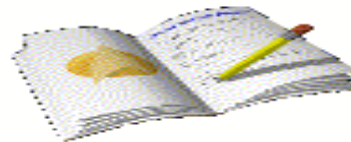
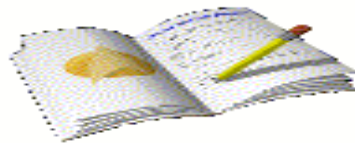


第47课时 平行四边形的判定(1)

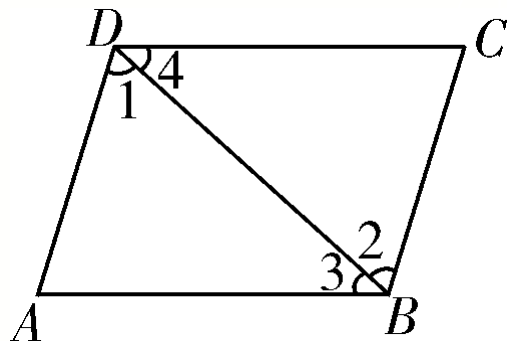


1. 定义：两组对边分别平行的四边形是平行四边形.
2. 定理： 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.
3. 定理： 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

典型例题



A. 如图所示， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，证明：四边形ABCD是平行四边形.

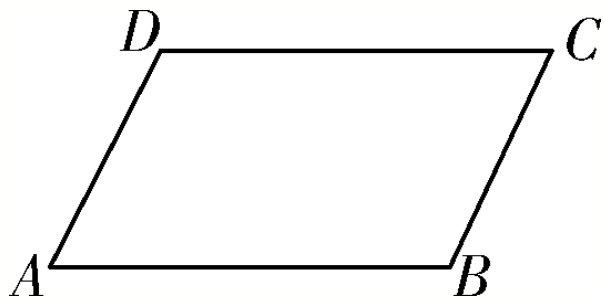


证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ ，
 $\therefore AD \parallel BC$.
 $\because \angle 3 = \angle 4$ ，
 $\therefore AB \parallel CD$.
 \therefore 四边形ABCD是平行四边形. (两组对边分别平行的四边形是平行四边形)



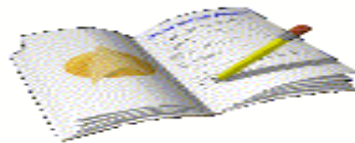
变式 训练

1. 如图所示, 在四边形ABCD中, 已知 $\angle A + \angle D = 180^\circ$, $AD \parallel BC$. 求证四边形ABCD是平行四边形.

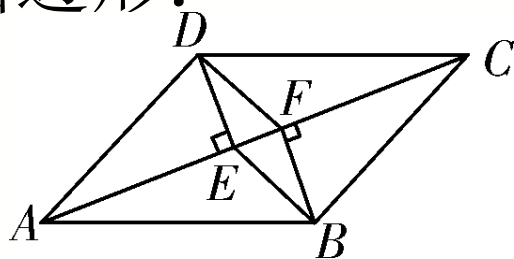


证明略

典型例题



B. 如图所示，已知平行四边形ABCD中 $DE \perp AC$ ， $BF \perp AC$ ，证明四边形DEBF为平行四边形.



证明：在平行四边形ABCD中，

$$AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA.$$

$$\text{又} \because \angle DEA = \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ADE \cong \text{Rt} \triangle CBF.$$

$$\therefore DE = BF. \text{ 同理, 可证 } DF = BE.$$

\therefore 四边形DEBF为平行四边形. (两组对边分别相等的四边形是平行四边形)



2. 如图所示，平行四边形ABCD中，M，N，P，Q分别为AB，BC，CD，DA上的点，且 $AM=BN=CP=DQ$. 求证：四边形MNPQ为平行四边形.

证明：∵ 四边形ABCD为平行四边形，

∴ $AB=CD$ ， $AD=BC$ ，

$\angle A=\angle C$ ， $\angle B=\angle D$ ，

∵ $AM=BN=CP=DQ$ ，

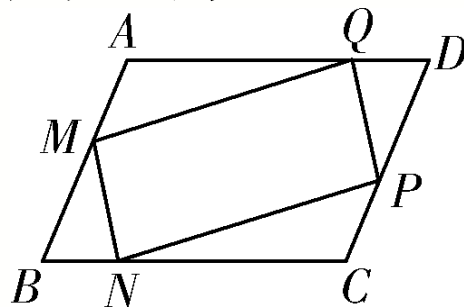
∴ $BM=DP$ ， $AQ=CN$ 。

在 $\triangle AMQ$ 和 $\triangle CPN$ 中， $AM=CP$ ， $\angle A=\angle C$ ， $AQ=CN$ ，

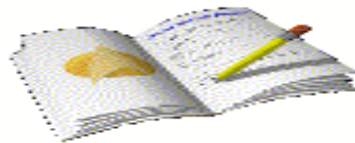
∴ $\triangle AMQ \cong \triangle CPN$ (SAS)， $MQ=PN$ ，

