

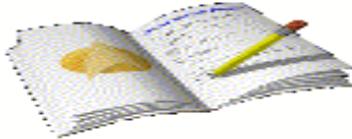


第47课时 平行四边形的判定(1)





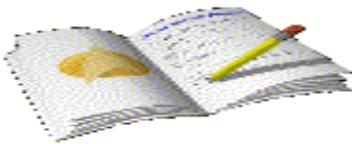
知识归纳



1. 定义：两组对边分别平行的四边形是平行四边形。
2. 定理：两组对边分别相等的四边形是平行四边形。
3. 定理：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。



典型例题



A. 如图所示, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 证明: 四边形ABCD是平行四边形.

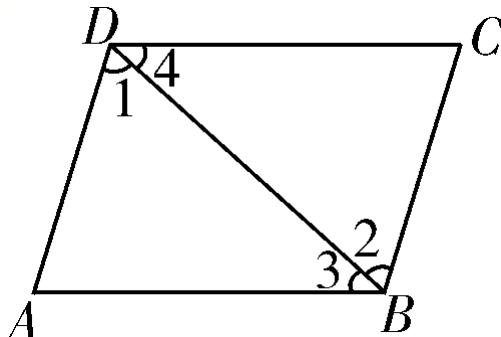
证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore AD \parallel BC$.

$\because \angle 3 = \angle 4$,

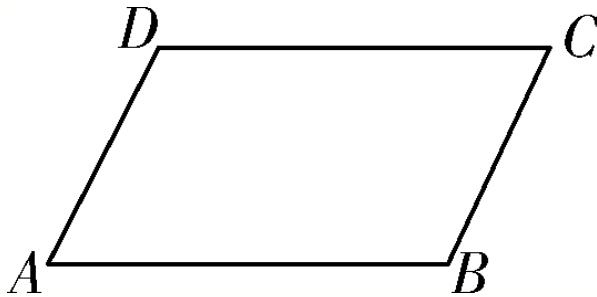
$\therefore AB \parallel CD$.

\therefore 四边形ABCD是平行四边形. (两组对边分别平行的四边形是平行四边形)



变式 训练

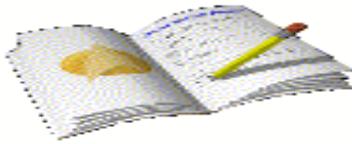
1. 如图所示，在四边形ABCD中，已知 $\angle A + \angle D = 180$ 度， $AD \parallel BC$. 求证四边形ABCD是平行四边形.



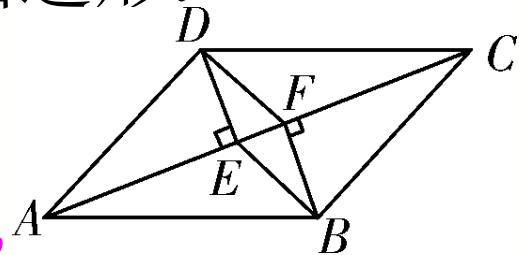
证明略



典型例题



B. 如图所示, 已知平行四边形ABCD中 $DE \perp AC$, $BF \perp AC$, 证明四边形DEBF为平行四边形.



证明: 在平行四边形ABCD中,

$$AD = BC, \quad AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA.$$

$$\text{又} \because \angle DEA = \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt } \triangle ADE \cong \text{Rt } \triangle CBF.$$

$$\therefore DE = BF. \text{ 同理, 可证 } DF = BE.$$

\therefore 四边形DEBF为平行四边形. (两组对边分别相等的四边形是平行四边形)



变式训练

2. 如图所示, 平行四边形ABCD中, M, N, P, Q分别为AB, BC, CD, DA上的点, 且 $AM=BN=CP=DQ$. 求证: 四边形MNPQ为平行四边形.

证明: \because 四边形ABCD为平行四边形,

$\therefore AB=CD, AD=BC,$

$\angle A=\angle C, \angle B=\angle D,$

$\because AM=BN=CP=DQ.$

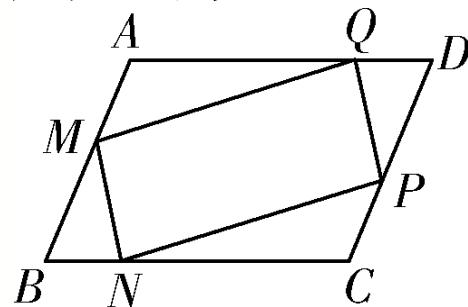
$\therefore BM=DP, AQ=CN.$

在 $\triangle AMQ$ 和 $\triangle CPN$ 中, $AM=CP, \angle A=\angle C, AQ=CN$,

$\therefore \triangle AMQ \cong \triangle CPN$ (SAS), $MQ=PN$,

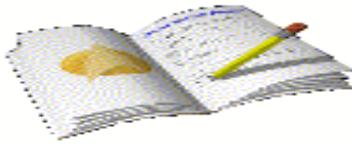
同理可证: $\triangle BMN \cong \triangle DPQ$,

$\therefore MN=PQ$, 故四边形MNPQ是平行四边形.

