

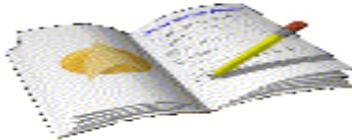


第40课时 分式的混合运算





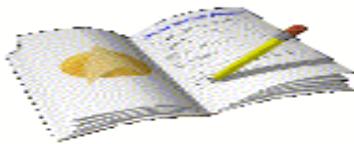
知识归纳



1. 会计算较复杂的分式运算.
2. 掌握分式化简求值.



典型例题



A. 化简: $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(2x - \frac{1+x^2}{x}\right)$

解: 原式 = $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{2x^2 - (1+x^2)}{x}$
= $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{x^2 - 1}$
= $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)}$
= $\frac{1}{x-1}$.

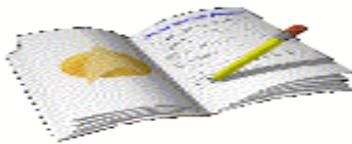
变式训练

1. 化简: $\left(\frac{1}{a+b} - \frac{b}{a+b} \right) \div \frac{a}{a^2 - b^2}$

解: 原式 = $\frac{a+b-b}{a+b} \cdot \frac{a}{(a+b)(a-b)} = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{a} = a-b.$



典型例题



B. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{1-x}\right) \div \frac{1}{x^2-1}$ ，其中 $x = \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} \right) \cdot (x+1)(x-1) \\ &= (x-1) + (x+1) \\ &= 2x.\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时，原式} = 2 \times \frac{1}{2} = 1.$$

变式训练

2. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a+b}$ ，其中 $a = -2$, $b = 1$.

解：原式 = $\frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} + \frac{b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a}{a+b}$.

当 $a = -2$, $b = 1$ 时， 原式 = $\frac{-2}{-2+1} = 2$.



典型例题



C. 先化简 $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x}{2x^2-2}$, 然后从 $-2 \leq x \leq 2$ 的范围内选择一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= \frac{x+1-(x-1)}{(x+1)(x-1)} \div \frac{x}{2(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{2(x+1)(x-1)}{x} \\ &= \frac{4}{x}. \end{aligned}$$

由解集 $-2 \leq x \leq 2$ 中的整数解为: $-2, -1, 0, 1, 2$, 当 $x=1, -1, 0$ 时, 原式没有意义;

故取 $x=2$, 原式 $= \frac{4}{2} = 2$ (也可取 $x=-2$, 原式 $= \frac{4}{-2} = -2$).

变式训练

3. 先化简代数式 $\left(1 - \frac{3}{a+2}\right) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 - 4}$, 再从 -2, 2, 0 三个数中选一个恰当的数作为 a 的值代入求值.

$$\text{解: 原式} = \frac{a+2-3}{a+2} \cdot \frac{(a-1)^2}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a-1)^2} = \frac{a-2}{a-1}$$

$$\text{取 } a=0, \text{ 原式} = \frac{0-2}{0-1} = 2.$$





夯实基础



4. 化简: $\left(\frac{1}{a} + 1\right) \cdot \frac{1 - a^2}{1 + 2a + a^2}$

解: 原式 = $\frac{1+a}{a} \cdot \frac{(1+a)(1-a)}{(1+a)^2} = \frac{1-a}{a}$.



夯实基础

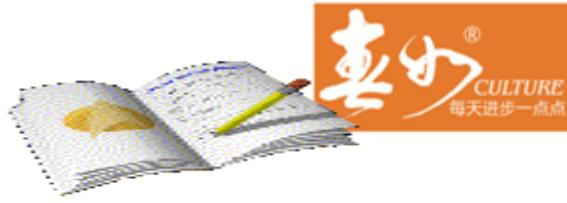


5. 化简: $\left(\frac{1}{a^2+4a+4} - \frac{a^2+8}{a^2+4a+4} \right) : \frac{4a-4}{a^2+2a}$.

解: 原式 = $\frac{(a^2+4a+4)-(a^2+8)}{a^2+4a+4} \cdot \frac{a^2+2a}{4a-4} = \frac{4a-4}{(a+2)^2} \cdot \frac{a(a+2)}{4a-4} = \frac{a}{a+2}$.



夯实基础



6. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{a-3} + 1\right) \cdot \frac{a^2 - 4}{2a - 6}$ ；其中 $a = 5$.

