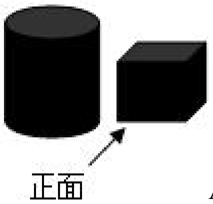
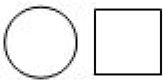
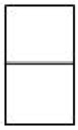
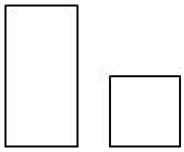
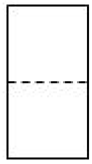
知新学校九上数学期末复习 3

一．选择题（共 10 小题）

1．从正面观察下图的两个物体，看到的是（　　）

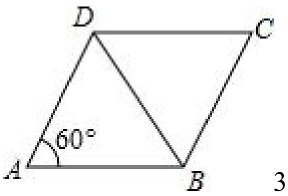


A．　B．　C．　D．

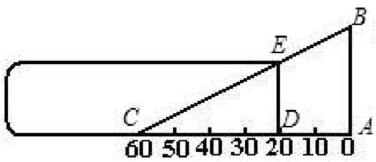
2．方程 $3x(x+1)=3x+3$ 的解为（　　）

A．$x=1$　　B．$x=-1$　　C．$x_1=0$，$x_2=-1$　　D．$x_1=1$，$x_2=-1$

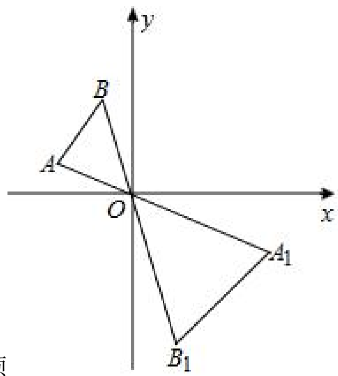
3．如图，已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle DAB=60°$，则对角线 BD 的长是（　　）



3 题



6 题



7 题

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{3}$

4．若矩形 $ABCD$∽矩形 $EFGH$，相似比为 2：3，已知 $AB=3cm$，$BC=5cm$，则矩形 $EFGH$ 的周长是（　　）

A．$16cm$　　B．$12cm$　　C．$24cm$　　D．$36cm$

5．某市今年中考体育测试，其中男生测试项目有 200 米跑、1000 米跑、立定跳远、投掷实心球、一分钟跳绳、引体向上、篮球半场来回运球上篮七个项目．考生须从这七个项目中选取两个项目，其中 200 米跑必选，剩下六个项目选一个，则两名男生在体育测试中所选项目完全相同的概率为（　　）

A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{4}$

6．如图，测量小玻璃管口径的量具 ABC，AB 的长为 $12cm$，AC 被分为 60 等份．如果小玻璃管口 DE 正好对着量具上 20 等份处（$DE\parallel AB$），那么小玻璃管口径 DE 是（　　）

A．$8cm$　　B．$10cm$　　C．$20cm$　　D．$60cm$

7．如图，已知△AOB 和△A_1OB_1 是以点 O 为位似中心的位似图形，且△AOB 和△A_1OB_1 的周长之比为 1：2，点 B 的坐标为（－1，2），则点 B_1 的坐标为（　　）

A．（2，－4）　　B．（1，－4）　　C．（－1，4）　　D．（－4，2）

8．某厂家 2020 年 1～5 月份的口罩产量统计如图所示．设从 2 月份到 4 月份，该厂家口罩产量的平均月增长率为 x，根据题意可得方程（　　）

A．$180(1-x)^2=461$

B．$368(1-x)^2=442$

C．$180(1+x)^2=461$

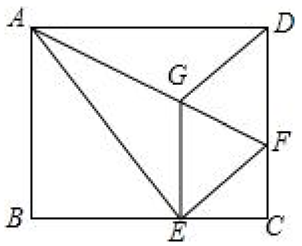
D．$368(1+x)^2=442$

9．某农产品市场经销一种销售成本为 40 元的水产品，据市场分析，若按每千克 50 元销售，一个月能售出 500 千克：销售单价每涨 1 元，月销售量就减少 10 千克，设销售单价为每千克 x 元，月销售利润可以表示为（　　）

