2023年中考数学复习探究性试题汇编之实数与数轴

一．解答题（共15小题）

1．（2022秋•罗湖区校级期末）如图，MN是数轴上一条动线段，满足$MN=8$，“点A在数轴上对应的数为24”表示为$x_A=24$．

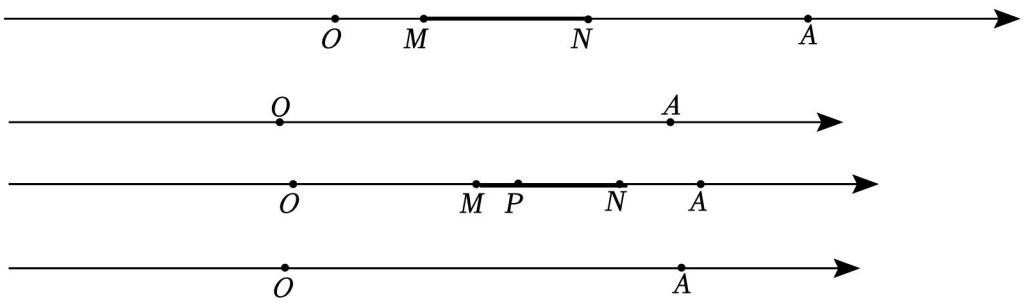
（1）若线段MN在线段OA上，且满足OM：$AN=7$：1．

①$x_N=$_____；

②点E是线段MN上一点，满足$5EN=2MA$，$x_E=$_____；

（2）如图，设$x_M=t$（$t>0$且$t\neq16$），P是数轴上一点，若$OP=2NP$，猜想NA与MP的关系，并说明理由；

（3）若点C是OM的中点，点D是ON的中点，以OM、ON、CD分别为直径的圆的周长为a、b、c，请直接写出的a、b、c关系．



2．（2022秋•东西湖区期末）数轴上有A、B、C三点，如图1，点A、B表示的数分别为m、n（$m<n$），点C在点B的右侧，$AC-AB=2$．

（1）若$m=-8$，$n=2$，点D是AC的中点．

①则点D表示的数为 _____．

②如图2，线段$EF=a$（E在F的左侧，$a>0$），线段EF从A点出发，以1个单位每秒的速度向B点运动（点F不与B点重合），点M是EC的中点，N是BF的中点，在EF运动过程中，MN的长度始终为1，求a的值；

（2）若$n-m>2$，点D是AC的中点，若$AD+3BD=4$，试求线段AB的长．

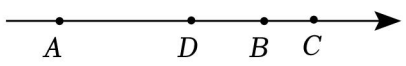


图1

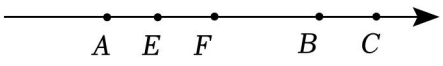


图2

备用图

3．（2022秋•兴化市期末）“数缺形时少直观，形少数时难入微”，数形结合是解决数学问题的重要思想方法．

如图，线段 AB、CD 都在数轴上，且 $AB=2$（单位长度），$CD=4$（单位长度），点 B 从 M 出发沿射线 MN 方向，以6个单位长度/秒的速度运动；同时，点 C 从 N 出发沿射线 NM 方向，以2个单位长度/秒的速度运动，在点 B、C 运动的过程中，线段 AB、CD 随之运动．已知点 M 在数轴上表示的数是 -8，点 N 在数轴上表示的数是16．

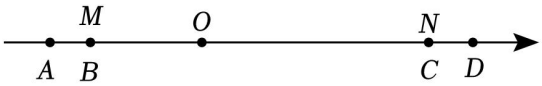
（1）如图，当点 B、C 分别与点 M、N 重合时，则点 A 在数轴上表示的数是 _____，点 D 在数轴上表示的数是 _____．

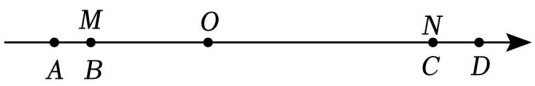
（2）运动 t 秒后．

①点 A 在数轴上对应的数为 _____，点 D 在数轴上对应的数为 _____（用含 t 的代数式表示）．

②当运动到 $BC=8$（单位长度）时，求出此时点 B 在数轴上表示的数．

（3）若点 P 是线段 AB 上的任意一点，在整个运动过程中，是否存在 $PA+PC+PB+PD$ 的值为定值？若存在，求出该定值以及定值所持续的时间；若不存在，请说明理由．





备用图

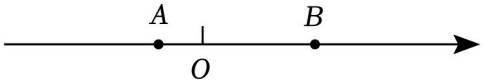
4．（2022秋•泉港区期末）如图，已知点 O 为数轴的原点，点 A、B、C、D 在数轴上，其中 A、B 两点对应的数分别为 -1、3．

（1）填空：线段 AB 的长度 $AB=$_____；

（2）若点 A 是 BC 的中点，点 D 在点 A 的右侧，且 $OD=AC$，点 P 在线段 CD 上运动．问：该数轴上是否存在一条线段，当 P 点在这条线段上运动时，$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而没有发生变化？

（3）若点 P 以1个单位/秒的速度从点 O 向右运动，同时点 E 从点 A 以5个单位/秒的速

度向左运动、点 F 从点 B 以 20 个单位/秒的速度向右运动，M、N 分点别是 PE、OF 的中点．点 P、E、F 的运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$的值是否发生变化？请说明理由．

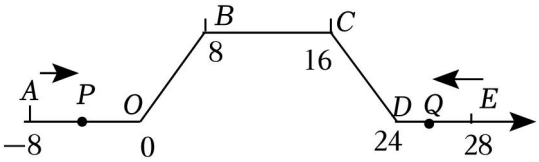


5．（2023•五华县校级开学）如图将一条数轴在原点 O，点 B，点 C，点 D 处各折一下，得到一条“折线数轴”．图中点 A 表示 -8，点 B 表示 8，点 C 表示 16，点 D 表示 24，点 E 表示 28，我们称点 A 和点 E 在数轴上相距 36 个长度单位．动点 P 从点 A 出发，以 4 单位/秒的速度沿着“折线数轴”的正方向运动，同时，动点 Q 从点 E 出发，以 2 单位/秒的速度沿着数轴的负方向运动，两点上坡时速度均变为初始速度的一半，下坡时速度均变为初始速度的两倍，平地则保持初始速度不变．当点 P 运动至点 E 时则两点停止运动，设运动的时间为 t 秒．问：

（1）动点 P 从点 A 运动至 E 点需要 _____秒，此时点 Q 对应的点是 _____；

（2）P，Q 两点在点 M 处相遇，求出相遇点 M 所对应的数是多少？

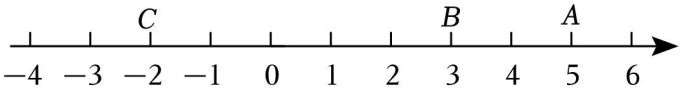
（3）求当 t 为何值时，P，B 两点在数轴上相距的长度与 Q，D 两点在数轴上相距的长度相等．



6．（2022 秋•宁波期末）【背景知识】数轴是初中数学的一个重要工具，利用数轴可以将数与形完美结合．研究数轴时，我们发现有许多重要的规律：若数轴上点 A，B 表示的数分别为 a，b，则 A，B 两点之间的距离 $AB=|a-b|$，线段 AB 的中点表示的数为$\frac{a+b}{2}$．

【知识应用】

如图，在数轴上，点 A 表示的数为 5，点 B 表示的数为 3，点 C 表示的数为 -2，点 P 从点 C 出发，以每秒 2 个单位沿数轴向右匀速运动．设运动时间为 t 秒 $t>0$，根据以上信息，回答下列问题：



（1）填空：

①A，C 两点之间的距离 $AC=$_____，线段 BC 的中点表示的数为 _____．

②用含 t 的代数式表示：t 秒后点 P 表示的数为 _____．

（2）若点 M 为 PA 的中点，当 t 为何值时，$MB=\frac{1}{2}$.

【拓展提升】

（3）在数轴上，点 D 表示的数为 9，点 E 表示的数为 6，点 F 表示的数为﹣4，点 G 从点 D，点 H 从点 E 同时出发，分别以每秒 1 个单位长度和每秒 2 个单位长度的速度沿数轴的负方向运动，且当它们各自到达点 F 时停止运动，设运动时间为 t 秒，线段 GH 的中点为点 K，当 t 为何值时，$HK=3$.

7.（2022 秋•尤溪县期末）已知数轴上两点 A、B 对应的数分别为﹣6、4，点 P 为数轴上一动点.

（1）若点 P 到点 A、点 B 的距离相等，求点 P 对应的数；

（2）数轴上是否存在点 P，使点 P 到点 A、点 B 的距离之和为 18？若存在，请求出点 P 所表示的数；若不存在，说明理由；

（3）现在点 A 以 3 个单位长度/秒的速度向右运动，点 B 以 1 个单位长度/秒的速度向左运动，点 P 以 2 个单位长度/秒的速度从 O 点向右运动．点 A、B、P 三点同时运动，当点 A 与点 B 之间的距离为 4 个单位长度时，求点 P 所对应的数是多少？

8.（2022 秋•福田区校级期末）已知 $(a+12)^2+|b-13|=0$，$c=|-7|$，且 a、b、c 分别是点 A、B、C 在数轴上对应的数.

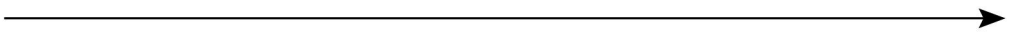
（1）$a=$_____，$c=$_____；

（2）若动点 P 从点 A 出发沿数轴正方向运动，动点 Q 同时从点 B 出发也沿数轴正方向运动，点 P 的速度是每秒 3 个单位长度，点 Q 的速度是每秒 2 个单位长度，设运动的时间为 t 秒（$t>0$），

①用含 t 的式子表示：t 秒后，点 P 表示的数为 _____，点 Q 表示的数为 _____；

②当 $PQ=6$ 时，求 t 的值.