同理可证： $\triangle BMN \cong \triangle DPQ$ ，

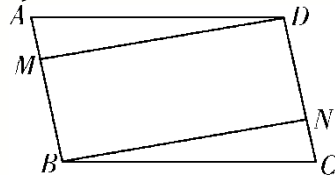
∴ $MN=PQ$ ，故四边形MNPQ是平行四边形。



典型例题



C. 如图所示，在平行四边形ABCD中， $AM=CN$ ，求证：四边形MBND是平行四边形.



证明：∵ 四边形ABCD是平行四边形，

∴ $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$.

∵ $AM = CN$ ，

∴ $AB - AM = CD - CN$ ，

即 $BM = DN$ ，且 $BM \parallel DN$ ，

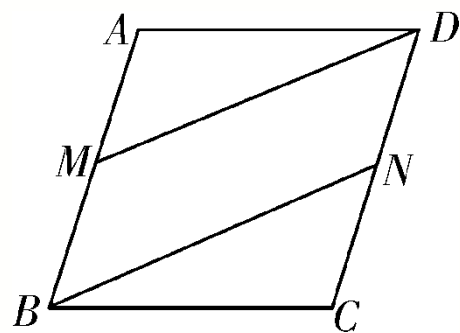
∴ 四边形MBND是平行四边形.
(一组对边平行且相等的四边形是平行四边形)



深圳春如文化发展公司

变式 训练

3. 如图所示，在平行四边形ABCD中，已知M和N分别是边AB，DC的中点，试说明四边形BMDN也是平行四边形.

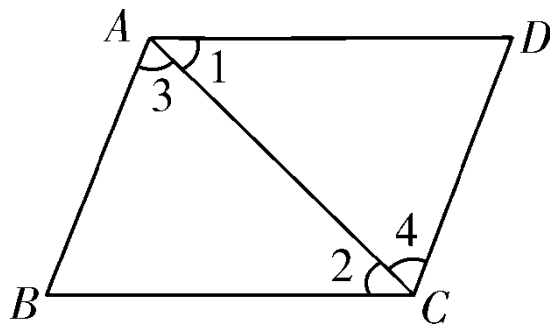


提示：利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形进行证明.

夯实基础



4. 如图所示，AC是四边形ABCD的对角线， $\angle 1 = \angle 2$ ，要使四边形ABCD 是平行四边形，还需要增加一个条件是_____.



答案： $\angle 3 = \angle 4$
或 $AB \parallel CD$ 等



夯实基础



5. 在四边形ABCD中， $AD \parallel BC$ ，若ABCD是平行四边形，则还应满足()

A. $\angle A + \angle C = 180^\circ$

B. $\angle B + \angle D = 180^\circ$

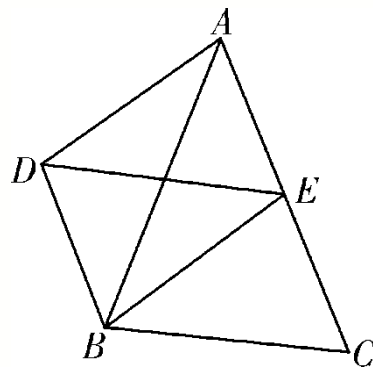
C. $\angle A + \angle B = 180^\circ$

D. $\angle A + \angle D = 180^\circ$

答案：D



6. 如图所示, $DB \parallel AC$, 且 $DB = \frac{1}{2}AC$, E 是 AC 的中点, 求证: $BC = DE$.



证明: $\because DB = \frac{1}{2}AC, EC = \frac{1}{2}AC,$

$\therefore DB = EC,$

又 $\because DB \parallel EC,$

\therefore 四边形 $DBCE$ 是平行四边形.