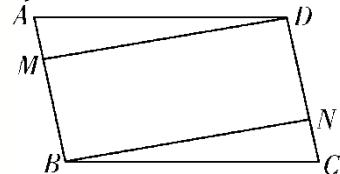




典型例题



C. 如图所示，在平行四边形ABCD中， $AM=CN$ ，求证：四边形MBND是平行四边形。



证明： \because 四边形ABCD是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=CD$.

$\because AM=CN$,

$\therefore AB-AM=CD-CN$,

即 $BM=DN$, 且 $BM \parallel DN$,

\therefore 四边形MBND是平行四边

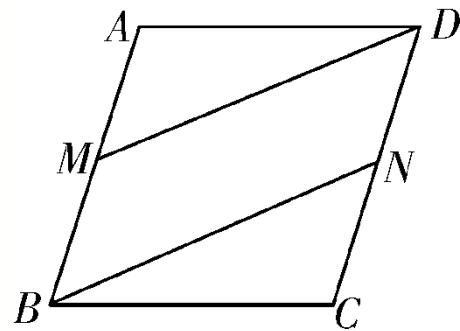
形. (一组对边平行且相等的四边形
是平行四边形)



深圳春如文化发展公司

变式训练

3. 如图所示，在平行四边形ABCD中，已知M和N分别是边AB，DC的中点，试说明四边形BMDN也是平行四边形。



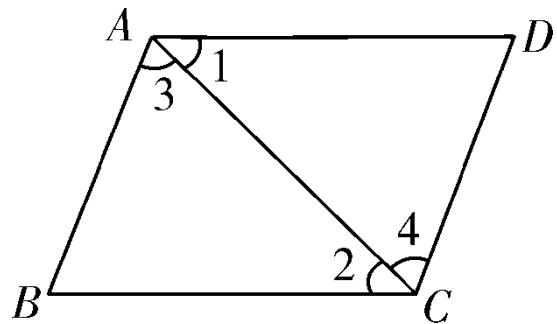
提示：利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形进行证明。



夯实基础



4. 如图所示, AC是四边形ABCD的对角线, $\angle 1 = \angle 2$, 要使四边形ABCD 是平行四边形, 还需要增加一个条件是_____.



答案: $\angle 3 = \angle 4$
或 $AB \parallel CD$ 等



夯实基础



5. 在四边形ABCD中， $AD \parallel BC$ ，若ABCD是平行四边形，则还应满足（ ）

- A. $\angle A + \angle C = 180^\circ$
- B. $\angle B + \angle D = 180^\circ$
- C. $\angle A + \angle B = 180^\circ$
- D. $\angle A + \angle D = 180^\circ$

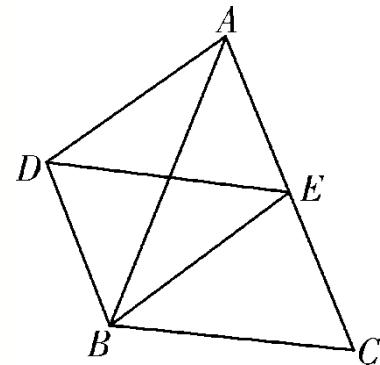
答案：D



夯实基础



6. 如图所示, $DB \parallel AC$, 且 $DB = \frac{1}{2}AC$, E 是 AC 的中点, 求证: $BC = DE$.



证明: $\because DB = \frac{1}{2}AC$, $EC = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore DB = EC$,

又 $\because DB \parallel EC$,

\therefore 四边形 $DBCE$ 是平行四边形.

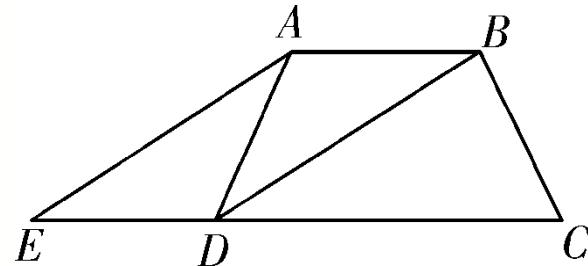
$\therefore BC = DE$.



