第9课时 角平分线(1)

角平分线的性质及作法

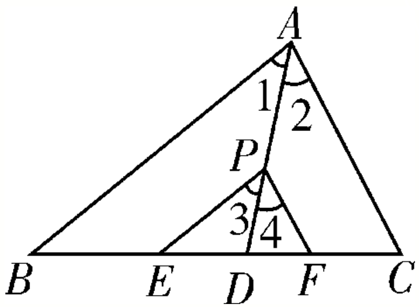
知识归纳

1．定理：角平分线上的点到这个角的两边的距离相等.

2．定理：在一个角的内部，且到角的两边距离相等的点在这个角的平分线上.

典型例题

A. 如图所示，△ABC中，AD是它的角平分线，P是AD上的一点，PE∥AB交BC于E，PF∥AC交BC于F. 求证：D到PE的距离与D到PF的距离相等.



证明：

∵AD是△ABC的角平分线

∴∠1＝∠2.

∵PE∥AB，PF∥AC，

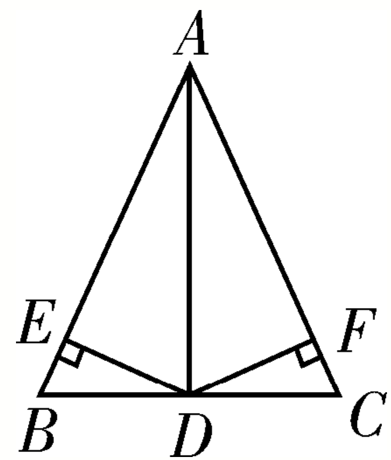
∴∠1＝∠3，∠2＝∠4

∴∠3＝∠4.

∴D到PE的距离与D到PF的距离相等.

变式训练

1. 在△ABC中，AD是它的角平分线，且BD＝CD，DE⊥AB，DF⊥AC，垂足分别为E，F. 求证：EB＝FC.



证明：∵AD是∠BAC的平分线，DE⊥AB，DF⊥AC

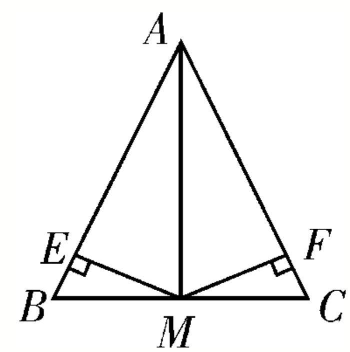
∴DE=DF，∠DEB=∠DFC=90°

在Rt△BDE和Rt△CDF中，$\begin{cases} DE=DF, \\ BD=CD, \end{cases}$

∴Rt△BDE≌Rt△CDF(HL)，∴EB=FC

典型例题

B. 如图所示，△ABC中，∠B＝∠C，M为BC的中点，ME⊥AB于E，MF⊥AC于F. 求证AM平分∠BAC.



证明: ∵M 为 BC 的中点，∴BM＝CM

∵ME⊥AB，MF⊥AC，∴∠MEB＝∠MFC＝90°

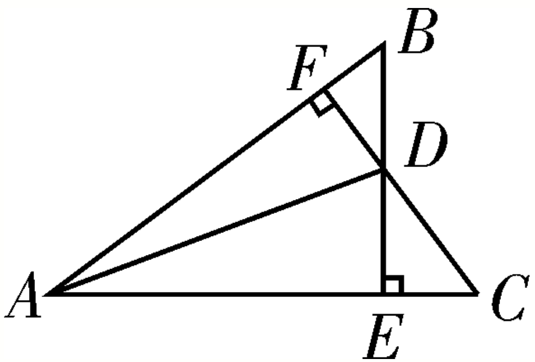
在△BEM 和△CFM 中 $\begin{cases} \angle MEB=\angle MFC, \\ \angle B=\angle C, \\ BM=CM, \end{cases}$

∴△BEM≌△CFM(AAS).　∴ME＝MF

又∵ME⊥AB，MF⊥AC，　∴AM平分∠BAC

变式训练

2. 如图所示，已知BE⊥AC于E，CF⊥AB于F，BE，CF相交于点D，若BD＝CD. 求证：AD平分∠BAC.



