第49课时　平行四边形的判定(3)

知识归纳

1．如果两条直线互相平行，则其中一条直线上任意两点到另一条直线的距离相等，这个距离称为平行线之间的距离．

2．灵活运用以下几个定理判定平行四边形：

(1)两组对边分别相等的四边形是平行四边形；

(2)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

(3)对角线互相平分的四边形是平行四边形；

(4)两组对角分别相等的四边形是平行四边形．

典型例题

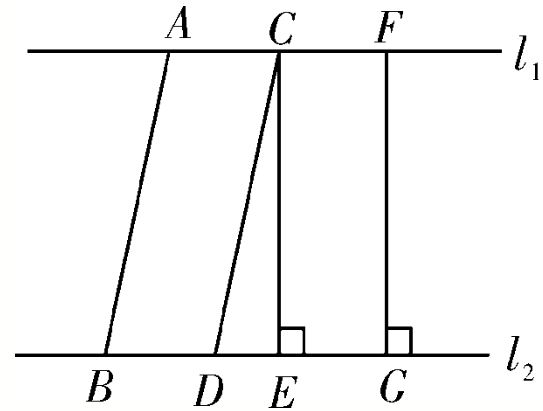
A．如图所示，已知$l_1 // l_2$，$AB // CD$，$CE \perp l_2$于点E，$FG \perp l_2$于点G，则下列说法中错误的是(　　)

A．AB＝CD

B．CE＝FG

C．A, B两点间的距离就是线段AB的长度

D．l1与l2之间的距离就是线段CD的长度

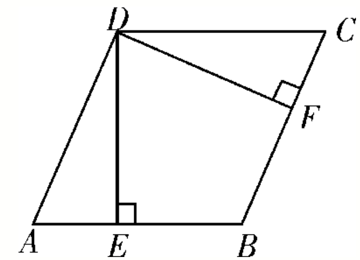


答案：D

解：距离是指两平行线间的最短线段长.

变式训练

1．如图所示，平行四边形ABCD的周长是36 cm，由钝角顶点D向AB，BC引两条高DE，DF，且DE＝4 cm，DF＝5 cm，求平行四边形的面积．



解：∵四边形ABCD是平行四边形，

∴AB＝CD，AD＝BC，

∴2AB＋2BC＝36，即AB＋BC＝18．

设AB＝x，BC＝y，

则有S_{ABCD}＝DE·x＝DF·y，

即x＋y＝18，4x＝5y．

∴x＝10，y＝8，

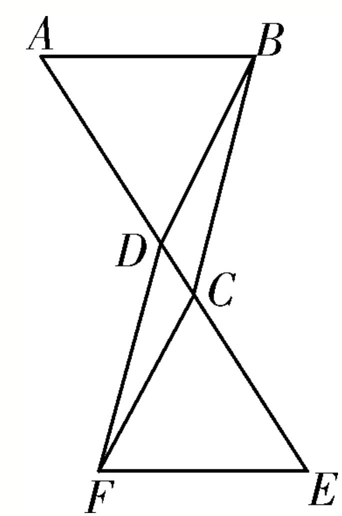
∴S_{ABCD}＝10×4＝40(cm²)．

典型例题

B. 如图所示，已知等腰△ABC中，AB＝BC，在AC边上取一点D，延长DC至E，使AD＝CE，作EF∥AB，EF＝AB，连接DF, DB, FC.

(1) 求证：△ABC≌△EFD；

(2) 四边形BDFC是平行四边形吗？若是，请证明；若不是，请说明理由.



提示：(1) 利用SAS证明△ABC≌△EFD.

(2) 由△ABC≌△EFD得∠BCA＝∠EDF，则BC∥DF，且BC＝DF，所以四边形BDFC 为平行四边形.

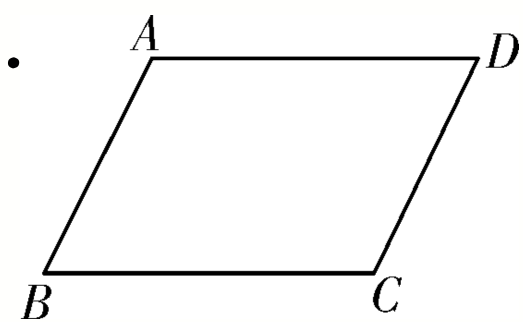
变式训练

2. 如图所示，在四边形ABCD中，给出下列论断：(1) AB∥CD；(2) AD＝BC；(3) ∠A＝∠C，以其中两个为条件，另一个为结论，写出一个正确的命题：

已知________________，________________.

求证：__________________.

证明：



答案：AB∥CD，∠A＝∠C，AD＝BC，先证AD∥BC，得平行四边形ABCD，则AD＝BC.

夯实基础

3．下列条件中，能确定一个四边形是平行四边形的是(　　)

A．一组对边相等

B．一组对角相等

C．两条对角线相等

D．两条对角线互相平分

答案：D

夯实基础

4．已知平行四边形ABCD中，AB和CD的距离为10，CD＝8，则$S_{\triangle ABC}$＝__________．

答案：40

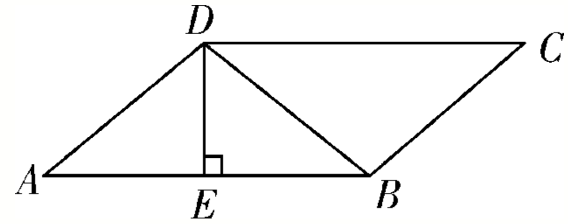
夯实基础

5．已知平行四边形ABCD的对角线AC，BD交于点O，△AOB的面积为2，那么平行四边形ABCD的面积为__________.

