第50课时　三角形中位线

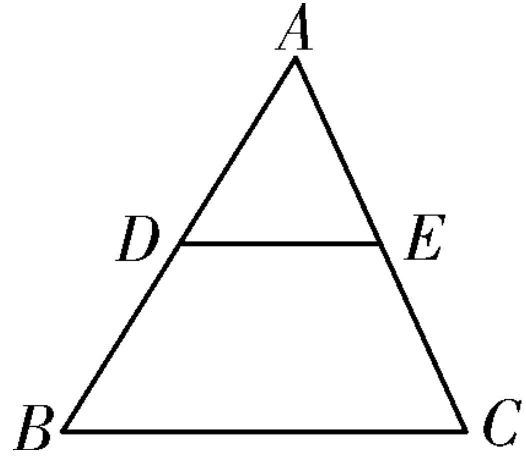
知识归纳

1．连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线．

2．定理：三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半．

典型例题

A．在△ABC中，D，E分别是边AB，AC上的中点，BC＝4，则DE＝________.



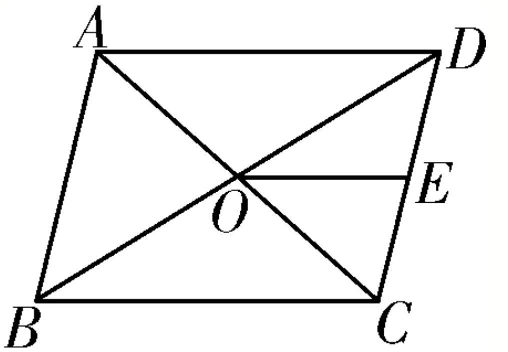
解：D，E 分别是边 AB，AC 上的中点，所以 DE 是△ABC 中位线，$DE=\frac{1}{2}BC=2$.

变式训练

1．如图所示，在平行四边形ABCD中，对角线AC，BD交于点O，OE∥BC交CD于E，若OE＝3 cm，则AD的长为(　　)

A．3 cm　　B．6 cm

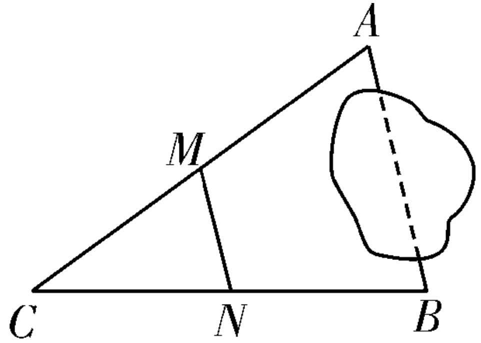
C．9 cm　　D．12 cm



答案：B

典型例题

B．如图所示，A，B两点被池塘隔开，在A，B外选一点C，连接AC和BC，并分别找出AC和BC的中点M，N，如果测得MN＝20 m，那么A，B两点间的距离是多少？



解：∵M，N分别是AC，BC的中点，

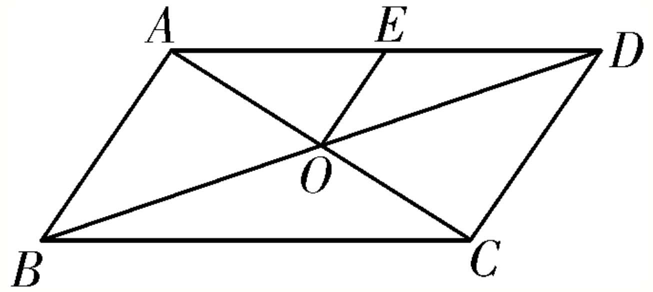
∴MN是△ABC的中位线，

∴$MN=\frac{1}{2}AB$.

∴AB＝2MN＝2×20＝40(m).

故A，B两点间的距离是40 m.

2.在平行四边形ABCD中，O是对角线AC和BD的交点，E是AD的中点，OE＝4.求AB的长



解：在平行四边形ABCD中，

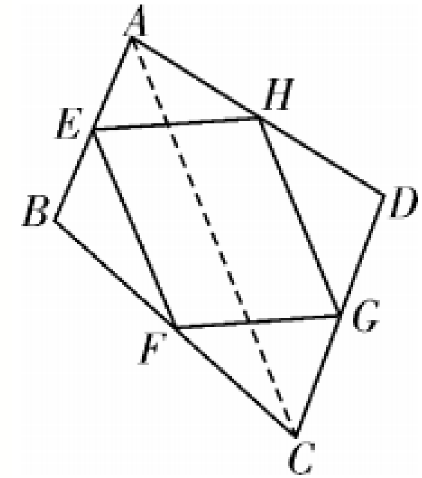
∵O，E分别为BD，AD的中点，

∴OE是△ACD的中位线.

