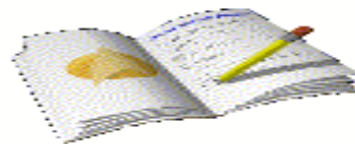


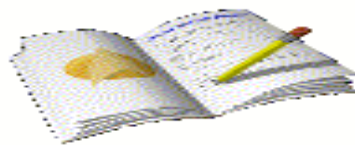
第40课时 分式的混合运算



1. 会计算较复杂的分式运算.
2. 掌握分式化简求值.



典型例题



A. 化简: $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(2x - \frac{1+x^2}{x}\right)$

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{x+1}{x} \div \frac{2x^2 - (1+x^2)}{x} \\ &= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{x^2-1} \\ &= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x-1}.\end{aligned}$$

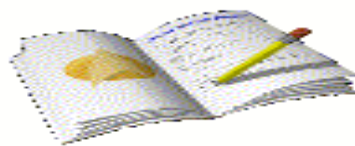
变式 训练

1. 化简: $\left[1 - \frac{b}{a+b}\right] \div \frac{a}{a^2-b^2}$

解: 原式 = $\frac{a+b-b}{a+b} \div \frac{a}{(a+b)(a-b)} = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{a} = a-b.$



典型例题



B.先化简，再求值： $\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{1-x}\right) \div \frac{1}{x^2-1}$ ，其中 $x = \frac{1}{2}$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right) \cdot (x+1)(x-1) \\ &= (x-1) + (x+1) \\ &= 2x.\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时，原式} = 2 \times \frac{1}{2} = 1.$$

变式 训练

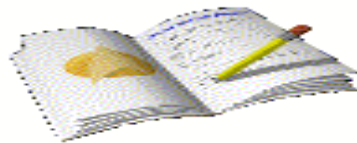
2. 先化简，再求值： $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2} + \frac{b}{a+b}$ ，其中 $a=-2$ ， $b=1$ 。

$$\text{解：原式} = \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a}{a+b}.$$

$$\text{当 } a=-2, b=1 \text{ 时，原式} = \frac{-2}{-2+1} = 2.$$



典型例题



C.先化简 $\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\div\frac{x}{2x^2-2}$, 然后从 $-2\leq x\leq 2$ 的范围内选择一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= \frac{x+1-(x-1)}{(x+1)(x-1)} \div \frac{x}{2(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{2(x+1)(x-1)}{x} \\ &= \frac{4}{x}.\end{aligned}$$

由解集 $-2\leq x\leq 2$ 中的整数解为: $-2, -1, 0, 1, 2$, 当 $x=1, -1, 0$ 时, 原式没有意义;

$$\text{故取 } x=2, \text{ 原式} = \frac{4}{2} = 2 \quad (\text{也可取 } x=-2, \text{ 原式} = \frac{4}{-2} = -2).$$

变式 训练

3. 先化简代数式 $\left[1 - \frac{3}{a+2}\right] \div \frac{a^2-2a+1}{a^2-4}$, 再从 $-2, 2, 0$ 三个数中选一个恰当的数作为 a 的值代入求值.

$$\text{解: 原式} = \frac{a+2-3}{a+2} \div \frac{(a-1)^2}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a-1)^2} = \frac{a-2}{a-1}.$$

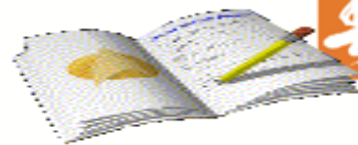
$$\text{取 } a=0, \text{ 原式} = \frac{0-2}{0-1} = 2.$$

4. 化简: $\left(\frac{1}{a} + 1\right) \cdot \frac{1 - a^2}{1 + 2a + a^2}$

解: 原式 $= \frac{1+a}{a} \cdot \frac{(1+a)(1-a)}{(1+a)^2} = \frac{1-a}{a}$



夯实基础



春如®
CULTURE
每天进步一点点

5. 化简: $\left[1 - \frac{a^2 + 8}{a^2 + 4a + 4}\right] \div \frac{4a - 4}{a^2 + 2a}$

解: 原式 = $\frac{(a^2 + 4a + 4) - (a^2 + 8)}{a^2 + 4a + 4} \cdot \frac{a^2 + 2a}{4a - 4} = \frac{4a - 4}{(a + 2)^2} \cdot \frac{a(a + 2)}{4a - 4} = \frac{a}{a + 2}$



夯实基础



6. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{a-3}+1\right) \div \frac{a^2-4}{2a-6}$ ；其中 $a=5$ 。

$$\text{解：原式} = \left[\frac{1}{a-3} + \frac{a-3}{a-3}\right] \cdot \frac{2(a-3)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-2}{a-3} \cdot \frac{2(a-3)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2}{a+2}.$$

$$\text{当 } a=5 \text{ 时，原式} = \frac{2}{5+2} = \frac{2}{7}.$$



夯实基础



7. 先化简，再求值： $\frac{x+y}{x-y} \div (x+y)^2$ 其中 $x=4$, $y=-2$.

$$\text{解：原式} = \frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{1}{(x+y)^2} = \frac{1}{(x+y)(x-y)} = \frac{1}{x^2-y^2}$$

$$\text{当 } x=4, y=-2, \text{ 原式} = \frac{1}{4^2 - (-2)^2} = \frac{1}{16-4} = \frac{1}{12}$$



拓展提升

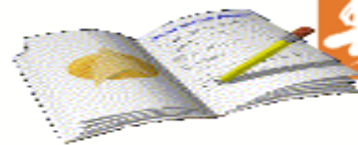


8. 若 $x + y = 1$ ，且，则 $x \neq 0$ ，则 $\left(x + \frac{2xy + y^2}{x}\right) \div \frac{x + y}{x}$ 的值为
_____.

$$\text{解：原式} = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x} \cdot \frac{x}{x + y} = x + y = 1.$$



拓展提升



9. 已知 $x-2y=0$, 求 $\frac{y}{x^2-y^2} \div \frac{1}{x-y}$ 的值.

解: 原式 $= \frac{y}{(x+y)(x-y)} \cdot (x-y) = \frac{y}{x+y},$

$\because x-2y=0 \therefore x=2y, \therefore \frac{y}{x+y} = \frac{y}{2y+y} = \frac{1}{3}.$



拓展提升



10. 先化简, 再求代数式 $\left[1 - \frac{3}{x+2}\right] \div \frac{x^2-1}{x+2}$ 的值, 其中 x 是不等式组

$$\begin{cases} x-2>0, \\ 2x+1<8 \end{cases} \text{ 的整数解.}$$

$$\text{解: 原式} = \frac{x+2-3}{x+2} \div \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} = \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{解不等式组} \begin{cases} x-2>0, \\ 2x+1<8, \end{cases} \text{ 得 } 2 < x < \frac{7}{2}.$$

$$\because x \text{ 是整数, } \therefore x=3. \text{ 当 } x=3 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{4}.$$



拓展提升



11. 化简并求值: $\left(\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2x-y}{x^2-y^2}$, 其中 x, y 满足 $|x-2| + (2x-y-3)^2 = 0$.

解: $\because |x-2| + (2x-y-3)^2 = 0$,

$$\therefore \begin{cases} |x-2| = 0, \\ (2x-y-3)^2 = 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2x-y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{2x}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{(x-y)(x+y)}{2x-y} \\ &= \frac{2x}{2x-y}. \end{aligned}$$

$$\text{将 } x=2, y=1 \text{ 代入, 原式} = \frac{2 \times 2}{2 \times 2 - 1} = \frac{4}{3}.$$