A．$(x-40)[500-10(x-50)]$元　　B．$(x-40)(10x-500)$元

C．$(x-40)(500-10x)$元　　D．$(x-40)[500-10(50-x)]$元

10．如图，将矩形 $ABCD$ 沿 AF 折叠，使点 D 落在 BC 边的点 E 处，过点 E 作 $EG\parallel CD$ 交 AF 于点 G，连接 DG．给出以下结论：①$DG=DF$；②四边形 $EFDG$ 是菱形；③$EG^2=\frac{1}{2}GF\times AF$；④当 $AG=6$，$EG=2\sqrt{5}$时，BE 的长为$\frac{12}{5}\sqrt{5}$，其中正确的结论个数是（　　）



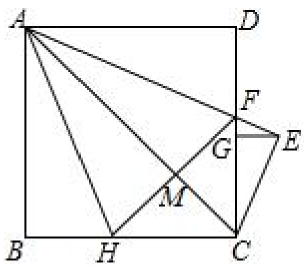
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二．填空题（共 5 小题）

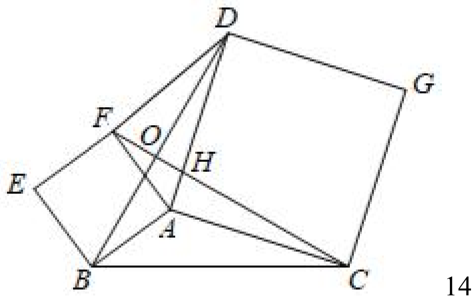
11．如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2-\sqrt{2k+1}x+1=0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 ______．

12．一个不透明的袋中装有黄、白两种颜色的球共 40 个，这些球除颜色外都相同，小亮通过多次摸球试验后，发现摸到黄球的频率稳定在 0.35 左右，则袋中白球可能有 ________个．

13．如图，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，AE 平分$\angle DAC$，AE 交 CD 于点 F，$CE\perp AE$，垂足为点 E，$EG\perp CD$，垂足为点 G，点 H 在边 BC 上，$BH=DF$，连接 AH、FH，FH 与 AC 交于点 M，以下结论：①$FH=2BH$；②$AC\perp FH$；③$S_{\triangle ACF}=1$；④$CE=\frac{1}{2}AF$；⑤$EG^2=FG\cdot DG$，其中正确结论的有__________（只填序号）．



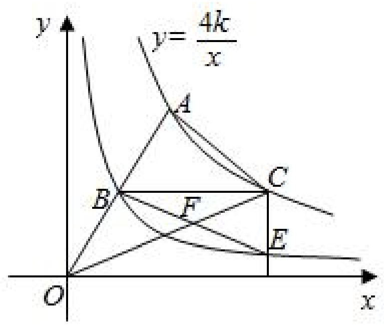
13 题



14 题

14．如图，以△ABC 的边 AB、AC 为边往外作正方形 $ABEF$ 与正方形 $ACGD$，连接 BD、CF、DF，若 $AB=2$，$AC=4$，则 BC^2+DF^2 的值为_________.

15．如图，平面直角坐标系 xOy 中，在反比例函数 $y=\dfrac{4k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象上取点 A，连接 OA，与 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象交于点 B，过点 B 作 $BC\parallel x$ 轴交函数 $y=\dfrac{4k}{x}$的图象于点 C，过点 C 作 $CE\parallel y$ 轴交函数 $y=\dfrac{k}{x}$的图象于点 E，连接 AC，OC，BE，OC 与 BE 交于点 F，则$\dfrac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}}=$____________________.