答案：8

夯实基础

6．已知：如图，在平行四边形ABCD中，从顶点D向AB作垂线，垂足为E，且E是AB的中点，已知平行四边形ABCD的周长为8.6 cm，△ABD的周长为6 cm，求AB，BC的长．



答案：AB＝2.6 cm，BC＝1.7 cm.

提示：由已知可推出 AD＝BD＝BC.

设 BC＝x cm，AB＝y cm，

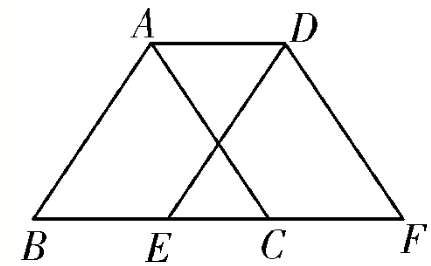
则$\begin{cases}2x+y=6,\\ 2(x+y)=8.6.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=1.7,\\ y=2.6.\end{cases}$

拓展提升

7．如图所示，点B，E，C，F在一条直线上，AB＝DE，∠B＝∠DEF，BE＝CF.

求证：(1)△ABC≌△DEF；

(2)四边形ABED是平行四边形.



证明：(1)∵BE＝CF，∴BC＝EF.

又∵AB＝DE，∠B＝∠DEF，

∴△ABC≌△DEF(SAS).

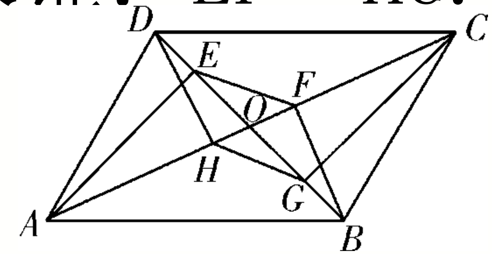
(2)∵△ABC≌△DEF，∴AB＝DE.

又∵∠B＝∠DEF，∴AB∥DE，

∴四边形ABED是平行四边形.

拓展提升

8．如图所示，从平行四边形ABCD的各个顶点引对角线的垂线AE，BF，CG，DH，垂足分别是E，F，G，H，连接EF，GH.求证：EF＝HG.



证明：连接EH，FG，

∵四边形ABCD是平行四边形，

∴AD∥BC，AD＝BC，∴∠DAH＝∠BCF.

又∵∠DHA＝∠BFC＝90°∴∠ADH＝∠CBF，

∴△ADH≌△CBF，∴AH＝CF.

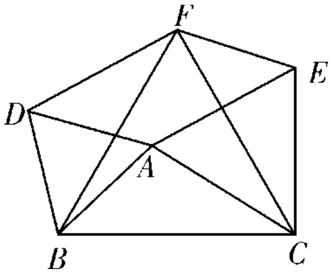
∵在平行四边形ABCD中，OA＝OC，

∴OH＝OF，同理可得OE＝OG，

∴四边形EHGF为平行四边形，∴EF＝GH.

拓展提升

9．如图所示，在△ABC中，分别以AB，AC，BC为边在BC的同侧作等边△ABD，等边△ACE，等边△BCF. 求证：四边形DAEF是平行四边形.

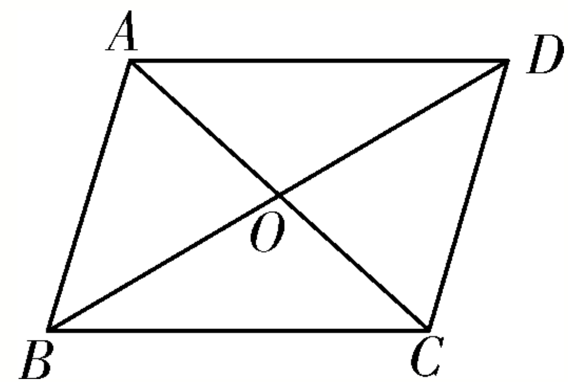


证明：

∵△ABD，△ACE，△BCF都是等边三角形，∴BD＝BA，BF＝BC，∠ABD＝∠CBF. ∴∠DBF＝∠ABC，∴△DBF≌△ABC(SAS)，∴DF＝AC. ∵AC＝AE，∴DF＝AE. 同理，AD＝EF. ∴四边形DAEF是平行四边形.

拓展提升

10．如图，在▱ABCD中，对角线AC，BD交于点O，若∠BOC＝120°，AD＝7，BD＝10，求▱ABCD的面积．(提示：过点C作CE⊥BD于E)



答案： 10. $15\sqrt{3}$

提示：作 CE⊥BD 于 E，设 OE＝x，

则 $BE^2+CE^2=BC^2$，得 $(x+5)^2+(\sqrt{3}x)^2=7^2$ 解出 $x=\frac{3}{2}$.

$S\ =2S_{\triangle BCD}=BD\times CE=15\sqrt{3}$.