（3）在（2）的条件下，P、Q 出发的同时，动点 M 从点 C 出发沿数轴正方向运动，速度为每秒 5 个单位长度，点 M 追上点 Q 后立即返回沿数轴负方向运动．求点 M 追上点 Q 后再经过几秒，$MQ=2MP$？



备用图

9.（2022 秋•铁西区校级期末）如图，已知数轴上 A，B 两点对应的数分别为 a，b，线段

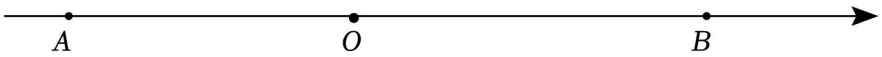
$AB=14$，其中 b 是方程 $2x-1=15$ 解．动点 M 从点 A 出发，以每秒 1 个单位的速度，沿线段 AB 向终点 B 运动，同时，另一个动点 N 从点 B 出发，以每秒 3 个单位的速度在线段 AB 上来回运动（从点 B 向点 A 运动，到达点 A 后，立即原速返回，再次到达 B 点后立即调头向点 A 运动．）当点 M 到达 B 点时，M，N 两点都停止运动．设点 M 运动时间为 x．

（1）$a=$_____，$b=$_____．

（2）经过多长时间 M，N 两点第一次相遇？（用一元一次方程解答）

（3）当 $x=5$ 时，点 N 在数轴上对应的数为 _____；线段 MN 的长为 _____．

（4）是否存在某一时刻，使点 N 恰好落在线段 AM 的中点上？若存在，请直接写出所有满足条件的 x 的值．



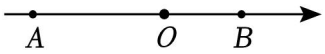
10．（2022 秋•合川区校级期末）如图，数轴上点 A，B 分别表示数 a，b，其中 $a<0$，$b>0$．

（1）若 $a=-7$，$b=3$，求线段 AB 的长度及线段 AB 的中点 C 表示的数 c；

（2）该数轴上有另一点 D 表示数 d．

①若 $d=2$，点 D 在点 B 的左侧，且 $AB=5BD$．求整式 $2a+8b+2023$ 的值；

②若 $d=-2$，且 $AB=5BD$，能否求整式 $2a+8b+2023$ 的值？若能，求出该值；若不能，说明理由．



11．（2022 秋•西城区期末）已知点 A，B，C，D 在数轴上，它们表示的数分别是 a，b，c，d，且 $a<b<c<d$，$AB=1$，$BC=m+3$，$CD=m+4$（其中 $m>0$）．

（1）若 $m=5$，a 为任意的整数．

①用含 a 的式子表示 c；

②试说明 $a+b+c+d$ 一定能被 4 整除；

（2）若 $abcd>0$，且 a，b，c，d 中有两个数的和与 $a+b+c+d$ 相等．

①有如下四个结论：

（A）原点 O 可能与点 B 重合；

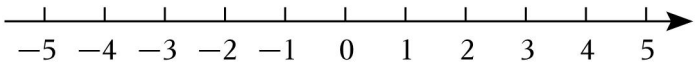
（B）原点 O 不可能在点 D 的右侧；

（C）原点 O 可能是线段 AD 的中点；

（D）原点 O 可能是线段 BC 的中点．其中所有正确的结论是 _____．（填选项字母即可）

②用含 m 的式子表示 a，并直接写出结果．

12．（2022 秋•密云区期末）已知点 O 是数轴的原点，点 A、B、M 分别是数轴上的三个动点（点 A 在点 B 的左侧），且 $AM=BM$，将点 A，B，M 表示的数分别记作 a，b，m．



备用图

（1）当 $a=-1$，$b=3$ 时，直接写出 m 的值；

（2）当 $m=2$ 时，计算 $a+b$ 的值；

（3）若 $b=6$，$BM=2OM$，求 a 的值．

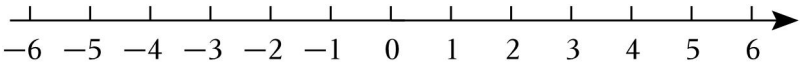
13．（2022 秋•莱州市期末）【知识回顾】我们知道：数轴上某点表示的数是 5，此点向右平移 2 个单位长度，表示的数是 7；此点向左平移 2 个单位长度，表示的数是 3．

【问题解决】（1）若数轴上点 A 表示的数是 -3，则在数轴上距离 A 点 5 个单位长度的点表示的数是 _____．

（2）若数轴上对应点 A 表示数 a，点 A 向右平移 5 个单位后的对应点表示的数就是 _____，A 点向左平移 2 个单位后的对应点表示的数是 _____．（用字母 a 表示）

（3）假如在数轴上有两个点 M，N，两点表示的数是 -2，6，这二点同时出发，M 以每秒 2 个单位向左平移，N 以每秒 4 个单位向左平移，平移后，经过 t 秒后，M 和 N 两点表示的数是 _____和 _____．（用字母 t 表示）

（4）在（3）条件下，当 t 为何值时，N 点追上 M 点．



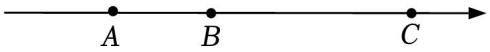
14．（2022 秋•武侯区校级期末）已知 b 是最小的正整数，a，b 满足 $(c-5)^2+|a+b|=0$，且 a，b，c 分别对应数轴上的点 A，B，C．

（1）请直接写出 a，b，c 的值：$a=$_____，$b=$_____，$c=$_____．

（2）若点 P 为一动点，从点 A 出发以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，则点 P 运动几秒后，点 P 到点 A 的距离是点 P 到点 C 的距离的 2 倍？

（3）点 A 以每秒 1 个单位长度的速度向左运动，同时点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 5 个单位长度的速度向右运动．点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC，点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB．假设运动时间为 ts，$BC-AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而改变？

若变化，请说明理由；若不变，请求其值．



15．（2022秋•通川区期末）如图，数轴上点 M，N 对应的实数分别为 -6 和 8，数轴上一条线段 AB 从点 M 出发（刚开始点 A 与点 M 重合），以每秒 1 个单位的速度沿数轴在 M，N 之间往返运动（点 B 到达点 N 立刻返回），线段 $AB=2$，设线段 AB 的运动时间为 t 秒．

（1）如图 1，当 $t=2$ 时，求出点 A 对应的有理数和点 B 与点 N 之间的距离；

（2）如图 2，当线段 AB 从点 M 出发时，在数轴上的线段 CD 从点 N 出发（D 在 C 点的右侧，刚开始点 D 与点 N 重合），以每秒 2 个单位的速度沿数轴在 N，M 之间往返运动（点 C 到达点 M 立刻返回），$CD=4$，点 P 为线段 AB 的中点，点 Q 为线段 CD 的中点．

①当 P 点第一次到达原点 O 之前，若点 P、点 Q 到数轴原点的距离恰好相等，求 t 的值；

②我们把数轴上的整数对应的点称为“整点”，当 P，Q 两点第一次在整点处重合时，请求出此时点 C 对应的数．

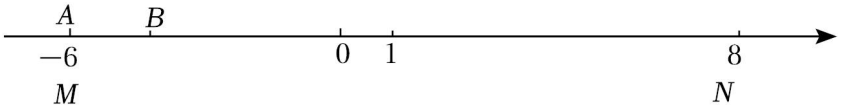


图1

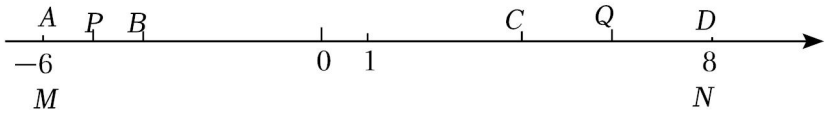


图2

2023年中考数学复习探究性试题汇编之实数与数轴

参考答案与试题解析

一．解答题（共15小题）

1．（2022秋•罗湖区校级期末）如图，MN是数轴上一条动线段，满足$MN=8$，“点A在数轴上对应的数为24”表示为$x_A=24$．

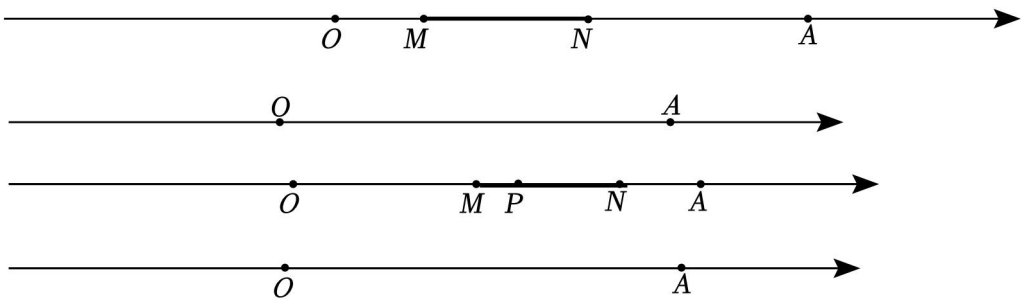
（1）若线段MN在线段OA上，且满足OM：$AN=7$：1．

①$x_N=$__22__；

②点E是线段MN上一点，满足$5EN=2MA$，$x_E=$__18__；

（2）如图，设$x_M=t$（$t>0$且$t\neq16$），P是数轴上一点，若$OP=2NP$，猜想NA与MP的关系，并说明理由；

（3）若点C是OM的中点，点D是ON的中点，以OM、ON、CD分别为直径的圆的周长为a、b、c，请直接写出的a、b、c关系．



【考点】规律型：数字的变化类；数轴．

【专题】动点型；运算能力；应用意识．

【分析】（1）①根据题意得$OA=OM+MN+AN=24$，$MN=8$，则$OM+ON=16$，根据比例关系可求得$OM=14$，$AN=2$，以此即可求解；

②设点E在数轴上对应的数为x，根据$5EN=2MA$列出方程求解即可；

（2）由题意可得$x_N=t+8$，根据$OP=2NP$得$x_P=\frac{2}{3}(t+8)$，$MP=|\frac{2}{3}(t+8)-t|=|\frac{16-t}{3}|$，则$NA=|t+8-24|=|t-16|$，以此即可求解；