∴AB＝CD＝2OE＝2×4＝8.

典型例题

C．如图所示，在四边形ABCD中，E，F，G，H分别是AB，BC，CD，AD的中点，则四边形EFGH是平行四边形吗？为什么？



证明：EFGH 是平行四边形，连接 AC，在△ABC 中，

∵EF 是中位线，

∴$EF \parallel \frac{1}{2}AC$ 且 $EF=\frac{1}{2}AC$.

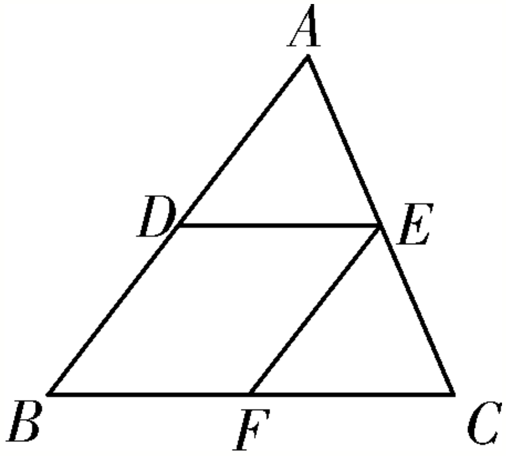
同理，$GH \parallel \frac{1}{2}AC$ 且 $GH=\frac{1}{2}AC$

∴$EF \parallel GH$ 且 $EF=GH$

∴四边形 EFGH 为平行四边形.

变式训练

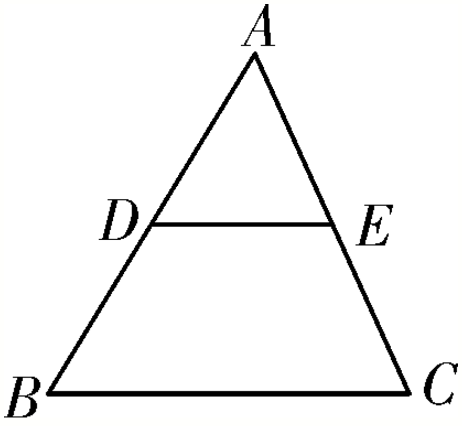
3. 在△ABC中，D，E，F分别是AB，AC，BC边上的中点．求证：四边形BFED是平行四边形．



证明略

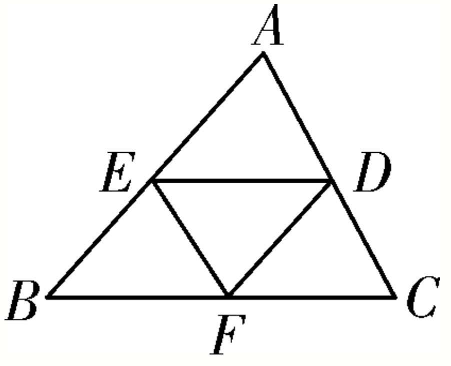
夯实基础

4．在△ABC中，D，E分别是边AB，AC上的中点，DE＝1，则BC＝__________．



答案：2

5．三角形三条边长的中点连线围成的三角形的周长为19，则原三角形的周长为________．



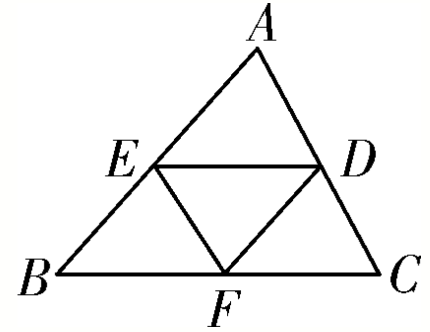
答案：38

夯实基础

6．如图所示，顺次连接△ABC各边中点D，E，F，则图中共有(　　)个平行四边形

A．1　　B．2

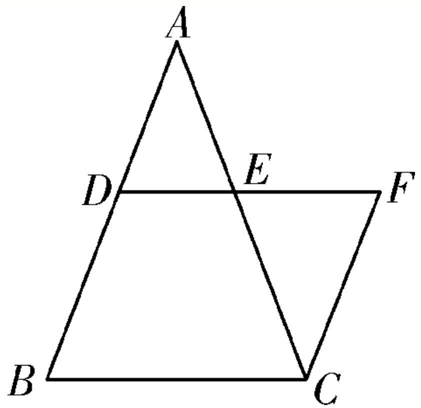
C．3　　D．4



答案：C

夯实基础

7．如图所示，已知DE为△ABC的中位线，延长DE到F，使EF＝DE. 求证：四边形BCFD为平行四边形.