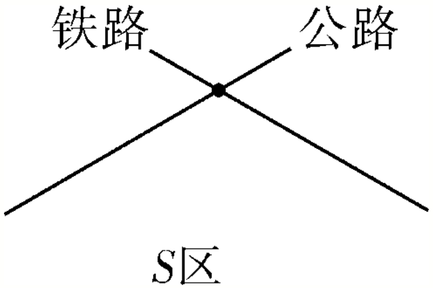
证明：在△BDF和△CDE中，$\begin{cases}\angle BFD=\angle CED=90^\circ, \\ \angle BDF=\angle CDE, \\ BD=CD,\end{cases}$

∴△BDF≌△CDE，∴DF=DE，

∴D在∠A的平分线上，∴AD平分∠BAC.

典型例题

C. 如图所示，要在S区建一个集贸市场，使它到公路、铁路距离相等，离公路与铁路交叉处500米. 这个集贸市场应建于何处(在图上标出它的位置，比例尺为1∶40 000)?

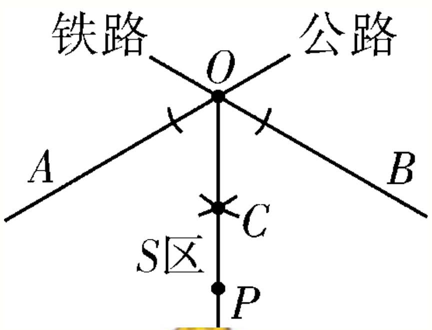


解：根据比例尺可知：

图上距离为$\frac{50\ 000}{40\ 000}$=1.25cm.

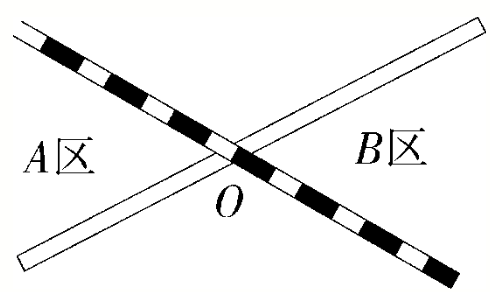
作出∠AOB的平分线OC，在射线OC上取一点P，使OP=1.25cm.

则这个集贸市场应建在点P处.



变式训练

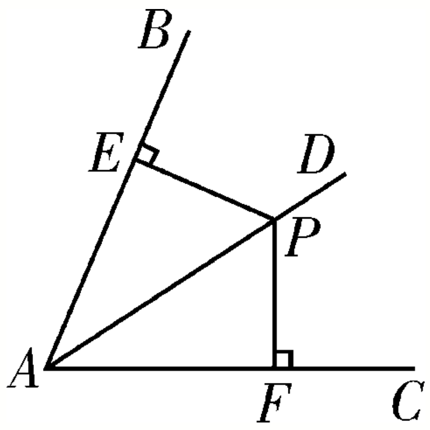
3.(用尺规作图，不写作法，只保留作图痕迹)在一次军事演习中，红方侦察员发现蓝方指挥部设在A区内，到公路、铁路的距离相等，且离公路与铁路交叉处B点700 m，如果你是红方的指挥员，请你在如图所示的作战图上标出蓝方指挥部的位置.(比例尺：1∶20 000)



答案:作A区所在公路与铁路夹角的角平分线DM，在DM上截取DN＝3.5 cm，则N点即为所求.

夯实基础

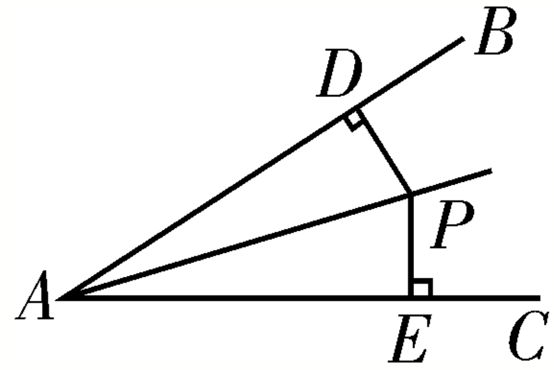
4．如图所示，AD平分∠BAC，点P在AD上，若PE⊥AB，PF⊥AC，则PE______________PF.