（3）根据题可得$OC=\frac{1}{2}OM$，$OD=\frac{1}{2}ON$，$ON=OM+MN=OM+8$，$CD=OD-OC=\frac{1}{2}ON-\frac{1}{2}OM=\frac{1}{2}MN=4$，再分别表示出以$OM$、$ON$、$CD$分别为直径的圆的周长，以此即可求解．

【解答】解：（1）①∵$OA=OM+MN+AN=24$，$MN=8$，

∴$OM+ON=16$，

∵OM：$AN=7$：1，

∴$OM=14$，$AN=2$，

∴$ON=OM+MN=14+8=22$，

∴$x_N=22$；

故答案为：22；

②设点 E 在数轴上对应的数为 x，

则 $EN=22-x$，$MA=MN+AN=10$，

∵$5EN=2MA$，

∴$5(22-x)=2\times10$，

解得：$x=18$，

∴$x_E=18$；

故答案为：18；

（2）猜想：$NA=3MP$，理由如下：

∵$x_M=t$，$MN=8$，

∴$x_N=t+8$，

∵$OP=2NP$，$x_M=t$，

∴$x_P=\frac{2}{3}(t+8)$，$MP=|\frac{2}{3}(t+8)-t|=|\frac{16-t}{3}|$，

∵$x_A=24$，$x_N=t+8$，

∴$NA=|t+8-24|=|t-16|$，

∵$t\neq16$，

∴$\frac{MP}{NA}=\frac{|\frac{16-t}{3}|}{|t-16|}=\frac{1}{3}$，

∴$NA=3MP$；

（3）∵点 C 是 OM 的中点，点 D 是 ON 的中点，

∴$OC=\frac{1}{2}OM$，$OD=\frac{1}{2}ON$，

∴$ON-OM=MN=8$，

∴$CD=OD-OC=\frac{1}{2}ON-\frac{1}{2}OM=\frac{1}{2}MN=4$，

∴$ON=OM+MN=OM+8$，

∴以 OM 为直径的圆的周长为 $a=\pi d=\pi\times OM$，

以 ON 为直径的圆的周长为 $b=\pi d=\pi\times(OM+8)$，

以 CD 为直径的圆的周长为 $c=\pi d=4\pi$，

∴$b=a+2c$．

【点评】本题主要考查数轴上的动点问题、一元一次方程的应用，整式的加减，理解题意，利用方程解决问题是解题关键．

2．（2022 秋•东西湖区期末）数轴上有 A、B、C 三点，如图 1，点 A、B 表示的数分别为 m、n（$m<n$），点 C 在点 B 的右侧，$AC-AB=2$．

（1）若 $m=-8$，$n=2$，点 D 是 AC 的中点．

①则点 D 表示的数为 __-2__．

②如图 2，线段 $EF=a$（E 在 F 的左侧，$a>0$），线段 EF 从 A 点出发，以 1 个单位每秒的速度向 B 点运动（点 F 不与 B 点重合），点 M 是 EC 的中点，N 是 BF 的中点，在 EF 运动过程中，MN 的长度始终为 1，求 a 的值；

（2）若 $n-m>2$，点 D 是 AC 的中点，若 $AD+3BD=4$，试求线段 AB 的长．

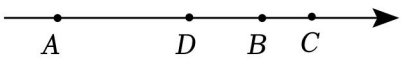


图1

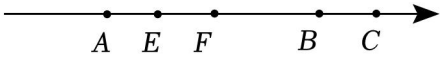
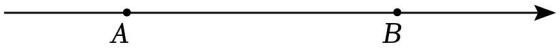


图2



备用图

【考点】数轴．

【专题】实数；一次方程（组）及应用；运算能力．

【分析】（1）①利用数轴上的点对应 的数字和线段中点的定义解答即可；

②分别表示出点 E，F 对应的数字，再利用中点的定义得到点 M，N 对应的数字，利用 $MN=1$ 列出方程，解方程即可得出结论；

（2）设点 C 对应的数字为 c，点 D 对应的是为 d，利用 m，n 和中点的定义求得点 D 对应的数字，进而得到 AD，BD 的值，利用已知条件列出关于 $n-m$ 的方程，解方程即可

得出结论．

【解答】解：（1）①∵$m=-8$，$n=2$，

∴$AB=2-(-8)=10$．

∵$AC-AB=2$，

∴$AC=12$，

∴点 C 对应的数字为 4，

∵点 D 是 AC 的中点，

∴$CD=\frac{1}{2}AC=6$，

设点 D 表示的数为 x，

∴$4-x=6$，

∴$x=-2$．

∴点 D 表示的数为 -2．

故答案为：-2；

②设 EF 运动的时间为 t 秒，

则点 E 对应的数字为 $t-8$，点 F 对应的数字为 $t-8+a$，

∵点 M 是 EC 的中点，N 是 BF 的中点，

∴点 M 对应的数字为$\frac{t-8+4}{2}=\frac{t-4}{2}$，点 N 对应的数字为$\frac{t-8+a+2}{2}=\frac{t-6+a}{2}$，

∵$MN=1$，

∴$\left|\frac{t-4}{2}-\frac{t-6+a}{2}\right|=1$．

解得：$a=0$ 或 $a=4$，

∵$a>0$，

∴$a=4$；

（2）设点 C 对应的数字为 c，点 D 对应的是为 d，

∵点 A、B 表示的数分别为 m、n（$m<n$），点 C 在点 B 的右侧，$AC-AB=2$，

∴$c=n+2$，$AB=n-m$．

∵点 D 是 AC 的中点，

∴$d=\frac{m+n+2}{2}$，

∴$AD=\frac{m+n+2}{2}-m=\frac{n+2-m}{2}$，$BD=n-\frac{m+n+2}{2}=\frac{n-m-2}{2}$，

∵$AD+3BD=4$，

∴$\frac{n-m+2}{2}+3\times\frac{n-m-2}{2}=4$，

解得：$n-m=3$．

∴$AB=3$．

【点评】本题主要考查了数轴的简单应用，线段中点的定义，利用点在数轴上对应的数字表示出相应线段的长度是解题的关键．

3．（2022秋•兴化市期末）“数缺形时少直观，形少数时难入微”，数形结合是解决数学问题的重要思想方法．

如图，线段 AB、CD 都在数轴上，且 $AB=2$（单位长度），$CD=4$（单位长度），点 B 从 M 出发沿射线 MN 方向，以 6 个单位长度/秒的速度运动；同时，点 C 从 N 出发沿射线 NM 方向，以 2 个单位长度/秒的速度运动，在点 B、C 运动的过程中，线段 AB、CD 随之运动．已知点 M 在数轴上表示的数是 -8，点 N 在数轴上表示的数是 16．

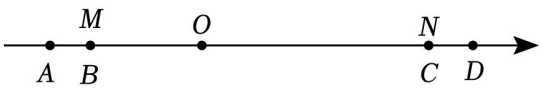
（1）如图，当点 B、C 分别与点 M、N 重合时，则点 A 在数轴上表示的数是 __-10__，点 D 在数轴上表示的数是 __20__．

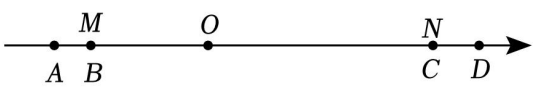
（2）运动 t 秒后．

①点 A 在数轴上对应的数为 __$-10+6t$__，点 D 在数轴上对应的数为 __$20-2t$__（用含 t 的代数式表示）．

②当运动到 $BC=8$（单位长度）时，求出此时点 B 在数轴上表示的数．

（3）若点 P 是线段 AB 上的任意一点，在整个运动过程中，是否存在 $PA+PC+PB+PD$ 的值为定值？若存在，求出该定值以及定值所持续的时间；若不存在，请说明理由．





备用图

【考点】一元一次方程的应用；数轴；列代数式．

【专题】数形结合；一次方程（组）及应用；运算能力；应用意识．

【分析】（1）根据题意可得点 B 表示的数为 -8，点 C 表示的数为 16，再结合 AB、CD 的距离即可求解；

（2）①由题意可得点 A 运动的速度等于点 B 运动的速度，点 D 运动的速度等于点 C 运

动的速度，以此即可解答；

②根据数轴上两点间的距离公式列出方程，求解即可；

（3）当线段 AB 的端点均在线段 CD 上时，存在定值，此时 $PA+PC+PB+PD=AB+CD=2+4=6$，设持续时间为 a 秒，则 $6a+2+2a=4$，求解即可．

【解答】解：（1）当点 B、C 分别与点 M、N 重合时，

∴点 B 表示的数为﹣8，点 C 表示的数为 16，

∵$AB=2$（单位长度），$CD=4$（单位长度），

∴点 A 表示的数为﹣10，点 D 表示的数为 20；

故答案为：﹣10，20；

（2）①∵点 B、C 运动的过程中，线段 AB、CD 随之运动，

∴点 A 运动的速度等于点 B 运动的速度，点 D 运动的速度等于点 C 运动的速度，

∴点 A 表示的数为 $-10+6t$，点 D 表示的数为 $20-2t$；

故答案为：$-10+6t$，$20-2t$；

②运动 t 秒后，点 B 表示的数为 $-8+6t$，点 C 表示的数为 $16-2t$，

∵$BC=8$（单位长度），

∴$|16-2t-(-8+6t)|=8$，

解得：$t=2$ 或 4，

当 $t=2$ 时，$-8+6t=4$，

当 $t=4$ 时，$-8+6t=16$，

∴当运动到 $BC=8$（单位长度）时，点 B 在数轴上表示的数为 4 或 16；

③存在，定值为 $2+4=6$，

当线段 AB 的端点均在线段 CD 上时，存在定值，

此时 $PA+PC+PB+PD=AB+CD=2+4=6$，

设持续时间为 a 秒，

则 $6a+2+2a=4$，

解得：$a=\frac{1}{4}$，

∴存在 $PA+PB+PC+PD$ 的值为定值 6，定值持续的时间为$\frac{1}{4}$秒．

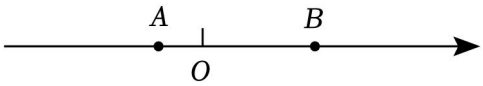
【点评】本题主要考查一元一次方程的应用、两点间的距离、列代数式等知识点，理解题意，利用数形结合思想答题时解题关键．

