

例1 计算:

$$(1) \frac{a+b}{ab} - \frac{a-b}{ab};$$

$$(2) \frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x-2};$$

$$(3) \frac{m-2n}{m+n} - \frac{4m+n}{m+n};$$

$$(4) \frac{x-3}{x+1} + \frac{x+2}{x+1} - \frac{x-1}{x+1}.$$

解: (1) $\frac{a+b}{ab} - \frac{a-b}{ab} = \frac{a+b-(a-b)}{ab} = \frac{2b}{ab} = \frac{2}{a};$

$$(2) \frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x-2} = \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2;$$

$$(3) \frac{m-2n}{m+n} - \frac{4m+n}{m+n} = \frac{m-2n-(4m+n)}{m+n}$$

$$= \frac{-3m-3n}{m+n}$$

$$= \frac{-3(m+n)}{m+n}$$

$$= -3;$$

结果要化成
最简形式哟!



例2 计算:

$$(1) \frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-x};$$

$$(2) \frac{a^2}{a-1} - \frac{1-2a}{1-a}.$$

解: (1) $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-x} = \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x-y} = \frac{x-y}{x-y} = 1;$

$$(2) \frac{a^2}{a-1} - \frac{1-2a}{1-a} = \frac{a^2}{a-1} + \frac{1-2a}{a-1} = \frac{a^2-2a+1}{a-1} = \frac{(a-1)^2}{a-1} = a-1.$$

随堂练习

1. 下列运算正确吗? 如果不正确, 请改正.

$$(1) \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{2m};$$

$$(2) \frac{a}{x-y} - \frac{a}{y-x} = 0;$$

$$(3) 1 + \frac{1}{a} = \frac{2}{a};$$

$$(4) \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} = 1.$$

2. 计算:

$$(1) \frac{2}{a} - \frac{5}{a};$$

$$(2) \frac{3b}{x} - \frac{b}{x};$$

$$(3) \frac{2a}{2a-b} + \frac{b}{b-2a}.$$

习题 5.4

知识技能

1. 计算:

$$(1) \frac{m-1}{x} + \frac{n-m}{x};$$

$$(2) \frac{1}{m} + \frac{3}{m} - \frac{5}{m}.$$

2. 计算:

$$(1) \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2+2ab}{a+b};$$

$$(2) \frac{x-2y}{2x-y} - \frac{x+y}{2x-y};$$

例3 计算:

$$(1) \frac{3}{a} + \frac{a-15}{5a}; \quad (2) \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}; \quad (3) \frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2}.$$

$$\text{解: } (1) \frac{3}{a} + \frac{a-15}{5a} = \frac{15}{5a} + \frac{a-15}{5a} = \frac{15+a-15}{5a} = \frac{a}{5a} = \frac{1}{5};$$

$$(2) \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} = \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} - \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+3-(x-3)}{x^2-9} = \frac{6}{x^2-9}$$

$$\begin{aligned} (3) \frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2} &= \frac{2a}{(a-2)(a+2)} - \frac{a+2}{(a-2)(a+2)} \\ &= \frac{2a-(a+2)}{(a-2)(a+2)} \\ &= \frac{a-2}{(a-2)(a+2)} \\ &= \frac{1}{a+2}. \end{aligned}$$

例4 小刚家和小丽家到学校的路程都是 3 km, 其中小丽走的是平路, 骑车速度是 $2v$ km/h. 小刚需要走 1 km 的上坡路、2 km 的下坡路, 在上坡路上的骑车速度为 v km/h, 在下坡路上的骑车速度为 $3v$ km/h. 那么

(1) 小刚从家到学校需要多长时间?

(2) 小刚和小丽谁在路上花费的时间少? 少用多长时间?

随堂练习

1. 将下列各分式通分:

$$(1) \frac{x-1}{3x^2}, \frac{2}{ax};$$

$$(3) \frac{1}{a^2-9}, \frac{2}{a^2+6a+9};$$

$$(2) \frac{3a}{2a-b}, -\frac{1}{b-2a};$$

$$(4) \frac{1}{x^2-4}, \frac{x}{4-2x};$$

2. 计算:

$$(1) \frac{b}{3a} + \frac{a}{2b};$$

$$(2) \frac{1}{a-1} - \frac{2}{1-a^2};$$

习题 5.5

知识技能

1. 计算:

$$(1) \frac{x}{a} + \frac{y}{b};$$

$$(3) \frac{a+b}{ab} - \frac{b+c}{bc};$$

$$(2) \frac{1}{a^2b} - \frac{b}{ab^2};$$

$$(4) \frac{3x}{(x-3)^2} - \frac{x}{3-x};$$

2. 计算:

$$(1) \frac{x}{y} - \frac{y}{x} - \frac{x^2+y^2}{xy};$$

$$(2) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-2x+1};$$

3. 用两种方法计算 $(\frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \cdot \frac{x^2-4}{x}$.

