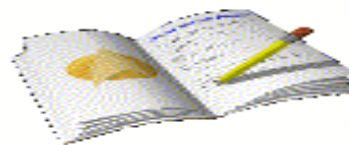


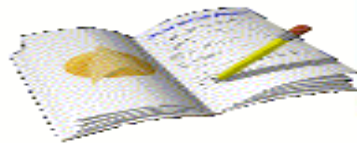
第42课时 分式方程 (2)



1. 解分式方程的基本思路是将分式方程化为整式方程，具体做法是“去分母”，即方程两边同乘以最简公分母.

2. 一般地，解分式方程时，去分母所得整式方程的解有可能使原方程中分母为0，因此应作如下检验：将整式方程的解代入最简公分母，如果最简公分母的值不为0，则整式方程的解是原分式方程的解；否则，这个解就不是原分式方程的解（即原方程的增根）.

典型例题



A. 解方程: $\frac{100}{x} = \frac{30}{x-7}$

解: 方程两边同乘以 $x(x-7)$, 约去分母, 得
 $100(x-7) = 30x$.

解这个整式方程, 得 $x = 10$.

检验: 把 $x = 10$ 代入 $x(x-7)$, 得
 $10 \times (10-7) \neq 0$

所以 $x = 10$ 是原分式方程的解.



变式 训练

1. 解方程:

$$(1) \frac{4}{x-1} = 1;$$

$$(2) \frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}.$$

答案: (1) 5

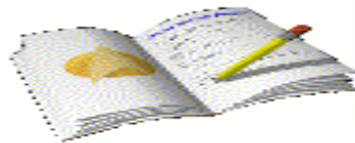
(2) 方程两边同时乘以 $x(x-2)$,
得 $x = 3(x-2)$, 解得 $x = 3$.

检验: 把 $x = 3$ 代入 $x(x-2)$,
得 $x(x-2) = 3 \neq 0$,

所以 $x = 3$ 是原方程的解.



典型例题



B.解方程: $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$.

解: 方程两边同乘以 $(x+1)(x-1)$,
约去分母, 得 $x+1=2$.

解这个整式方程, 得 $x=1$.

检验: 把 $x=1$ 代入 $(x+1)(x-1)$, 得
 $(1+1) \times (1-1) = 0$.

所以, $x=1$ 不是原分式方程的解, 原分式方程无解.



变式 训练

2.解方程:

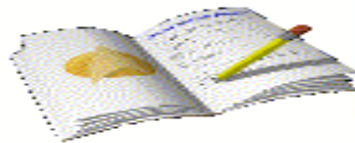
$$(1) \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2x-2};$$

$$(2) \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}.$$

答案: (1) 无解 (2) 无解



典型例题



C.解方程: $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$

解: 方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$, 得
 $2(x-1) + 3(x+1) = 6$. 化简, 得
 $5x+1=6$. 解得 $x=1$.

检验: $x=1$ 时 $(x+1)(x-1)=0$,
 $x=1$ 不是原方程的解, 原分式方程无解.



变式 训练

3.解分式方程: $\frac{3}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$

解: 两边同乘以 $(x+3)(x-3)$,

$$\text{得 } 3(x+3) - (x-3) = 18,$$

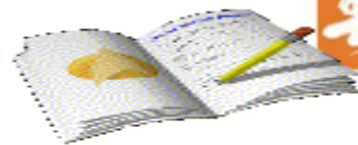
$$3x - x = 18 - 3 - 9, \quad x = 3.$$

检验: 把 $x=3$ 代入原方程, 左边分母 $(x-3) = 3-3=0$, $\therefore x=3$ 为原方程的增根.

\therefore 原方程无解.



夯实基础



春如®
CULTURE
每天进步一点点

4. 解分式方程 $\frac{1}{2x} - \frac{3x+1}{x} = 3$, 去分母后所得的方程是()

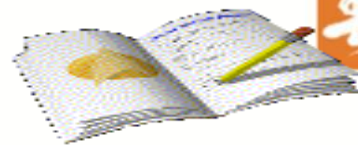
- A. $1 - 2(3x + 1) = 3$ B. $1 - 2(3x + 1) = 2x$
C. $1 - 2(3x + 1) = 6x$ D. $1 - 6x + 2 = 6x$

答案: C





夯实基础



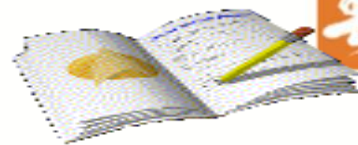
5. 要使分式 $\frac{1+x}{5+x}$ 的值为 $\frac{1}{3}$, 则 x 的值为_____.

答案: 1





夯实基础



6. 若分式方程 $\frac{x+2}{x+3} = \frac{m}{x+3}$ 有增根，则增根是_____，此时 $m =$ _____.