4．（2022秋•泉港区期末）如图，已知点 O 为数轴的原点，点 A、B、C、D 在数轴上，其中 A、B 两点对应的数分别为﹣1、3．

（1）填空：线段 AB 的长度 AB＝__4__；

（2）若点 A 是 BC 的中点，点 D 在点 A 的右侧，且 $OD=AC$，点 P 在线段 CD 上运动．问：该数轴上是否存在一条线段，当 P 点在这条线段上运动时，$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而没有发生变化？

（3）若点 P 以1个单位/秒的速度从点 O 向右运动，同时点 E 从点 A 以5个单位/秒的速度向左运动、点 F 从点 B 以20个单位/秒的速度向右运动，M、N 分点别是 PE、OF 的中点．点 P、E、F 的运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$的值是否发生变化？请说明理由．



【考点】数轴．

【专题】实数；整式；运算能力．

【分析】（1）利用 A、B 两点对应的数字求得 OA，OB 的值，则 $AB=OA+OB$；

（2）利用线段中点的定义求得点 C 对应的数字，设 P 点对应的数为 x，利用分类讨论的思想方法分别用 P，A，B 对应的数字表示出 PA，PB 的长度，通过计算 $PA+PB$ 即可得出结论；

（3）分别用含 t 的代数式表示出线段 EF，OP，MN，通过计算即可得出结论．

【解答】解：（1）∵A、B 两点对应的数分别为﹣1、3，

∴$OA=1$，$OB=3$，

∴$AB=OA+OB=4$．

故答案为：4；

（2）数轴上存在一条线段，当 P 点在这条线段上运动时，$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而没有发生变化．理由：

A、B 两点对应的数分别为﹣1、3，

∴$OA=1$，$OB=3$，

∵点 A 是 BC 的中点，

∴$AC=AB=4$．

∴$OC=AC+OA=5$，

∴C 点对应的数为﹣5．

又∵$OD=AC$，点 D 在点 A 的右侧，

∴D 点对应的数为 4．

设 P 点对应的数为 x，

①P 点在射线 CA 上时，$PA=-1-x$，$PB=3-x$，

∴$PA+PB=-1-x+(3-x)=2-2x$，

∴$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而发生变化；

②P 点在线段 AB 上时，$PA=x-(-1)=x+1$，$PB=3-x$，

∴$PA+PB=x+1+(3-x)=4$，

∴$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动没有发生变化；

③P 点在射线 BD 上时，$PA=x-(-1)=x+1$，$PB=x-3$，

∴$PA+PB=x+1+(x-3)=2x-2$，

∴$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而发生变化．

综上，P 点在线段 AB 上时，$PA+PB$ 的值没有发生变化，

∴数轴上存在一条线段，当 P 点在这条线段上运动时，$PA+PB$ 的值随着点 P 的运动而没有发生变化；

（3）在运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$的值不发生变化．理由：

设运动时间为 t 分钟，则 $OP=t$，$OE=5t+1$，$OF=20t+3$，

∴$EF=OE+OF=25t+4$，

∵M、N 分别是 PE、OF 的中点，

∴$EM=PM=\frac{1}{2}PE=\frac{1}{2}(OP+OE)=3t+\frac{1}{2}$，$ON=\frac{1}{2}OF=10t+\frac{3}{2}$，

∴$OM=OE-EM=5t+1-(3t+\frac{1}{2})=2t+\frac{1}{2}$，

∴$MN=OM+ON=12t+2$，

∴$\frac{EF-OP}{MN}=\frac{25t+4-t}{12t+2}=2$．

∴在运动过程中，$\frac{EF-OP}{MN}$的值不发生变化．

【点评】本题主要考查了实数与数轴的应用，数轴上点与数字的关系，中点的意义，利用点对应的数字表示出相应线段的长度是解题的关键．

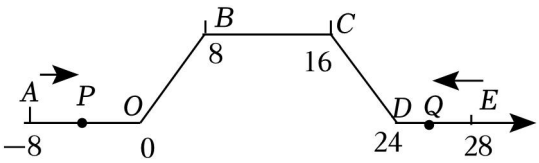
5．（2023•五华县校级开学）如图将一条数轴在原点 O，点 B，点 C，点 D 处各折一下，得到一条“折线数轴”．图中点 A 表示 -8，点 B 表示 8，点 C 表示 16，点 D 表示 24，点 E

表示 28，我们称点 A 和点 E 在数轴上相距 36 个长度单位．动点 P 从点 A 出发，以 4 单位/秒的速度沿着“折线数轴”的正方向运动，同时，动点 Q 从点 E 出发，以 2 单位/秒的速度沿着数轴的负方向运动，两点上坡时速度均变为初始速度的一半，下坡时速度均变为初始速度的两倍，平地则保持初始速度不变．当点 P 运动至点 E 时则两点停止运动，设运动的时间为 t 秒．问：

（1）动点 P 从点 A 运动至 E 点需要 __10__ 秒，此时点 Q 对应的点是 __C__；

（2）P，Q 两点在点 M 处相遇，求出相遇点 M 所对应的数是多少？

（3）求当 t 为何值时，P，B 两点在数轴上相距的长度与 Q，D 两点在数轴上相距的长度相等．



【考点】一元一次方程的应用；数轴．

【专题】分类讨论；运算能力；应用意识．

【分析】（1）根据点 P 在各段的运动速度结合公式：时间＝路程÷速度即可得到动点 P 从点 A 运动至 E 点需要的时间，分析点 Q 在每段上运动需要的时间即可解答；

（2）分析可知当动点 P 到达点 C 时，点 Q 与点 C 的距离 8﹣6＝2，再求出两点相遇所用时间，最后计算出点 M 所对应的数即可；

（3）根据题意可分情况讨论：①当点 P 在 OA 段时，点 Q 在 DE 段，此时 PB 大于 8，QD 小于 4，不符合题意；②当点 P 在 OB 段时，点 Q 在 CD 段，根据 $PB=QD$ 列出方程并求解；③当点 P 在 BC 段时，点 Q 在 CD 段，根据 $PB=QD$ 列出方程并求解；④当点 P 在 CD 段或 DE 段时，PB 大于 8，QD 小于 8，不符合题意．

【解答】解：（1）由题意可知，动点 P 在 AO、BC、DE 段的速度均为 4 单位/秒，在 OB 段的速度为 2 单位/秒，在 CD 段的速度为 8 单位/秒，

$AO=OB=BC=CD=8$，$DE=4$，

∴动点 P 从点 A 运动至 E 点需要的时间为 $t=8\div4+8\div2+8\div4+8\div8+4\div4=2+4+2+1+1=10$（秒），

∵动点 Q 从点 E 出发，以 2 单位/秒的速度沿着数轴的负方向运动，在 DE 段的速度为 2 单位/秒，CD 段的速度为 1 单位/秒，

∴动点 Q 从点 E 运动到点 D 需要 $4\div2=2$（秒），从点 D 运动到点 C 需要 $8\div1=8$（秒），

∴此时点 Q 对应的点是 C；

故答案为：10，C；

（2）由（1）可知，P，Q 两点在 M 处相遇时，点 M 在 C﹣D﹣E 段，

动点 P 由点 A 到点 C 点用时为 8÷4+8÷2+8÷4＝8（秒），

动点 Q 从点 E 到点 D 用时为 4÷2＝2（秒），

∵（8﹣2）$\times\frac{1}{2}\times 2=6$，

∴当动点 P 到达点 C 时，点 Q 与点 C 的距离 8﹣6＝2，

∵$\frac{2}{8+1}=\frac{2}{9}$（秒），

∴此时 P、Q 两点再运动$\frac{2}{9}$秒在点 M 处相遇，

∴点 M 所对应的数 $16+\frac{2}{9}\times 8=17\frac{7}{9}$；

（3）①当点 P 在 OA 段时，点 Q 在 DE 段，此时 PB 大于 8，QD 小于 4，不符合题意；

②当点 P 在 OB 段时，点 Q 在 CD 段，

若 $PB=QD$，则 OB﹣（t﹣2）×2＝PB，QD＝（t﹣2）×1，

∴8﹣2t+4＝t﹣2，

解得：$t=\frac{14}{3}$；

③当点 P 在 BC 段时，点 Q 在 CD 段，

PB＝（t﹣6）×4，QD＝（t﹣2）×1，

∴4t﹣24＝t﹣2，

解得：$t=\frac{22}{3}$；

④当点 P 在 CD 段或 DE 段时，PB 大于 8，QD 小于 8，不符合题意．

综上所述，当$t=\frac{14}{3}$或$\frac{22}{3}$秒时，P，B 两点在数轴上相距的长度与 Q，D 两点在数轴上相距的长度相等．

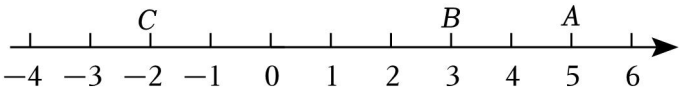
【点评】本题主要考查一元一次方程的应用、数轴，解题关键是读懂题意，找到等量关系，列出方程．本题难度适中，是中考常考题型，要求学生牢固掌握．

6．（2022 秋•宁波期末）【背景知识】数轴是初中数学的一个重要工具，利用数轴可以将数与形完美结合．研究数轴时，我们发现有许多重要的规律：若数轴上点 A，B 表示的数分

别为 a，b，则 A，B 两点之间的距离 $AB=|a-b|$，线段 AB 的中点表示的数为$\frac{a+b}{2}$.