答案：＝

夯实基础

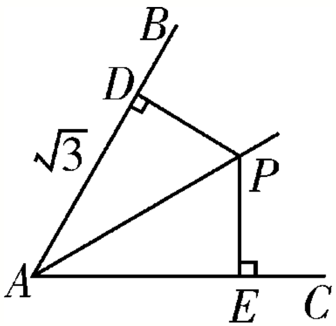
5．如图所示，PD⊥AB，PE⊥AC，且PD＝PE，连接AP，则∠BAP_______________∠CAP.



答案：＝

夯实基础

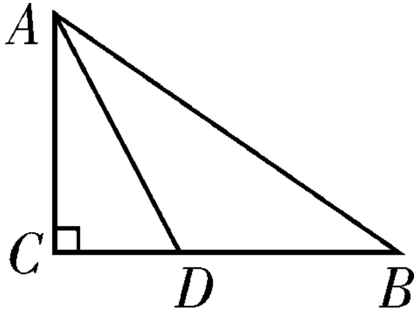
6．如图所示，$\angle BAC=60°$，AP平分$\angle BAC$，$PD\perp AB$，$PE\perp AC$，若$AD=\sqrt{3}$，则PE＝__________.



答案：1

拓展提升

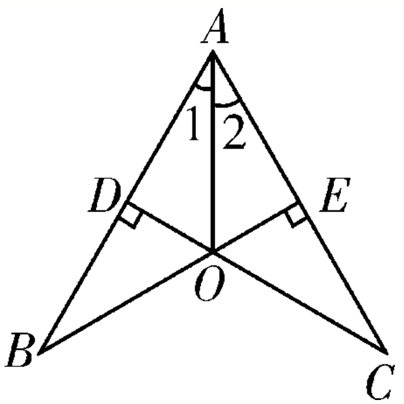
7．如图所示，在△ABC中，∠C＝90°，AD平分∠CAB，BC＝8 cm，BD＝5 cm，那么D点到直线AB的距离是________________cm.



答案：3

拓展提升

8．如图所示，CD⊥AB，BE⊥AC，垂足分别为D,E，BE,CD相交于点O，OB＝OC.求证∠1＝∠2.



证明：∵CD⊥AB，BE⊥AC，∴∠ODB＝∠OEC＝90°

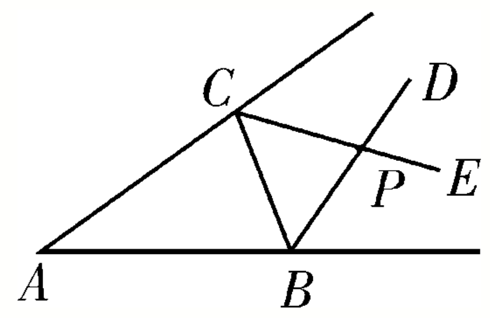
在△ODB和△OEC中，$\begin{cases} \angle ODB=\angle OEC, \\ \angle DOB=\angle EOC, \\ OB=OC, \end{cases}$

∴△ODB≌△OEC(AAS)．　∴OD＝OE，

∵OD⊥AB，OE⊥AC，∴点O在∠BAC的平分线上，即∠1＝∠2.

拓展提升

9．如图所示，△ABC中∠B的外角的平分线BD与∠C的外角的平分线CE相交于点P.求证：点P到三边AB,BC,CA所在直线的距离相等.