夯实基础



7. 如图所示，在四边形ABCD中，DB平分 $\angle ADC$ ， $\angle ABC=120^\circ$ ， $\angle C=60^\circ$ ， $\angle BDC=30^\circ$ ；延长CD到点E，连接AE，使得 $\angle E=\frac{1}{2}\angle C$. 求证：四边形ABDE是平行四边形.



提示：可证明 $AB \parallel ED$, $AE \parallel BD$, 即可证明四边形ABDE是平行四边形；由 $\angle ABC=120^\circ$, $\angle C=60^\circ$, 得 $AB \parallel ED$;
 $\angle E=\frac{1}{2}\angle C=\angle BDC=30^\circ$, 得 $AE \parallel BD$.

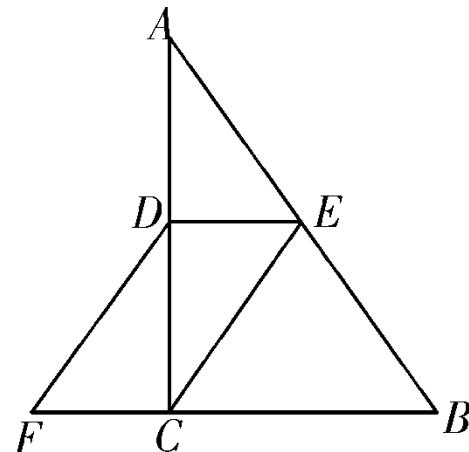


拓展提升



8. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, AC 的垂直平分线DE交 AC 于D, 交 AB 于E, 点F在 BC 的延长线上, 且 $\angle CDF=\angle A$, 求证: 四边形 DEC F是平行四边形.

证明: $\because \angle CDF=\angle A$, $AD=DC$,
 $\angle ADE=\angle ACF=90^\circ$,
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$,
 $\therefore DE=FC$, $DF=AE=EC$,
 \therefore 四边形 DEC F是平行四边形.





拓展提升



9. 如图所示，在平行四边形ABCD中，点E是AD的中点，BE的延长线与CD的延长线交于点F.

- (1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DFE$;
- (2) 试连接BD, AF, 判断四边形ABDF的形状, 并证明你的结论.

证明: (1) \because 四边形ABCD是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, \therefore \angle A = \angle EDF$$

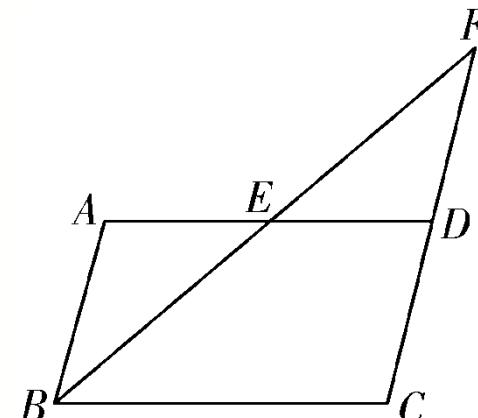
又 $\because AE = DE$,

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFE.$$

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle DFE, \therefore BE = EF$

又 $\because AE = DE$,

\therefore 四边形ABDF是平行四边形.

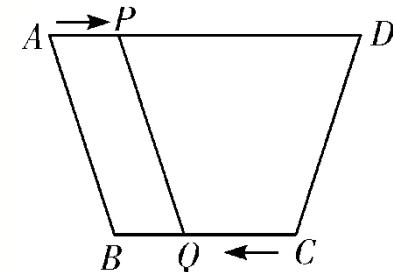




拓展提升



10. 如图所示，在四边形ABCD中， $AD \parallel CB$ ，且 $AD > BC$ ， $BC = 6$ cm，动点P，Q分别从A，C同时出发，P以1 cm/s的速度由A向D运动，Q以2 cm/s的速度由C向B运动，几秒后四边形ABQP为平行四边形？



解：设点P由A向D运动t秒，

则 $AP = t$ cm， $CQ = 2t$ cm.

$\because BC = 6$ ， $\therefore BQ = 6 - 2t$ ，

若四边形ABQP为平行四边形，则须 $AP = BQ$.

$\therefore 6 - 2t = t$ ， $t = 2$.

$\therefore 2$ s后四边形ABQP成为平行四边形.



深圳春如文化发展公司