【知识应用】

如图，在数轴上，点 A 表示的数为 5，点 B 表示的数为 3，点 C 表示的数为 - 2，点 P 从点 C 出发，以每秒 2 个单位沿数轴向右匀速运动．设运动时间为 t 秒 $t>0$，根据以上信息，回答下列问题：



（1）填空：

①A，C 两点之间的距离 $AC=$__7__，线段 BC 的中点表示的数为 __$\frac{1}{2}$__.

②用含 t 的代数式表示：t 秒后点 P 表示的数为 __$-2+2t$__.

（2）若点 M 为 PA 的中点，当 t 为何值时，$MB=\frac{1}{2}$.

【拓展提升】

（3）在数轴上，点 D 表示的数为 9，点 E 表示的数为 6，点 F 表示的数为 - 4，点 G 从点 D，点 H 从点 E 同时出发，分别以每秒 1 个单位长度和每秒 2 个单位长度的速度沿数轴的负方向运动，且当它们各自到达点 F 时停止运动，设运动时间为 t 秒，线段 GH 的中点为点 K，当 t 为何值时，$HK=3$.

【考点】一元一次方程的应用；数轴；绝对值；列代数式.

【专题】一次方程（组）及应用；运算能力；应用意识.

【分析】（1）①根据两点间距离公式、线段中点公式代入即可得到答案；

②根据点 P 的运动方向和运动速度，结合点 C 表示的数即可得到结果；

（2）点 M 表示为$\frac{5+(-2+2t)}{2}=t+\frac{3}{2}$，根据题意得$|t+\frac{3}{2}-3|=\frac{1}{2}$，解出 t 即可；

（3）分两种情况：①当 $0\leqslant t\leqslant 5$ 时，运动 t 秒后，点 G 表示的数为 $9-t$，点 H 表示的数为 $6-2t$，则点 K 表示的数为$\frac{9-t+(6-2t)}{2}=\frac{15-3t}{2}$，根据 $HK=3$ 列出方程，求出 t 值；

②当 $5\leqslant t\leqslant 13$ 时，运动 t 秒后，点 G 表示的数为 $9-t$，点 H 表示的数为 - 4，则点 K 表示的数为$\frac{9-t+(-4)}{2}=\frac{5-t}{2}$，根据 $HK=3$ 列出方程，求出 t 值即可得到结果.

【解答】解：（1）①∵点 A 表示的数为 5，点 B 表示的数为 3，点 C 表示的数为 - 2，

∴$AC=|5-(-2)|=7$，

线段 BC 的中点表示的数为$\frac{3+(-2)}{2}=\frac{1}{2}$;

故答案为：7，$\frac{1}{2}$;

②∵点 P 从点 C 出发，以每秒 2 个单位沿数轴向右匀速运动，

∴t 秒后点 P 表示的数为﹣2+2t;

故答案为：﹣2+2t;

（2）∵点 M 为 PA 的中点，

∴点 M 表示为$\frac{5+(-2+2t)}{2}=t+\frac{3}{2}$,

∵$MB=\frac{1}{2}$,

∴$|t+\frac{3}{2}-3|=\frac{1}{2}$,

解得：t=2 或 t=1，

∴当 t 的值为 1 或 2 时，$MB=\frac{1}{2}$;

（3）①当 0≤t≤5 时，运动 t 秒后，点 G 表示的数为 9﹣t，点 H 表示的数为 6﹣2t，

∵线段 GH 的中点为点 K，

∴点 K 表示的数为$\frac{9-t+(6-2t)}{2}=\frac{15-3t}{2}$,

∵HK=3

∴HK=$\frac{15-3t}{2}-(6-2t)=3$，

解得：t=3，

②当 5≤t≤13 时，运动 t 秒后，点 G 表示的数为 9﹣t，点 H 表示的数为﹣4，

∵线段 GH 的中点为点 K，

∴点 K 表示的数为$\frac{9-t+(-4)}{2}=\frac{5-t}{2}$,

∵HK=3，

∴HK=$\frac{5-t}{2}-(-4)=3$，

解得：t=7，

综上，当 t=3 或 t=7 时，HK=3.

【点评】本题主要考查数轴、两点距离公式、一元一次方程的应用，正确理解题意，找准等量关系列出方程是解题关键.

7.（2022秋•尤溪县期末）已知数轴上两点 A、B 对应的数分别为 -6、4，点 P 为数轴上一动点．

（1）若点 P 到点 A、点 B 的距离相等，求点 P 对应的数；

（2）数轴上是否存在点 P，使点 P 到点 A、点 B 的距离之和为18？若存在，请求出点 P 所表示的数；若不存在，说明理由；

（3）现在点 A 以3个单位长度/秒的速度向右运动，点 B 以1个单位长度/秒的速度向左运动，点 P 以2个单位长度/秒的速度从 O 点向右运动．点 A、B、P 三点同时运动，当点 A 与点 B 之间的距离为4个单位长度时，求点 P 所对应的数是多少？

【考点】一元一次方程的应用；数轴．

【专题】分类讨论；运算能力；应用意识．

【分析】（1）点 P 到点 A、点 B 的距离相等，即点 P 为线段 AB 的中点，以此即可求解；

（2）设点 P 对应的数为 x，分两种情况：①当点 P 在点 B 的右侧时，根据两点间距离公式列出方程求解；②当点 P 在点 A 的左侧时，根据两点间距离公式列出方程求解；

（3）设运动时间为 t 秒，分两种情况：①当点 A 在点 B 左侧，点 A 与点 B 之间的距离为4个单位长度时；②当点 A 在点 B 右侧，点 A 与点 B 之间的距离为4个单位长度时；分别列出方程，求解即可．

【解答】解：（1）∵点 P 到点 A、点 B 的距离相等，

∴点 PP 为线段 AB 的中点，

∴点 P 对应的数为：$\frac{-6+4}{2}=-1$；

（2）设点 P 对应的数为 x，

①当点 P 在点 B 的右侧时，

根据题意得：$x-4+x-(-6)=18$，

解得：$x=8$，

②当点 P 在点 A 的左侧时，

根据题意得：$4-x+(-6)-x=18$，

解得：$x=-10$，

综上，点 P 对应的数为8或 -10；

（3）设运动时间为 t 秒，则点 A 对应的数为 $-6+3t$，点 B 对应的数为 $4-t$，点 P 对应的数为 $2t$，

①当点 A 在点 B 左侧，点 A 与点 B 之间的距离为 4 个单位长度时，

$4-t-(-6+3t)=4$，

解得：$t=\frac{3}{2}$，

此时，点 P 对应的数为 $2\times\frac{3}{2}=3$，

②当点 A 在点 B 右侧，点 A 与点 B 之间的距离为 4 个单位长度时，

$-6+3t-(4-t)=4$，

解得：$t=\frac{7}{2}$，

此时，点 P 对应的数为 $2\times\frac{7}{2}=7$，

综上，点 P 对应的数为 3 或 7．

【点评】本题主要考查一元一次方程的应用、两点间的距离公式、数轴，解题关键是学会利用分类讨论的思想思考问题，理清题意，找准等量关系并列出方程．

8．（2022 秋•福田区校级期末）已知 $(a+12)^2+|b-13|=0$，$c=|-7|$，且 a、b、c 分别是点 A、B、C 在数轴上对应的数．

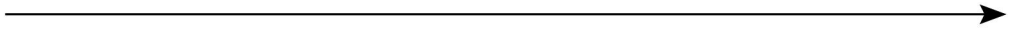
（1）$a=$ __-12__，$c=$ __7__；

（2）若动点 P 从点 A 出发沿数轴正方向运动，动点 Q 同时从点 B 出发也沿数轴正方向运动，点 P 的速度是每秒 3 个单位长度，点 Q 的速度是每秒 2 个单位长度，设运动的时间为 t 秒（$t>0$），

①用含 t 的式子表示：t 秒后，点 P 表示的数为 __$-12+3t$__，点 Q 表示的数为 __$13+2t$__；

②当 $PQ=6$ 时，求 t 的值．

（3）在（2）的条件下，P、Q 出发的同时，动点 M 从点 C 出发沿数轴正方向运动，速度为每秒 5 个单位长度，点 M 追上点 Q 后立即返回沿数轴负方向运动．求点 M 追上点 Q 后再经过几秒，$MQ=2MP$？



备用图

【考点】一元一次方程的应用；数轴；非负数的性质：绝对值；非负数的性质：偶次方；列代数式．

【专题】动点型；一次方程（组）及应用；运算能力；应用意识．

【分析】（1）根据非负数的性质即可求解；

（2）①由（1）可知，点 A 表示的数为 -12，点 B 表示的数为 13，运动的时间为 t 秒，根据题意即可得到点 P、Q 表示的数；

②由①用含 t 的式子表示 PQ，再根据 $PQ=6$ 即可求解；

（3）t 秒后，点 M 表示的数为 $7+2t$，以此可求出 M、Q 相遇的时间为 2 秒，当点 M 向数轴负半轴运动后，点 M 对应的数为 $27-5t$，再根据 $MQ=2MP$ 列出方程即可求解．

