$BC$上的两点，且$BM=MN=NC=AM=AN$. 则$\angle BAC=$__120°__.

三、解答题(共55分)

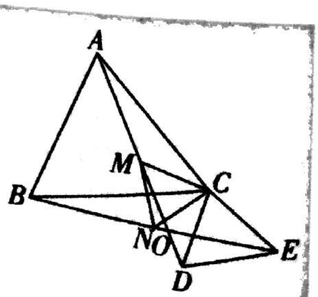
10. (10分)如图，已知Rt△$ABC$中，$\angle ABC=90°$，$D$，$E$在$CA$上，且$AB=AD$，$CB=CE$，求$\angle EBD$的度数.

**解**：设$\angle A=\alpha$，$\angle C=\beta$，则$\alpha+\beta=90°$. ∵$AB=AD$，∴$\angle ABD=\angle ADB=90°-\frac{1}{2}\alpha$. 同理，$\angle BEC=90°-\frac{1}{2}\beta$. ∴在△$BDE$中，$\angle EBD=180°-\angle ADB-\angle BEC=180°-(90°-\frac{1}{2}\alpha)-(90°-\frac{1}{2}\beta)=\frac{1}{2}(\alpha+\beta)=45°$.



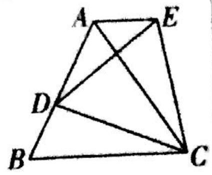

11. (10分)已知：如图，△$ABC$、△$CDE$都是等边三角形，$AD$，$BE$相交于点$O$，点$M$，$N$分别是线段$AD$、$BE$的中点. (1)求证：$AD=BE$；(2)求证：△$MNC$是等边三角形.

**解**：(1)∵△$ABC$、△$CDE$都是等边三角形，∴$AC=BC$，$CD=CE$，$\angle ACB=\angle DCE=60°$，∵$\angle ACB+\angle BCD=\angle ACD$，$\angle DCE+\angle BCD=\angle BCE$，∴$\angle ACD=\angle BCE$，在△$ACD$和△$BCE$中，$\begin{cases}AC=BC\\ \angle ACD=\angle BCE\\ CD=CE\end{cases}$，∴△$ACD\cong$△$BCE$(SAS)，




∴$AD=BE$；(2)∵△$ACD\cong$△$BCE$，∴$\angle CAD=\angle CBE$，∵点$M$，$N$分别是线段$AD$，$BE$的中点，$AD=BE$，∴$AM=BN$，在△$ACM$和△$BCN$中，$\begin{cases}AC=BC\\ \angle CAD=\angle CBE\\ AM=BN\end{cases}$，∴△$ACM\cong$△$BCN$(SAS)，∴$CM=CN$，$\angle ACM=\angle BCN$，∴$\angle MCN=\angle BCM+\angle BCN=\angle BCM+\angle ACM=\angle ACB=60°$，∴△$MNC$是等边三角形.

12. (11分)如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，$D$ 是 $AB$ 边上一点，以 $CD$ 为边作等边三角形 $CDE$，使点 $E$，$A$ 在直线 $DC$ 的同侧，连接 $AE$. 求证：$AE // BC$.

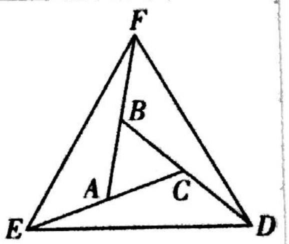



**证明：** $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 是等边三角形，$\therefore \angle BCA = \angle DCE = 60°$. $\therefore \angle BCA - \angle ACD = \angle DCE - \angle ACD$，即 $\angle BCD = \angle ACE$. 在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle EAC$ 中，$BC = AC$，$\angle BCD = \angle ACE$，$DC = EC$，$\therefore \triangle DBC \cong \triangle EAC$(SAS). $\therefore \angle DBC = \angle EAC$. 又 $\because \angle DBC = \angle ACB = 60°$，$\therefore \angle ACB = \angle EAC$. $\therefore AE // BC$.

13. (12分)已知，如图，延长 $\triangle ABC$ 的各边，使得 $BF = AC$，$AE = CD = AB$，顺次连接 $D$，$E$，$F$，得到 $\triangle DEF$ 为等边三角形. 求证：

(1) $\triangle AEF \cong \triangle CDE$；

(2) $\triangle ABC$ 为等边三角形.



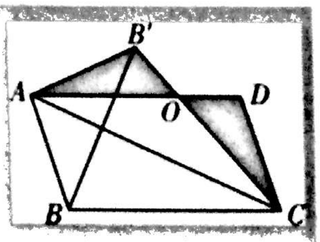

**证明：**(1) $\because BF = AC$，$AB = AE$，$\therefore FA = EC$. $\because \triangle DEF$ 是等边三角形，$\therefore EF = DE$. 又 $\because AE = CD$，$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CDE$(SSS).
(2)由 $\triangle AEF \cong \triangle CDE$，得 $\angle FEA = \angle EDC$，$\because \angle BCA = \angle EDC + \angle DEC = \angle FEA + \angle DEC = \angle DEF$，$\because \triangle DEF$ 是等边三角形，$\therefore \angle DEF = 60°$，$\therefore \angle BCA = 60°$，由 $\triangle AEF \cong \triangle CDE$，得 $\angle EFA = \angle DEC$. 又 $\because \angle BAC$ 是 $\triangle AEF$ 的外角，$\therefore \angle BAC = \angle EFA + \angle FEC = \angle DEC + \angle FEC = 60°$，$\therefore \triangle ABC$ 中，$\angle BCA = \angle BAC = 60°$. $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

14. (12分)如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB // CD$，$AD // BC$，连接 $AC$，$\triangle AB'C$ 和 $\triangle ABC$ 关于 $AC$ 所在的直线对称，$AD$ 和 $B'C$ 相交于点 $O$，连接 $BB'$.

(1)求证：$\triangle ABC \cong \triangle CDA$；

(2)请直接写出图中所有的等腰三角形(不添加字母)；

(3)图中阴影部分的 $\triangle AB'O$ 和 $\triangle CDO$ 是否全等？若全等请给出证明；若不全等，请说明理由.




(1)**证明：** $\because AB // CD$，$AD // BC$，$\therefore \angle DAC = \angle BCA$，$\angle ACD = \angle BAC$，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，$\begin{cases} \angle BCA = \angle DAC \\ AC = CA \\ \angle BAC = \angle ACD \end{cases}$，$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$(ASA)；(2)图中所有的等腰三角形有：$\triangle OAC$，$\triangle ABB'$、$\triangle CBB'$；(3) $\triangle AB'O \cong \triangle CDO$，理由为：**证明：** $\because \triangle AB'C \cong \triangle ABC$，且 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$，$\therefore \triangle AB'C \cong \triangle CDA$，$\therefore \angle AB'O = \angle D$，在 $\triangle AB'O$ 和 $\triangle CDO$ 中，
$\begin{cases} \angle AB'O = \angle D \\ \angle AOB' = \angle COD \\ AO = CO \end{cases}$，$\therefore \triangle AB'O \cong \triangle CDO$.