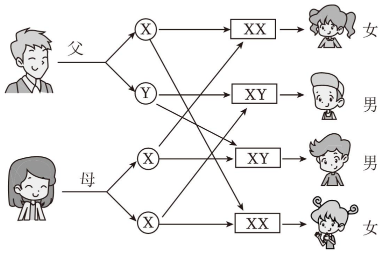


三．解答题（共 7 小题）

16．解下列方程：

（1）$x^2-4x+1=0$　　　　　　　　　　（2）$x(5x+4)-(4+5x)=0$

17．人类的性别是由一对性染色体（X，Y）决定，当染色体为 XX 时是女性；当染色体为 XY 时是男性，右图为一对夫妻的性染色体遗传图谱．

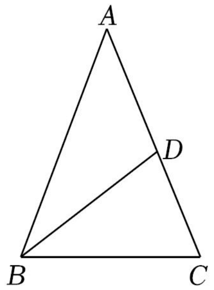


（1）这对夫妻“第一胎为男孩”是 _________事件（填“不可能”或“必然”或“随机”）“第一胎为女孩”的概率是 __________；

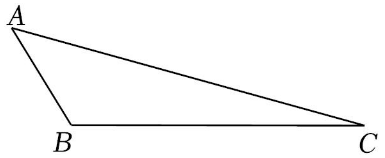
（2）这对夫妻计划生两个小孩，请用列表或画树状图的方法求出两个小孩是“一男一女”事件的概率．

18.求线段长：

（1）如图，已知△ABC 中，AB＝AC，点 D 是 AC 上一点，BD＝BC．点 D 为 AC 中点，且 AC＝4，求 BC 的长．



（2）如图，在△ABC 中，∠ABC＝3∠A，AC＝6，BC＝4，求 AB 长.



19．某商场销售一批 A 型衬衫，平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了增加盈利并尽快减少库存，商场决定采取适当降价措施，经调查发现，如果每件衬衫每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件．

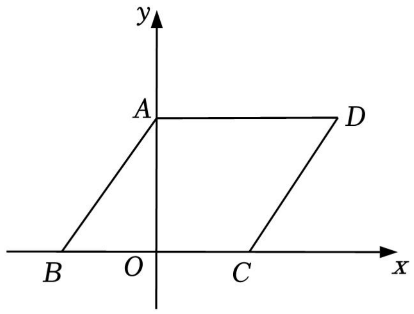
（1）若商场平均每天盈利 1200 元，每件衬衫应降价多少元？

（2）在（1）的定价情况下，衬衫的成本是 100 元，为了更快的盈利和清理库存，商店选择一种领带与 A 型衬衫成套出售，领带按照标价的 8 折出售，领带标价是其进价的 2 倍，要使每套的利润率不低于 40%，则选择的领带的成本至少多少钱？

20．如图，在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，AD＝6，若 OA，OB 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个根，且 OA＞OB．

（1）直接写出：OA＝_______，OB＝_______；

（2）若点 E 为 x 轴上的点，且△AOE∽△DAO．求此时点 E 的坐标．

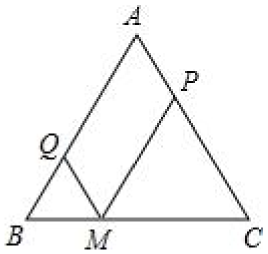


21．已知：在△ABC 中，AB＝AC＝a，M 为底边 BC 上任意一点，过点 M 分别作 AB、AC 的平行线交 AC 于 P，交 AB 于 Q．

（1）写出图中的两对相似三角形（不需证明）；

（2）求四边形 $AQMP$ 的周长；

（3）M 位于 BC 的什么位置时，四边形 $AQMP$ 为菱形？说明你的理由．

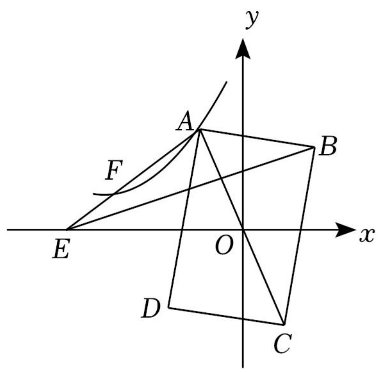


22．如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点与坐标原点重合，点 E 是 x 轴上一点，连接 AE、BE，若 AD 平分∠OAE，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$k<0$，$x<0$）的图象经过 AE 上的点 A、F，且 AF＝EF，△ABE 的面积为 18．