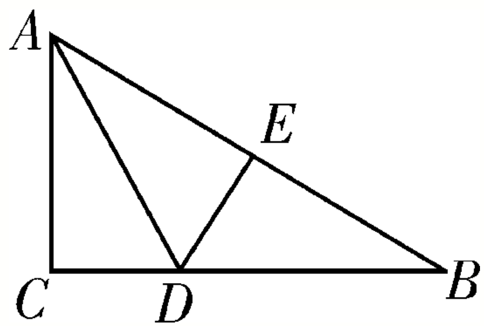
证明：过点P分别作PM⊥AB，PN⊥BC，PQ⊥AC，垂足分别为M，N，Q.∵BD是∠ABC的外角的平分线，PM⊥AB，PN⊥BC，∴PM＝PN，∵CE是∠ACB的外角的平分线，PN⊥BC，PQ⊥AC，∴PN＝PQ.∴PM＝PN＝PQ，即点P到三边AB，BC，CA所在直线的距离相等.

拓展提升

10．如图所示，Rt△ABC中，∠C＝90°，AD是角平分线，DE⊥AB于E，下列结论错误的是（　　）

A．BD＋DE＝BC　　　　B．DE平分∠ADB

C．AD平分∠EDC　　　　D．AC＋DE>AD



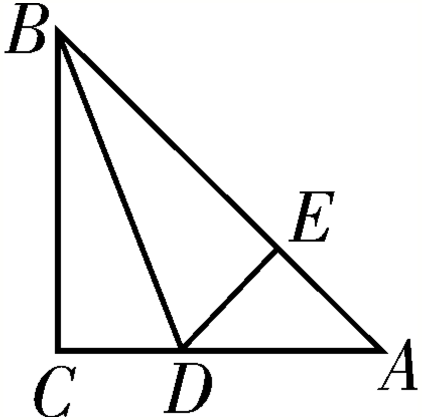
答案：B

拓展提升

11．如图所示，在△ABC中，∠C＝90°，AC＝BC，BD是角平分线，DE⊥AB，E 为垂足，若△ADE的周长等于10 cm，则AB的长是(　　)

A．8 cm　　B．9 cm

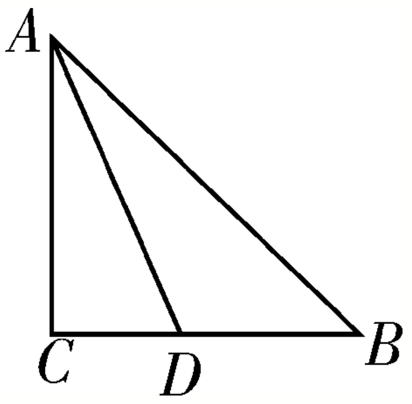
C．10 cm　　D．20 cm



答案：C

拓展提升

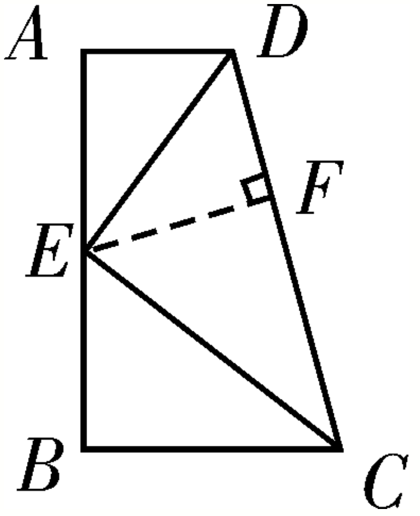
12．如图所示，△ABC中，∠C＝90°，AC＝BC，AD为∠CAB的平分线，求证：AC＋CD＝AB.



答案：作DE⊥AB于E，证CD＝BE，AC＝AE，故AC＋CD＝AB.

拓展提升

13．如图所示，AD∥BC，∠B＝90°，E是AB的中点，且DE平分∠ADC，求证：CE平分∠BCD.(提示：过点E作EF⊥CD于点F)



证明：如图，过点E作EF⊥CD于点F.∵AD∥BC，∠B＝90°，∴∠A＝90°，即EA⊥AD.∵DE平分∠ADC，EF⊥CD，∴EA＝EF.∵E是AB的中点，∴EA＝EB.∴EB＝EF，∵EF⊥CD，EB⊥BC，∴CE平分∠BCD.