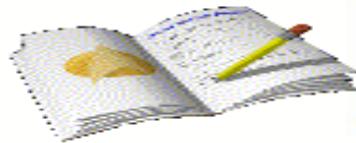


# 第42课时 分式方程 (2)



## 知识归纳

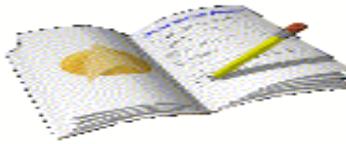


1. 解分式方程的基本思路是将分式方程化为整式方程，具体做法是“去分母”，即方程两边同乘以最简公分母。
2. 一般地，解分式方程时，去分母所得整式方程的解有可能使原方程中分母为0，因此应作如下检验：将整式方程的解代入最简公分母，如果最简公分母的值不为0，则整式方程的解是原分式方程的解；否则，这个解就不是原分式方程的解(即原方程的增根)。

（2. 增根）



## 典型例题



A. 解方程:  $\frac{100}{x} = \frac{30}{x-7}$ .

解: 方程两边同乘以  $x(x-7)$ , 约去分母, 得

$$100(x-7) = 30x.$$

解这个整式方程, 得  $x=10$ .

检验: 把  $x=10$  代入  $x(x-7)$ , 得

$$10 \times (10-7) \neq 0$$

所以  $x=10$  是原分式方程的解.

## 变式训练

1. 解方程：

$$(1) \frac{4}{x-1} = 1;$$

$$(2) \frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}.$$

答案：(1) 5

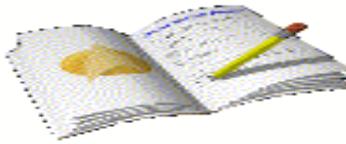
(2) 方程两边同时乘以  $x(x-2)$ ，  
得  $x = 3(x-2)$ ，解得  $x = 3$ .

检验：把  $x = 3$  代入  $x(x-2)$ ，  
得  $x(x-2) = 3 \neq 0$ ，  
所以  $x = 3$  是原方程的解.





## 典型例题



B. 解方程:  $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ .

解: 方程两边同乘以  $(x+1)(x-1)$ ,

约去分母, 得  $x+1=2$ .

解这个整式方程, 得  $x=1$ .

检验: 把  $x=1$  代入  $(x+1)(x-1)$ , 得

$$(1+1) \times (1-1) = 0.$$

所以,  $x=1$  不是原分式方程的解, 原分式方程无解.

## 变式训练

### 2.解方程:

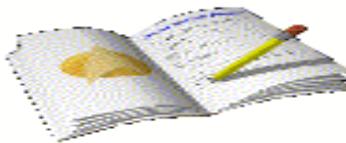
$$(1) \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2x-2};$$

$$(2) \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}.$$

答案: (1) 无解 (2) 无解



## 典型例题



C. 解方程: 
$$\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$$

解: 方程两边同乘  $(x+1)(x-1)$ , 得  
 $2(x-1) + 3(x+1) = 6$ . 化简, 得  
 $5x + 1 = 6$ . 解得  $x = 1$ .

检验:  $x = 1$  时  $(x+1)(x-1) = 0$ ,  
 $x = 1$  不是原方程的解, 原分式方程无解.

## 变式训练

3. 解分式方程:  $\frac{3}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$ .

解: 两边同乘以  $(x+3)(x-3)$ ,  
得  $3(x+3) - (x-3) = 18$ ,  
 $3x - x = 18 - 3 - 9$ ,  $x = 3$ .

检验: 把  $x = 3$  代入原方程, 左边分母  $(x-3) = 3-3=0$ ,  $\therefore x=3$  为原方程的增根.  
 $\therefore$  原方程无解.