例5 计算:

$$(1) \frac{y}{xy+x} + \frac{1}{xy-x}; \quad (2) \frac{x^2}{x+1} - x + 1; \quad (3) \frac{a}{a-3} + \frac{1}{a^2-9} - \frac{a-1}{a+3}.$$

解: (1)
$$\begin{aligned} \frac{y}{xy+x} + \frac{1}{xy-x} &= \frac{y}{x(y+1)} + \frac{1}{x(y-1)} \\ &= \frac{y(y-1)}{x(y+1)(y-1)} + \frac{y+1}{x(y+1)(y-1)} \\ &= \frac{y(y-1)+y+1}{x(y+1)(y-1)} \\ &= \frac{y^2+1}{xy^2-x}; \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x+1} - x + 1 &= \frac{x^2}{x+1} - (x-1) \\ &= \frac{x^2}{x+1} - \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} \end{aligned}$$

$a - y$

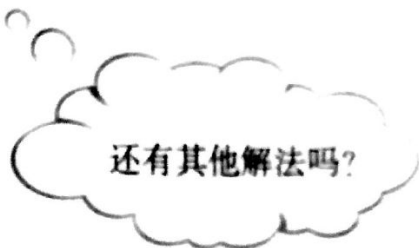
y

例6 已知 $\frac{x}{y} = 2$, 求 $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}$ 的值.

解: $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} - \frac{y^2}{x^2-y^2} = \frac{x(x+y) - y(x-y) - y^2}{x^2-y^2} = \frac{x^2}{x^2-y^2}$.

因为 $\frac{x}{y} = 2$, 即 $x = 2y$,

所以, 原式 = $\frac{(2y)^2}{(2y)^2 - y^2} = \frac{4y^2}{3y^2} = \frac{4}{3}$.



做一做

根据规划设计, 某工程队准备修建一条长 1 120 m 的盲道. 由于采用新的施工方式, 实际每天修建盲道的长度比原计划增加 10 m, 从而缩短了工期. 假设原计划每天修建盲道 x m, 那么

- (1) 原计划修建这条盲道需要多少天? 实际修建这条盲道用了多少天?
- (2) 实际修建这条盲道的工期比原计划缩短了几天?

随堂练习

1. 计算:

(1) $\frac{2}{x-1} - 1$; (2) $\frac{n-1}{m+1} - n+1$; (3) $\frac{1}{a^2-a} + \frac{a-3}{a^2-1}$.

2. 先化简, 再求值:

(1) 当 $a = \frac{1}{10}$ 时, 求 $\frac{a+1}{a^2-1} - \frac{a+1}{1-a}$ 的值;

(2) 设 $x = 3y$, 求 $\frac{4xy}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{x-y}$ 的值.

习题 5.6

知识技能

1. 计算:

(1) $\frac{2}{x-3} - \frac{6}{x^2-9}$;

(2) $1 + \frac{1}{x-3} + \frac{1-x}{3-x}$;

(3) $\frac{1}{x} - \frac{2}{3x} + \frac{x}{3x-2}$;

(4) $\frac{m}{m+n} + \frac{n}{m+n} + \frac{m^2}{n^2-m^2}$.

2. 先化简, 再求值:

(1) 已知 $r = 100$, 求 $\frac{2r+2}{r^2+2r+1} + \frac{r-1}{r+1} + r$ 的值;

(2) 设 $m = \frac{1}{5}n$, 求 $\frac{2n}{m+2n} + \frac{m}{2n-m} + \frac{4mn}{4n^2-m^2}$ 的值.

问题解决

- 一项工程, 甲单独做 a h 完成, 乙单独做 b h 完成, 甲、乙两人一起完成这项工程需要多长时间?
- 某蓄水池装有 A, B 两个进水管, 每时可分别进水 a t, b t. 若单独开放 A 进水管, p h 可将该水池注满. 如果 A, B 两个水管同时开放, 那么能提前多长时间将该蓄水池注满?

联系拓广

- ※5. 有一杯糖水的含糖量为 $\frac{a}{b}$ ($a < b$), 往杯中加入 c ($c > 0$) g 糖, 经验告诉我们现在糖水的含糖量比原来高了, 你能用所学的数学知识解释其中的道理吗?