解：原式 = $\left[\frac{1}{a-3} + \frac{a-3}{a-3}\right] \cdot \frac{2(a-3)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-2}{a-3} \cdot \frac{2(a-3)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2}{a+2}$.

当 $a = 5$ 时，原式 = $\frac{2}{5+2} = \frac{2}{7}$.



夯实基础



春如®
CULTURE
每天进步一点点

7. 先化简，再求值： $\frac{x+y}{x-y} \cdot (x+y)^2$ 其中 $x=4$, $y=-2$.

解：原式 = $\frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{1}{(x+y)^2} = \frac{1}{(x+y)(x-y)} = \frac{1}{x^2-y^2}$

当 $x=4$, $y=-2$, 原式 = $\frac{1}{4^2-(-2)^2} = \frac{1}{16-4} = \frac{1}{12}$



拓展提升

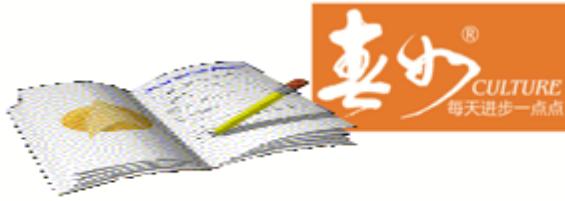


8. 若 $x+y=1$, 且, 则 $x \neq 0$, 则 $\left(x + \frac{2xy+y^2}{x}\right) \div \frac{x+y}{x}$ 的值为
_____.

解: 原式 = $\frac{x^2+2xy+y^2}{x} \cdot \frac{x}{x+y} = x+y = 1.$



拓展提升



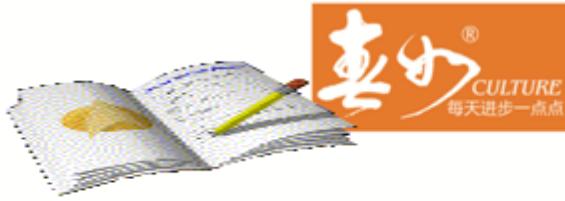
9. 已知 $x - 2y = 0$, 求 $\frac{y}{x^2 - y^2} \div \frac{1}{x - y}$ 的值.

解: 原式 $= \frac{y}{(x+y)(x-y)} \cdot (x-y) = \frac{y}{x+y}$,

$\because x - 2y = 0 \therefore x = 2y, \therefore \frac{y}{x+y} = \frac{y}{2y+y} = \frac{1}{3}$.



拓展提升



10. 先化简，再求代数式 $\left(1-\frac{3}{x+2}\right)\div\frac{x^2-1}{x+2}$ 的值，其中 x 是不等式组 $\begin{cases} x-2>0, \\ 2x+1<8 \end{cases}$ 的整数解.

解：原式 $=\frac{x+2-3}{x+2}\div\frac{(x+1)(x-1)}{x+2}=\frac{x-1}{x+2}\cdot\frac{x+2}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{x+1}$.

解不等式组 $\begin{cases} x-2>0, \\ 2x+1<8 \end{cases}$ 得 $2 < x < \frac{7}{2}$,

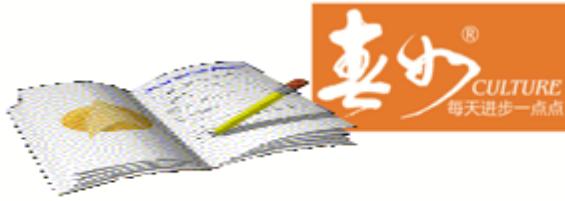
$\because x$ 是整数， $\therefore x=3$. 当 $x=3$ 时，原式 $=\frac{1}{4}$.



深圳春如文化发展公司



拓展提升



11. 化简并求值: $\left(\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2x-y}{x^2-y^2}$, 其中 x, y 满足 $|x-2| + (2x-y-3)^2 = 0$.

解: $\because |x-2| + (2x-y-3)^2 = 0$,

$$\begin{cases} |x-2| = 0, \\ (2x-y-3)^2 = 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} \right) \div \frac{2x-y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{2x}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{(x-y)(x+y)}{2x-y} \\ &= \frac{2x}{2x-y}. \end{aligned}$$

将 $x=2, y=1$ 代入, 原式 $= \frac{2 \times 2}{2 \times 2 - 1} = \frac{4}{3}$.