## 夯实基础



4. 解分式方程  $\frac{1}{2x} - \frac{3x+1}{x} = 3$ ，去分母后所得的方程是( )
- A.  $1 - 2(3x+1) = 3$       B.  $1 - 2(3x+1) = 2x$   
C.  $1 - 2(3x+1) = 6x$       D.  $1 - 6x + 2 = 6x$

答案: C



## 夯实基础



5. 要使分式  $\frac{1+x}{5+x}$  的值为  $\frac{1}{3}$ , 则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

答案: 1



## 夯实基础



6. 若分式方程  $\frac{x+2}{x+3} = \frac{m}{x+3}$  有增根, 则增根是 \_\_\_\_\_, 此时  $m =$  \_\_\_\_\_.

答案:  $x = -3, -1$

解: 方程两边同乘以  $(x+3)$ , 得  $x+2=m$ .

解这个方程, 得  $x=m-2$ ,

因为分式方程有增根, 所以增根是  $x=-3$ .

所以  $-3=m-2$ , 解得  $m=-1$ .

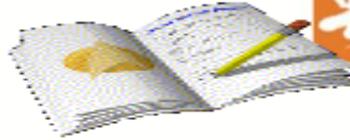
所以增根是  $x=-3$ , 此时  $m=-1$ .



深圳春如文化发展公司



## 夯实基础



### 7. 解方程:

$$(1) \frac{5}{x-1} = \frac{3}{x+1};$$

$$(2) \frac{x}{2x-5} + \frac{5}{5-2x} = 1;$$

$$(3) \frac{x-1}{x} - \frac{2x}{x-1} = -1;$$

$$(4) \frac{x^2-4x}{x^2-1} + 1 = \frac{2x}{x+1}.$$

解: (1)  $\frac{5}{x-1} = \frac{3}{x+1}$ ,  $5(x+1) = 3(x-1)$ ,

$$5x+5 = 3x-3, 2x = -8, x = -4.$$

检验: 将  $x = -4$  代入原方程, 左边 = 右边 =  $-1$ ,  
所以  $x = -4$  是原方程的根.

(2) 方程两边同乘  $2x-5$ , 得  $x-5 = 2x-5$ .

解得  $x = 0$ .

检验:  $x = 0$  时  $2x-5 \neq 0$ ,  $0$  是原分式方程的解.

$$(3) x = \frac{1}{3} \quad (4) x = -\frac{1}{2}$$



## 拓展提升



### 8. 解方程:

$$(1) \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1;$$

$$(2) \frac{6}{x-1} + \frac{3}{x} = \frac{x+5}{x^2-x};$$

$$(3) \frac{1}{6x-2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{1-3x}.$$

答案: (1)无解 (2)无解 (3) $x = -\frac{2}{3}$



## 拓展提升



9. 关于  $x$  的方程  $\frac{x-2}{x-3} = \frac{m}{x-3}$  产生增根, 则  $m$  的值是( )
- A. -1      B. 1      C. 3      D. 2

答案: B

解: 从方程的形式来看, 增根只能是3, 因此只要把分式方程化为整式方程后, 把增根代入就可以求出  $m$  的值, 具体解法为: 方程两边同时乘以  $x-3$ , 得  $m=x-2$ . 从方程的形式来看, 增根只能是3, 把  $x=3$  代入上式, 得  $m=1$ .



## 拓展提升



10. 已知  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ , 则分式  $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$  的值为 \_\_\_\_\_.

解: 化简  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ , 得  $x - y = -3xy$ ,

$\therefore \frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ , 变形得,  $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y} = \frac{2(x-y) + 3xy}{(x-y) - 2xy}$ .

把  $x - y = -3xy$  代入上式得:

$$\frac{2(x-y) + 3xy}{(x-y) - 2xy} = \frac{2 \times (-3xy) + 3xy}{(-3xy) - 2xy} = \frac{-3xy}{-5xy} = \frac{3}{5}.$$



深圳春如文化发展公司



## 拓展提升



11.  $k$  为何值时, 方程  $\frac{x}{x-3} - 4 = \frac{k}{x-3}$  会产生增根?

解: 去分母, 得  $x - 4(x - 3) = k$ ,  $\therefore x = \frac{12 - k}{3}$ .

当  $x = 3$  时, 方程会产生增根,

$$\therefore \frac{12 - k}{3} = 3. \quad \therefore k = 3.$$



深圳春如文化发展公司