（1）连接 BD，证明 $AF\parallel BD$．

（2）连接 OF，求△AOF 的面积．

（3）求 k 的值．

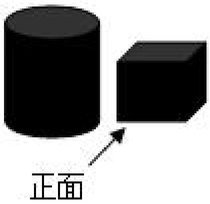


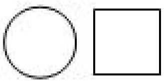
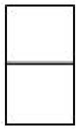
2023年12月25日李伍兵的初中数学组卷

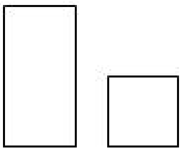
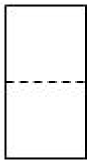
参考答案与试题解析

一．选择题（共10小题）

1．从正面观察下图的两个物体，看到的是（　　）



A． 　　B． 

C． 　　D． 

【答案】C

【分析】先细心观察原立体图形中的圆柱体和正方体的位置关系，结合四个选项选出答案．

【解答】解：由于正方体的正视图是个正方形，而竖着的圆柱体的正视图是个长方形，因此只有C的图形符合这个条件．

故选：C．

【点评】本题考查了学生的观察能力和几何体三视图中的主视图．

2．方程$3x(x+1)=3x+3$的解为（　　）

A．$x=1$　　B．$x=-1$

C．$x_1=0$，$x_2=-1$　　D．$x_1=1$，$x_2=-1$

【答案】D

【分析】首先把方程右边的部分移到方程的左边，即可提取公因式，利用因式分解法即可求解方程的解．

【解答】解：移项得：$3x(x+1)-3(x+1)=0$，

提公因式得：$3(x+1)(x-1)=0$

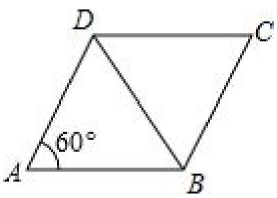
即$x+1=0$或$x-1=0$

$\therefore x_1=1$，$x_2=-1$．

故选：D．

【点评】本题考查解一元二次方程的能力，运用整体思想，直接把多项式进行分解．

3．如图，已知菱形$ABCD$的边长为2，$\angle DAB=60°$，则对角线BD的长是（　　）



A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】利用菱形的性质以及等边三角形的判定方法得出$\triangle DAB$是等边三角形，进而得出BD的长．

【解答】解：∵菱形 $ABCD$ 的边长为 2，
∴$AD=AB=2$，
又∵$\angle DAB=60^\circ$，
∴$\triangle DAB$ 是等边三角形，
∴$AD=BD=AB=2$，
则对角线 BD 的长是 2．
故选：C．
【点评】此题主要考查了菱形的性质以及等边三角形的判定，得出$\triangle DAB$ 是等边三角形是解题关键．