答案： $x = -3$ -1

解：方程两边同乘以 $(x+3)$ ，得 $x+2=m$.

解这个方程，得 $x=m-2$ ，

因为分式方程有增根，所以增根是 $x=-3$.

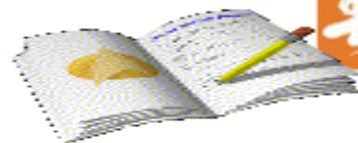
所以 $-3=m-2$ ，解得 $m=-1$.

所以增根是 $x=-3$ ，此时 $m=-1$.





夯实基础



7. 解方程:

$$(1) \frac{5}{x-1} = \frac{3}{x+1};$$

$$(2) \frac{x}{2x-5} + \frac{5}{5-2x} = 1;$$

$$(3) \frac{x-1}{x} - \frac{2x}{x-1} = -1;$$

$$(4) \frac{x^2-4x}{x^2-1} + 1 = \frac{2x}{x+1}.$$

解: (1) $\frac{5}{x-1} = \frac{3}{x+1}$, $5(x+1) = 3(x-1)$,

$$5x+5=3x-3, 2x=-8, x=-4.$$

检验: 将 $x=-4$ 代入原方程, 左边=右边=-1,
所以 $x=-4$ 是原方程的根.

(2) 方程两边同乘 $2x-5$, 得 $x-5=2x-5$.

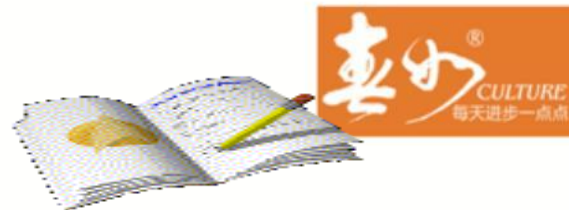
解得 $x=0$.

检验: $x=0$ 时 $2x-5 \neq 0$, 0 是原分式方程的解.

$$(3) x = \frac{1}{3} \quad (4) x = -\frac{1}{2}$$



拓展提升



8. 解方程:

$$(1) \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1;$$

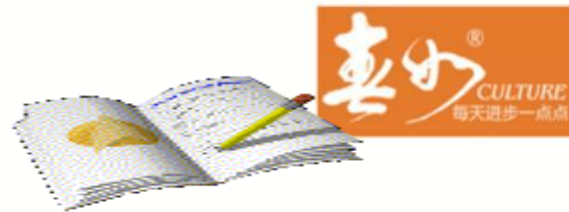
$$(2) \frac{6}{x-1} + \frac{3}{x} = \frac{x+5}{x^2-x};$$

$$(3) \frac{1}{6x-2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{1-3x}.$$

答案: (1)无解 (2)无解 (3) $x = -\frac{2}{3}$



拓展提升



9. 关于 x 的方程 $\frac{x-2}{x-3} = \frac{m}{x-3}$ 产生增根, 则 m 的值是()

A. -1

B. 1

C. 3

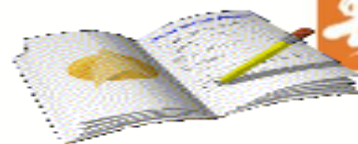
D. 2

答案: B

解: 从方程的形式来看, 增根只能是3, 因此只要把分式方程化为整式方程后, 把增根代入就可以求出 m 的值, 具体解法为: 方程两边同时乘以 $x-3$, 得 $m = x-2$. 从方程的形式来看, 增根只能是3, 把 $x=3$ 代入上式, 得 $m=1$.



拓展提升



10. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则分式 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ 的值为_____.

解: 化简 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 得 $x - y = -3xy$,

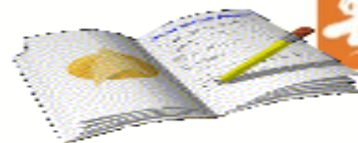
$$\therefore \frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}, \text{ 变形得, } \frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y} = \frac{2(x-y) + 3xy}{(x-y) - 2xy}.$$

把 $x - y = -3xy$ 代入上式得:

$$\frac{2(x-y) + 3xy}{(x-y) - 2xy} = \frac{2 \times (-3xy) + 3xy}{(-3xy) - 2xy} = \frac{-3xy}{-5xy} = \frac{3}{5}.$$



拓展提升



11. k 为何值时, 方程 $\frac{x}{x-3} - 4 = \frac{k}{x-3}$ 会产生增根?

解: 去分母, 得 $x - 4(x - 3) = k$, $\therefore x = \frac{12 - k}{3}$.

当 $x = 3$ 时, 方程会产生增根,

$$\therefore \frac{12 - k}{3} = 3, \quad \therefore k = 3.$$