【解答】解：∵$(a+12)^2+|b-13|=0$，$(a+12)^2\geqslant 0$，$|b-13|\geqslant 0$，

∴$a+12=0$，$b-13=0$，

∴$a=-12$，$b=13$，

∵$c=|-7|$，

∴$c=7$；

故答案为：-12，7；

（2）①由（1）可知，点 A 表示的数为 -12，点 B 表示的数为 13，

∵动点 P 从点 A 出发以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴正方向运动，动点 Q 同时从点 B 出发以每秒 2 个单位长度的速度沿数轴正方向运动，

∴t 秒后，点 P 表示的数为 $-12+3t$，点 Q 表示的数为 $13+2t$；

故答案为：$-12+3t$，$13+2t$；

②$PQ=|13+2t-(-12+3t)|=|25-t|$，

∵$PQ=6$，

∴$|25-t|=6$，

∴$t=19$ 或 31，

∴t 的值为 19 或 31；

（3）∵动点 M 从点 C 出发沿数轴正方向运动，速度为每秒 5 个单位长度，

∴点 M 表示的数为 $7+2t$，

当点 M 追上点 Q 时，$7+2t=13+2t$，

解得：$t=2$，

此时点 M 对应的数为 17，

此后，点 M 向数轴负半轴运动，点 M 对应的数为 $17-5(t-2)=27-5t$，

∴$MQ=13+2t-(27-5t)=7t-14$，

$MP=|27-5t-(-12+3t)|=|39-8t|$，

∵$MQ=2MP$，

∴$7t-14=2|39-8t|$，

解得：$t=4$ 或$\frac{64}{9}$，

∴$4-2=2$，$\frac{64}{9}-2=\frac{46}{9}$，

∴点 M 追上点 Q 后再经过 2 秒或$\frac{46}{9}$秒，$MQ=2MP$.

【点评】本题主要考查非负数的性质、列代数式、一元一次方程的应用，能够根据已知条件得出 P、Q、M 运动后表示的数，利用两点间的距离公式列出方程是解题关键.

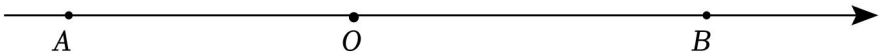
9.（2022 秋•铁西区校级期末）如图，已知数轴上 A，B 两点对应的数分别为 a，b，线段 $AB=14$，其中 b 是方程 $2x-1=15$ 解．动点 M 从点 A 出发，以每秒 1 个单位的速度，沿线段 AB 向终点 B 运动，同时，另一个动点 N 从点 B 出发，以每秒 3 个单位的速度在线段 AB 上来回运动（从点 B 向点 A 运动，到达点 A 后，立即原速返回，再次到达 B 点后立即调头向点 A 运动.）当点 M 到达 B 点时，M，N 两点都停止运动．设点 M 运动时间为 x.

（1）$a=$__-6__，$b=$__8__.

（2）经过多长时间 M，N 两点第一次相遇？（用一元一次方程解答）

（3）当 $x=5$ 时，点 N 在数轴上对应的数为 __-5__；线段 MN 的长为 __4__.

（4）是否存在某一时刻，使点 N 恰好落在线段 AM 的中点上？若存在，请直接写出所有满足条件的 x 的值.



【考点】一元一次方程的应用；数轴.

【专题】数形结合；分类讨论；运算能力.

【分析】（1）先解方程求出 b，再根据两点间的距离公式求出 a；

（2）根据点 M 走的路程加上点 N 走的路程等于线段 AB 的长度列出方程，求解即可解答；

（3）点 N 从 B 到点 A 所需时间为$\frac{14}{3}$秒，当 $x=5$ 时，即可表示出点 N 所对应的数为$-6+3\times(5-\frac{14}{3})=-5$，点 M 所对应的数为 $-6+5=-1$，以此即可求出线段 MN 的长；

（4）设点 M 运动时间为 x，点 M 在数轴上对应的数为 $-6+x$，则 $AM=x$，再根据中点的性质可得 $AN=\frac{1}{2}AM$，此时只需对对点 N 分 3 种情况进行讨论，即可求解.

【解答】解：（1）$2x-1=15$，

解得：$x=8$，

即 $b=8$，

∵$AB=14$，即 $b-a=14$，

∴$a=-6$；

故答案为：-6，8；

（2）根据题意得，

$x+3x=14$，

解得：$x=\frac{7}{2}$，

∴经过$\frac{7}{2}$秒，M，N 两点第一次相遇；

（3）点 N 从 B 到点 A 所需时间为：$14\div3=\frac{14}{3}$秒，

当 $x=5$ 时，

点 N 所对应的数为：$-6+3\times(5-\frac{14}{3})=-5$，

点 M 所对应的数为：$-6+5=-1$，

∴$MN=-1-(-5)=4$，

故答案为：-5，4；

（4）设点 M 运动时间为 x，

则 $AM=x$，

根据题意得，$AN=\frac{1}{2}AM=\frac{1}{2}x$，

∵点 N 从 B 到点 A 所需时间为：$14\div3=\frac{14}{3}$秒，

点 M 从点 A 到点 B 所需时间为：$14\div1=14$ 秒，

∴点 M 到达终点 B 时，点 N 能在线段 AB 上来回运动三次，

①当点 N 第一次从点 B 向点 A 运动的过程中，点 N 恰好落在线段 AM 的中点上，

此时 $AN=14-3x$，

∴$14-3x=\frac{1}{2}x$，

解得：$x=4$；

②当点 N 从点 A 向点 B 运动的过程中，点 N 恰好落在线段 AM 的中点上，

此时 $AN=3\times(x-\frac{14}{3})=3x-14$，

$\therefore 3x-14=\frac{1}{2}x$，

解得：$x=\frac{28}{5}$；

③当点 N 第二次从点 B 向点 A 运动的过程中，点 N 恰好落在线段 AM 的中点上，

此时 $AN=14-3(x-\frac{14}{3}\times 2)=42-3x$，

$\therefore 42-3x=\frac{1}{2}x$，

解得：$x=12$；

综上，当 $x=4$ 或$\frac{28}{5}$或 12 时，点 N 恰好落在线段 AM 的中点上．

【点评】本题主要考查数轴上动点问题、一元一次方程的应用，解题关键是采用数形结合并进行分类讨论．

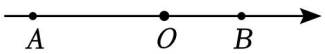
10．（2022 秋•合川区校级期末）如图，数轴上点 A，B 分别表示数 a，b，其中 $a<0$，$b>0$．

（1）若 $a=-7$，$b=3$，求线段 AB 的长度及线段 AB 的中点 C 表示的数 c；

（2）该数轴上有另一点 D 表示数 d．

①若 $d=2$，点 D 在点 B 的左侧，且 $AB=5BD$．求整式 $2a+8b+2023$ 的值；

②若 $d=-2$，且 $AB=5BD$，能否求整式 $2a+8b+2023$ 的值？若能，求出该值；若不能，说明理由．



【考点】数轴．

【专题】计算题；数形结合；几何直观；运算能力．

【分析】（1）利用数轴知识和线段中点的定义计算；

（2）①根据数轴知识把 D 点表示的数求出来，再计算代数式的值；

②根据数轴知识把 D 点表示的数求出来，再计算代数式的值．

【解答】解：（1）$\because a=-7$，$b=3$，

$\therefore$线段 AB 的中点 C 表示的数 $c=3-\frac{1}{2}\times(|-7|+3)=3-\frac{1}{2}\times 10=3-5=-2$；

（2）①$\because d=2$，点 D 在点 B 的左侧，且 $AB=5BD$，

∴$AB=b-a$，$BD=b-2$，

∴$b-a=5(b-2)$，

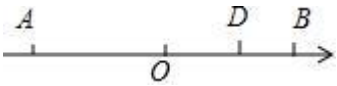
∴$a+4b=10$，

∴$2a+8b+2023$

$=2(a+4b)+2023$

$=2\times10+2023$

$=2043$；



②能求出代数式的值，

∵$d=-2$，点 D 在点 B 的左侧，且 $AB=5BD$，

∴$AB=b-a$，$BD=b+2$，

∴$b-a=5(b+2)$，

∴$a+4b=-10$，

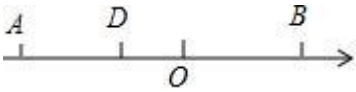
∴$2a+8b+2023$

$=2(a+4b)+2023$

$=2\times(-10)+2023$

$=-20+2023$

$=2003$；



【点评】本题考查了数轴与实数，解题的关键是熟练掌握数轴知识．

11．（2022 秋•西城区期末）已知点 A，B，C，D 在数轴上，它们表示的数分别是 a，b，c，d，且 $a<b<c<d$，$AB=1$，$BC=m+3$，$CD=m+4$（其中 $m>0$）．