证明：∵DE为△ABC的中位线，

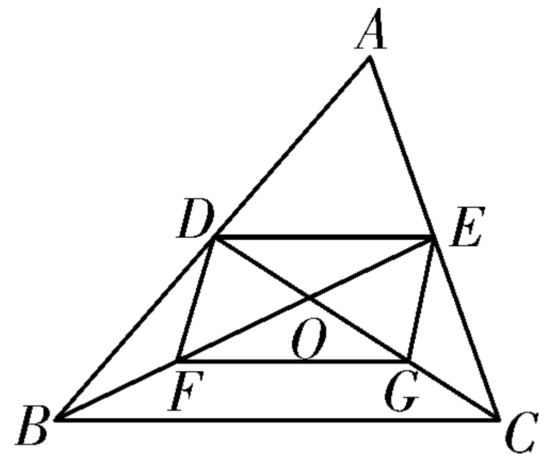
∴$DE \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}BC$.

又∵EF＝DE，∴$DF \underset{=}{\parallel} BC$.

∴四边形BCFD是平行四边形.

拓展提升

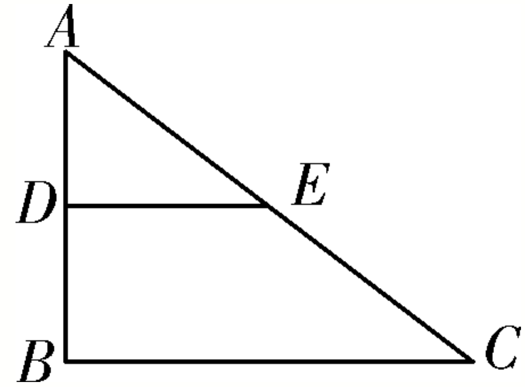
8．已知：如图所示，在△ABC中，中线BE，CD交于点O，F，G分别是OB，OC的中点．求证：四边形DFGE是平行四边形．



提示：用中位线证明 DE 綊 FG $\underset{=}{//}\frac{1}{2}$BC，所以四边形 DFGE 是平行四边形．

拓展提升

9．如图所示，Rt△ABC中，∠B＝90°，D，E分别是AB，AC的中点，DE＝6，AC＝15，求AB的长________．



解：∵D，E 分别是 AB，AC 的中点，

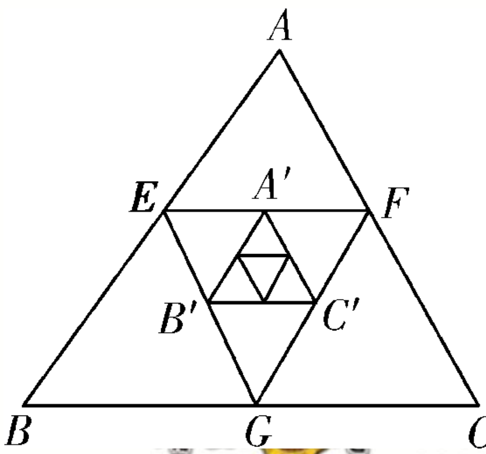
∴BC＝2DE＝12.

又∵∠B＝90°，AC＝15，

∴$AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9$.

拓展提升

10．如图所示，△ABC的周长为64，E，F，G分别为AB，AC，BC的中点，A′，B′，C′分别为EF，EG，GF的中点，△A′B′C′的周长为______．如果△ABC，△EFG，△A′B′C′分别为第1个，第2个，第3个三角形，按照上述方法继续作三角形，那么第n个三角形的周长是__________．

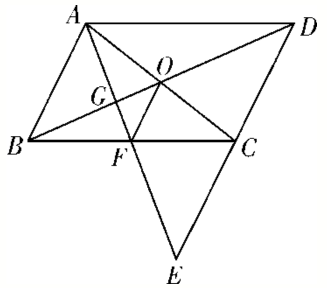


答案：16，$64\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$．

拓展提升

11．如图所示，已知E为平行四边形ABCD中DC边延长线上一点，且CE＝DC，连接AE，分别交BC，BD于点F，G，连接AC交BD于O，连接OF.

求证：(1)△ABF≌△ECF；(2)AB＝2OF.



证明：(1)∵四边形ABCD是平行四边形，∴AB∥CD，AB＝CD.又∵DC＝CE，∴AB＝CE.∵AB∥CD，∴∠BAF＝∠E，∠ABF＝∠ECF.∴△ABF≌△ECF.

(2)∵△ABF≌△ECF，∴BF＝CF.又∵四边形ABCD是平行四边形，∴AO＝CO.∴OF是△ABC的中位线，∴AB＝2OF.