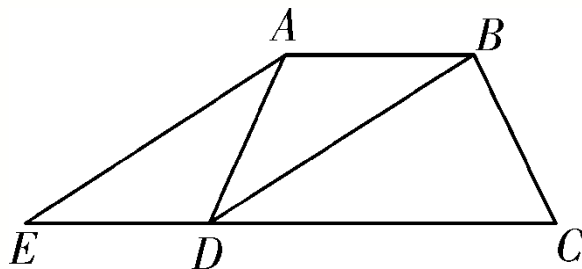
$\therefore BC = DE.$



夯实基础



7. 如图所示, 在四边形ABCD中, DB平分 $\angle ADC$, $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $\angle BDC = 30^\circ$; 延长CD到点E, 连接AE, 使得 $\angle E = \frac{1}{2}\angle C$. 求证: 四边形ABDE是平行四边形.



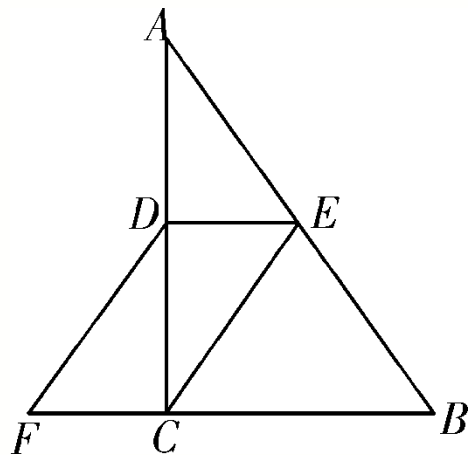
提示: 可证明 $AB \parallel ED$, $AE \parallel BD$, 即可证明四边形ABDE是平行四边形; 由 $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 得 $AB \parallel ED$; $\angle E = \frac{1}{2}\angle C = \angle BDC = 30^\circ$, 得 $AE \parallel BD$.

拓展提升



8. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AC 的垂直平分线 DE 交 AC 于 D , 交 AB 于 E , 点 F 在 BC 的延长线上, 且 $\angle CDF = \angle A$, 求证: 四边形 $DECF$ 是平行四边形.

证明: $\because \angle CDF = \angle A$, $AD = DC$,
 $\angle ADE = \angle ACF = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$,
 $\therefore DE = FC$, $DF = AE = EC$,
 \therefore 四边形 $DECF$ 是平行四边形.



拓展提升



9. 如图所示，在平行四边形ABCD中，点E是AD的中点，BE的延长线与CD的延长线交于点F.

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle DFE$ ；

(2) 试连接BD，AF，判断四边形ABDF的形状，并证明你的结论.

证明：(1) \because 四边形ABCD是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD, \therefore \angle A = \angle EDF$

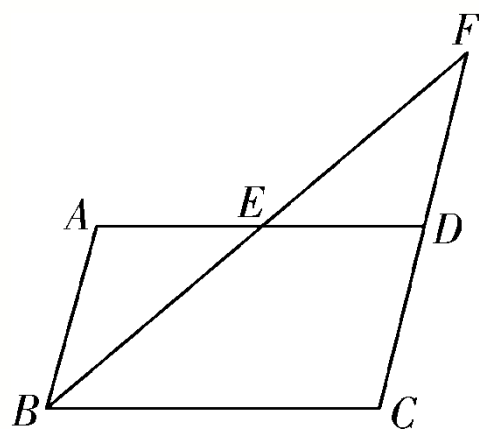
又 $\because AE = DE,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFE.$

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle DFE, \therefore BE = EF$

又 $\because AE = DE,$

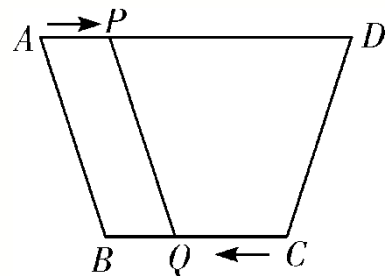
\therefore 四边形ABDF是平行四边形.



拓展提升



10. 如图所示，在四边形ABCD中， $AD \parallel CB$ ，且 $AD > BC$ ， $BC = 6$ cm，动点P，Q 分别从A，C同时出发，P以1 cm/s的速度由A向D运动，Q以2 cm/s的速度由C向B运动，几秒后四边形ABQP为平行四边形？



解：设点P由A向D运动 t 秒，

则 $AP = t$ cm， $CQ = 2t$ cm.

$\because BC = 6$ ， $\therefore BQ = 6 - 2t$ ，

若四边形ABQP为平行四边形，则须 $AP = BQ$ 。

$\therefore 6 - 2t = t$ ， $t = 2$ 。

$\therefore 2$ s后四边形ABQP成为平行四边形。



深圳春如文化发展公司