（1）若 $m=5$，a 为任意的整数．

①用含 a 的式子表示 c；

②试说明 $a+b+c+d$ 一定能被 4 整除；

（2）若 $abcd>0$，且 a，b，c，d 中有两个数的和与 $a+b+c+d$ 相等．

①有如下四个结论：

（A）原点 O 可能与点 B 重合；

（B）原点 O 不可能在点 D 的右侧；

（C）原点 O 可能是线段 AD 的中点；

（D）原点 O 可能是线段 BC 的中点．其中所有正确的结论是 ___（B）（C）（D）___．（填选项字母即可）

②用含 m 的式子表示 a，并直接写出结果．

【考点】列代数式；数轴．

【专题】计算题；数形结合；整式；运算能力；应用意识．

【分析】（1）①根据数轴上点的表示方法即可求解；

②将 b、c、d 分别用含 a 的式子表示出来，再算（$a+b+c+d$）÷4，由 a 为任意的整数即可得到结论；

（2）①根据已知条件乘积大于 0，相等关系可得到四种情况下两数互为相反数，再判断选项的正误；

②根据①的四种互为相反数的情况，写出关于 a、m 的式子．

【解答】解：（1）①∵$a<b<c<d$，$AB=1$，$BC=m+3$，$m=5$，

∴$BC=8$，$AC=9$，

∴$c=a+9$；

②当 $m=5$ 时，

$BC=8$，$CD=9$，

∵$AB=1$，

∴$b=a+1$，$c=a+9$，$d=a+18$，

∴$a+b+c+d$

$=a+a+1+a+9+a+18$

$=4a+28$

$=4(a+7)$，

∵a 为任意的整数，

∴$a+b+c+d$ 一定能被 4 整除；

（2）①∵$abcd>0$，a，b，c，d 中有两个数的和与 $a+b+c+d$ 相等

∴a，b，c，d 四数不可能同时为正数或负数，

只能是两正，两负，

∴只能是 $a<0$，$b<0$，$c>0$，$d>0$，

∴有四种情况，

$a+c=a+b+c+d$，即 $b+d=0$，b、d 互为相反数，

$a+d=a+b+c+d$，即 $b+c=0$，b、c 互为相反数，

$b+c=a+b+c+d$，即 $a+d=0$，a、d 互为相反数，

$b+d=a+b+c+d$，即 $a+c=0$，a、c 互为相反数，

∴原点 O 不可能与点 B 重合，（A）错误；

原点 O 不可能在点 D 的右侧，（B）正确；

原点 O 不可能是线段 AD 的中点，否则 C 点在原点，$abcd=0$，与已知条件 $abcd>0$ 矛盾，（C）错误；

原点 O 可能是线段 BC 的中点，（D）正确．

故答案为：（B）（D）；

②∵点 A，B，C，D 在数轴上，它们表示的数分别是 a，b，c，d，且 $a<b<c<d$，$AB=1$，$BC=m+3$，$CD=m+4$，

∴$b=a+1$，

$c=a+1+m+3=a+m+4$，

$d=a+m+4+m+4=a+2m+8$，

∵由①可知 $b+d=0$，$b+c=0$，$a+c=0$，

∴$b+d=0$ 时，得到 $a+1+a+2m+8=0$，即 $a=-m-\frac{9}{2}$，

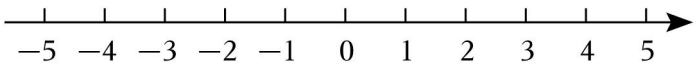
$b+c=0$ 时，得到 $a+1+a+m+4=0$，即 $a=-\frac{1}{2}m-\frac{5}{2}$，

$a+c=0$ 时，得到 $a+a+m+4=0$，即 $a=-\frac{1}{2}m-2$，

综上所述，用含 m 的式子表示 a 为：$a=-m-\frac{9}{2}$，$a=-\frac{1}{2}m-\frac{5}{2}$，$a=-\frac{1}{2}m-2$．

【点评】本题考查了列代数式，数轴解题的关键是熟练掌握数轴知识，读懂题意列出正确代数式．

12．（2022 秋•密云区期末）已知点 O 是数轴的原点，点 A、B、M 分别是数轴上的三个动点（点 A 在点 B 的左侧），且 $AM=BM$，将点 A，B，M 表示的数分别记作 a，b，m．



备用图

（1）当 $a=-1$，$b=3$ 时，直接写出 m 的值；

（2）当 $m=2$ 时，计算 $a+b$ 的值；

（3）若 $b=6$，$BM=2OM$，求 a 的值．

【考点】数轴．

【专题】计算题；数形结合；运算能力；应用意识．

【分析】（1）利用数轴知识，已知 A、B 两点表示的数，求线段 AB 中点 M 表示的数；

（2）已知中点表示的数，根据线段中点的定义，求出 $a+b$ 的值；

（3）根据线段的和差，线段中点的定义求出 a 的值．

【解答】解：（1）∵$a=-1$，$b=3$，

∴$m=3-\frac{1}{2}[3-(-1)]=3-2=1$；

（2）∵$m=2$，

∴$2=b-\frac{1}{2}(b-a)$，

∴$a+b=4$；

（3）∵$b=6$，$BM=2OM$，

∴$BM=b-m$，$OM=|m|$，

∴$6-m=2|m|$，

∴$|m|=\frac{6-m}{2}$，

∴$m=\frac{6-m}{2}$或 $m=-\frac{6-m}{2}$，

∴$m=2$ 或 $m=-6$，

∴$BM=6-2=4$ 或 $BM=6-(-6)=12$，

∴$a=2-4=-2$ 或 $a=-6-12=-18$，

综上所述，a 的值为 -2 或 -18．

【点评】本题考查了数轴，解题的关键是掌握数轴知识和线段的和差，线段中点的定义．

13．（2022 秋•莱州市期末）【知识回顾】我们知道：数轴上某点表示的数是 5，此点向右平移 2 个单位长度，表示的数是 7；此点向左平移 2 个单位长度，表示的数是 3．

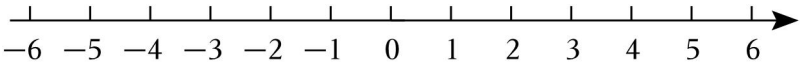
【问题解决】（1）若数轴上点 A 表示的数是 -3，则在数轴上距离 A 点 5 个单位长度的点表示的数是 <u>-8 或 2</u>．

（2）若数轴上对应点 A 表示数 a，点 A 向右平移 5 个单位后的对应点表示的数就是

$a+5$ ，A 点向左平移 2 个单位后的对应点表示的数是 $a-2$.（用字母 a 表示）

（3）假如在数轴上有两个点 M，N，两点表示的数是 -2，6，这二点同时出发，M 以每秒 2 个单位向左平移，N 以每秒 4 个单位向左平移，平移后，经过 t 秒后，M 和 N 两点表示的数是 $-2-2t$ 和 $6-4t$.（用字母 t 表示）

（4）在（3）条件下，当 t 为何值时，N 点追上 M 点.



【考点】一元一次方程的应用；数轴.

【专题】实数；运算能力.

【分析】（1）结合材料，分两种情况：点在距离点 A 左侧或右侧 5 个单位长度，以此求解即可.

（2）结合材料即可解答.

（3）根据路程＝速度×时间，结合数轴上点 M，N 表示的数即可得到结果.

（4）根据点 M 平移的距离+8＝点 N 平移的距离，列出方程求解即可.

【解答】解：（1）数轴上点 A 表示的数是 -3，

当该点在距离点 A 左侧 5 个单位长度，

则该点表示的数为 -8，

当该点在距离点 A 右侧 5 个单位长度，

则该点表示的数为 2，

∴在数轴上距离 A 点 5 个单位长度的点表示的数是 -8 或 2.

故答案为：-8 或 2.

（2）∵数轴上对应点 A 表示数 a，

∴点 A 向右平移 5 个单位后的对应点表示的数是 $a+5$，

∴A 点向左平移 2 个单位后的对应点表示的数是 $a-2$.

故答案为：$a+5$，$a-2$.

（3）∵点 M，N 表示的数是 -2，6，M 以每秒 2 个单位向左平移，N 以每秒 4 个单位向左平移，

∴平移后，经过 t 秒后，M 和 N 两点表示的数是 $-2-2t$，$6-4t$.

故答案为：$-2-2t$ 和 $6-4t$.

（4）根据题意得，

点 N 从表示的数是 6 的点出发追上点 M，共平移的距离为 $4t$，

点 M 从表示的数是 -2 的点出发被点 N 追上，共平移的距离为 $2t$，

$\therefore 2t+8=4t$，

解得：$t=4$，

$\therefore$当 t 为 4 秒时，N 点追上 M 点．

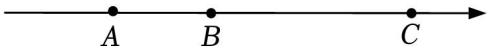
【点评】本题考查了数轴以及数轴上两点之间的距离，一元一次方程的应用，理清题意，正确找出等量关系列出方程是解题关键．

14．（2022 秋•武侯区校级期末）已知 b 是最小的正整数，a，b 满足 $(c-5)^2+|a+b|=0$，且 a，b，c 分别对应数轴上的点 A，B，C．

（1）请直接写出 a，b，c 的值：$a=$__-1__，$b=$__1__，$c=$__5__．

（2）若点 P 为一动点，从点 A 出发以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，则点 P 运动几秒后，点 P 到点 A 的距离是点 P 到点 C 的距离的 2 倍？

（3）点 A 以每秒 1 个单位长度的速度向左运动，同时点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 5 个单位长度的速度向右运动．点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC，点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB．假设运动时间为 ts，$BC-AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值．



【考点】一元一次方程的应用；数轴；非负数的性质：绝对值；非负数的性质：偶次方．

【专题】几何动点问题；实数；推理能力；应用意识．

【分析】（1）利用非负数的性质，数轴上的点表示数的特点，计算并判断出 a、b、c 的值；

（2）根据题意分情况列方程，求解即可；

（3）根据题意求出 BC、AB 的代数式，再相减，判断结果与 t 有无关系．

【解答】解：（1）$\because b$ 是最小的正整数，a，b 满足 $(c-5)^2+|a+b|=0$，

$\therefore b=1$，

$c-5=0$，$c=5$，

$|a+b|=0$，$a+1=0$，$a=-1$，

故答案为：-1，1，5；

（2）由图可知：$AC=5-(-1)=6$，

设点 P 运动 x 秒后，点 P 到点 A 的距离是点 P 到点 C 的距离的 2 倍，

情况一，$PA=2PC$，P 点在 A 点与 C 点之间，此时

$2x=2\times(6-2x)$，

$x=2$，

情况二，$PA=2PC$，P 点在 C 点右边，此时

$2x=2(2x-6)$，

$x=6$，

∴当点 P 运动 2 秒或 6 秒后，点 P 到点 A 的距离是点 P 到点 C 的距离的 2 倍；

（3）根据题意可知，

$AB=1-(-1)+(2+1)t=3t+2$，

$BC=(5-1)-2t+5t=3t+4$，

$BC-AB$

$=(3t+4)-(3t+2)$

$=3t+4-3t-2$

$=2$，

∵$BC-AB=2$，，结果 2 与 t 无关，

∴$BC-AB$ 的值不随时间 t 的变化而改变，$BC-AB=2$．

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，非负数的性质，数轴知识，解题的关键是读懂题意，能根据题意分情况列一元一次方程，利用非负数的性质列等式．

15．（2022 秋•通川区期末）如图，数轴上点 M，N 对应的实数分别为 -6 和 8，数轴上一条线段 AB 从点 M 出发（刚开始点 A 与点 M 重合），以每秒 1 个单位的速度沿数轴在 M，N 之间往返运动（点 B 到达点 N 立刻返回），线段 $AB=2$，设线段 AB 的运动时间为 t 秒．

（1）如图 1，当 $t=2$ 时，求出点 A 对应的有理数和点 B 与点 N 之间的距离；

（2）如图 2，当线段 AB 从点 M 出发时，在数轴上的线段 CD 从点 N 出发（D 在 C 点的右侧，刚开始点 D 与点 N 重合），以每秒 2 个单位的速度沿数轴在 N，M 之间往返运动（点 C 到达点 M 立刻返回），$CD=4$，点 P 为线段 AB 的中点，点 Q 为线段 CD 的中点．

①当 P 点第一次到达原点 O 之前，若点 P、点 Q 到数轴原点的距离恰好相等，求 t 的值；

②我们把数轴上的整数对应的点称为“整点”，当 P，Q 两点第一次在整点处重合时，请

求出此时点 C 对应的数．

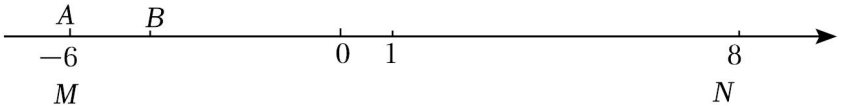


图1

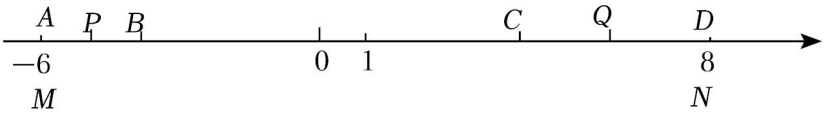


图2

【考点】实数与数轴；一元一次方程的应用．

【专题】实数；一次方程（组）及应用；运算能力．

【分析】（1）根据起始点求出点 A 和点 B 对应的数，进而可得答案；

（2）①分别用含 t 的代数式表示出点 P 和点 Q，再分情况列方程即可；

②当 $0<t\leqslant 5$ 时，点 P 与点 Q 重合时不在整点处；当 $5<t\leqslant 10$ 时，由题意得 $-5+t=-4+2(t-5)$，解方程可得答案．

【解答】解：（1）点 A 起始点在 -6 处，当 $t=2$ 时，

∵ $-6+1\times 2=-4$，

∴点 A 对应的有理数为 -4，点 B 起始点在 -4 处，当 $t=2$ 时，

∵ $-4+1\times 2=-2$，

∴点 B 对应的有理数为 -2，

∴点 B 与点 N 之间的距离为 10；

（2）①点 P 起始点在 -5 处，当运动时间为 t 秒时，

∵ $0<t\leqslant 5$，

∴此时点 P 一直往右运动，

∴点 P 对应的有理数为 $-5+t$，

点 Q 起始点在 6 处，当运动时间为 t 秒时，

∵ $0<t\leqslant 5$，

∴此时点 Q 一直往左运动，

∴点 Q 对应的有理数为 $6-2t$，

∵点 P、点 Q 到数轴原点的距离相等，

∴当原点是 PQ 中点时，$-5+t+6-2t=0$，

解得 $t=1$，

当 P、Q 重合时，$-5+t=6-2t$，

解得 $t=\frac{11}{3}$.

综上，t 的值是 1 或$\frac{11}{3}$；

②当 $0<t\leqslant 5$ 时，由①可得点 P 与点 Q 重合时不在整点处；

当 $5<t\leqslant 10$ 时，由题意得 $-5+t=-4+2(t-5)$，

解得 $t=9$，

此时，点 Q 对应是有理数为 4，故点 C 对应是有理数为 2.

【点评】本题考查了数轴上两点的距离、数轴上点的表示、一元一次方程的应用，比较复杂，要认真理清题意，并注意数轴上的点，原点左边表示负数，右边表示正数，在数轴上，两点的距离等于任意两点表示的数的差的绝对值.

考点卡片

1．数轴

（1）数轴的概念：规定了原点、正方向、单位长度的直线叫做数轴．

数轴的三要素：原点，单位长度，正方向．

（2）数轴上的点：所有的有理数都可以用数轴上的点表示，但数轴上的点不都表示有理数．（一般取右方向为正方向，数轴上的点对应任意实数，包括无理数．）

（3）用数轴比较大小：一般来说，当数轴方向朝右时，右边的数总比左边的数大．

2．绝对值

（1）概念：数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值．

①互为相反数的两个数绝对值相等；

②绝对值等于一个正数的数有两个，绝对值等于 0 的数有一个，没有绝对值等于负数的数．

③有理数的绝对值都是非负数．

（2）如果用字母 a 表示有理数，则数 a 绝对值要由字母 a 本身的取值来确定：

①当 a 是正有理数时，a 的绝对值是它本身 a；

②当 a 是负有理数时，a 的绝对值是它的相反数 $-a$；

③当 a 是零时，a 的绝对值是零．

即$|a|=\{a（a>0）0（a=0）-a（a<0）$

3．非负数的性质：绝对值

在实数范围内，任意一个数的绝对值都是非负数，当几个数或式的绝对值相加和为 0 时，则其中的每一项都必须等于 0．

根据上述的性质可列出方程求出未知数的值．

4．非负数的性质：偶次方

偶次方具有非负性．

任意一个数的偶次方都是非负数，当几个数或式的偶次方相加和为 0 时，则其中的每一项都必须等于 0．

5．实数与数轴

（1）实数与数轴上的点是一一对应关系．

任意一个实数都可以用数轴上的点表示；反之，数轴上的任意一个点都表示一个实数．数轴上的任一点表示的数，不是有理数，就是无理数．

（2）在数轴上，表示相反数的两个点在原点的两旁，并且两点到原点的距离相等，实数 a 的绝对值就是在数轴上这个数对应的点与原点的距离．

（3）利用数轴可以比较任意两个实数的大小，即在数轴上表示的两个实数，右边的总比左边的大，在原点左侧，绝对值大的反而小．

6．列代数式

（1）定义：把问题中与数量有关的词语，用含有数字、字母和运算符号的式子表示出来，就是列代数式．

（2）列代数式五点注意：①仔细辨别词义． 列代数式时，要先认真审题，抓住关键词语，仔细辩析词义．如“除”与“除以”,“平方的差（或平方差）”与“差的平方”的词义区分． ②分清数量关系．要正确列代数式，只有分清数量之间的关系． ③注意运算顺序．列代数式时，一般应在语言叙述的数量关系中，先读的先写，不同级运算的语言，且又要体现出先低级运算，要把代数式中代表低级运算的这部分括起来．④规范书写格式．列代数时要按要求规范地书写．像数字与字母、字母与字母相乘可省略乘号不写，数与数相乘必须写乘号；除法可写成分数形式，带分数与字母相乘需把代分数化为假分数，书写单位名称什么时不加括号，什么时要加括号．注意代数式括号的适当运用． ⑤正确进行代换．列代数式时，有时需将题中的字母代入公式，这就要求正确进行代换．

【规律方法】列代数式应该注意的四个问题

1．在同一个式子或具体问题中，每一个字母只能代表一个量．

2．要注意书写的规范性．用字母表示数以后，在含有字母与数字的乘法中，通常将“×”简写作“•”或者省略不写．

3．在数和表示数的字母乘积中，一般把数写在字母的前面，这个数若是带分数要把它化成假分数．

4．含有字母的除法，一般不用“÷”（除号），而是写成分数的形式．

7．规律型：数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点，尤其是与数列有关的命题更是层出不穷，形式多样，它要求在已有知识的基础上去探究，观察思考发现规律．

（1）探寻数列规律：认真观察、仔细思考，善用联想是解决这类问题的方法，通常将数字与序号建立数量关系或者与前后数字进行简单运算，从而得出通项公式．

（2）利用方程解决问题．当问题中有多个未知数时，可先设出其中一个为 x，再利用它们之间的关系，设出其他未知数，然后列方程．

8．一元一次方程的应用

（一）一元一次方程解应用题的类型有：

（1）探索规律型问题；

（2）数字问题；

（3）销售问题（利润＝售价﹣进价，利润率＝$\frac{利润}{进价}$×100%）；（4）工程问题（①工作量＝人均效率×人数×时间；②如果一件工作分几个阶段完成，那么各阶段的工作量的和＝工作总量）；

（5）行程问题（路程＝速度×时间）；

（6）等值变换问题；

（7）和，差，倍，分问题；

（8）分配问题；

（9）比赛积分问题；

（10）水流航行问题（顺水速度＝静水速度+水流速度；逆水速度＝静水速度﹣水流速度）．

（二）利用方程解决实际问题的基本思路如下：首先审题找出题中的未知量和所有的已知量，直接设要求的未知量或间接设一关键的未知量为 x，然后用含 x 的式子表示相关的量，找出之间的相等关系列方程、求解、作答，即设、列、解、答．

列一元一次方程解应用题的五个步骤

1．审：仔细审题，确定已知量和未知量，找出它们之间的等量关系．

2．设：设未知数（x），根据实际情况，可设直接未知数（问什么设什么），也可设间接未知数．

3．列：根据等量关系列出方程．

4．解：解方程，求得未知数的值．

5．答：检验未知数的值是否正确，是否符合题意，完整地写出答句．