4．若矩形 $ABCD$∽矩形 $EFGH$，相似比为 2：3，已知 $AB=3cm$，$BC=5cm$，则矩形 $EFGH$ 的周长是（　　）

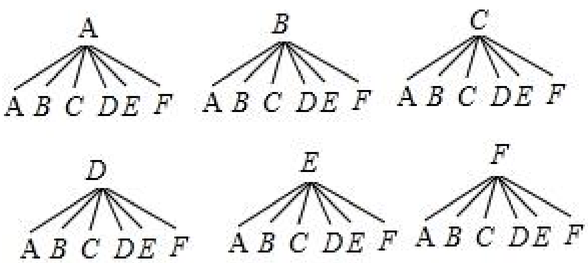
A．16cm　　B．12cm　　C．24cm　　D．36cm

【答案】C
【分析】根据题意求出矩形 $ABCD$ 的周长，根据相似三角形的周长之比等于相似比求出周长之比，计算即可．
【解答】解：∵$AB=3cm$，$BC=5cm$，
∴矩形 $ABCD$ 的周长$=2\times(3+5)=16cm$，
∵矩形 $ABCD$∽矩形 $EFGH$，相似比为 2：3，
∴矩形 $ABCD$ 与矩形 $EFGH$ 的周长比 2：3，
∴矩形 $EFGH$ 的周长为 24cm，
故选：C．
【点评】本题考查的是相似多边形的性质，掌握相似多边形对应边之比、周长之比等于相似比，而面积之比等于相似比的平方是解题的关键．

5．某市今年中考体育测试，其中男生测试项目有 200 米跑、1000 米跑、立定跳远、投掷实心球、一分钟跳绳、引体向上、篮球半场来回运球上篮七个项目．考生须从这七个项目中选取两个项目，其中 200 米跑必选，剩下六个项目选一个，则两名男生在体育测试中所选项目完全相同的概率为（　　）

A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{4}$

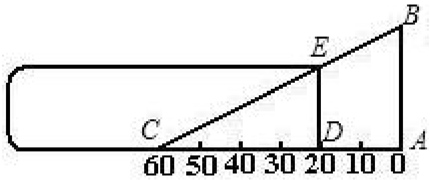
【答案】B
【分析】根据题意画出树状图得出所有等情况数和两名男生在体育测试中所选项目完全相同的情况数，再根据概率公式进行计算即可得出答案．
【解答】解：1000 米跑、立定跳远、投掷实心球、一分钟跳绳、引体向上、篮球半场来回运球上篮分别用 A，B，C，D，E，F 表示，画图如下：



共有 36 种等情况数，其中两名男生在体育测试中所选项目完全相同的有 6 种，
则两名男生在体育测试中所选项目完全相同的概率为$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$；
故选：B．
【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率．注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率＝

所求情况数与总情况数之比．

6．如图，测量小玻璃管口径的量具 ABC，AB 的长为 12cm，AC 被分为 60 等份．如果小玻璃管口 DE 正好对着量具上 20 等份处（$DE // AB$），那么小玻璃管口径 DE 是（　　）



A．8cm　　B．10cm　　C．20cm　　D．60cm

【答案】A

【分析】易知△ABC∽△DEC，利用相似三角形的相似比，列出方程求解即可．

【解答】解：∵$DE // AB$

∴CD：AC＝DE：AB

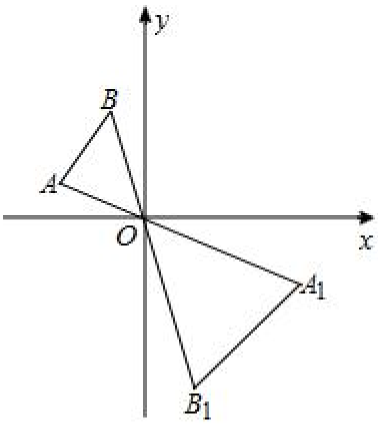
∴40：60＝DE：12

∴DE＝8cm

故选：A．

【点评】本题只要是把实际问题抽象到相似三角形中，利用相似三角形的相似比，列出方程，通过解方程求出小玻璃管口径 DE 的长．

7．如图，已知△AOB 和△A_1OB_1 是以点 O 为位似中心的位似图形，且△AOB 和△A_1OB_1 的周长之比为 1：2，点 B 的坐标为（﹣1，2），则点 B_1 的坐标为（　　）



A．（2，﹣4）　　B．（1，﹣4）　　C．（﹣1，4）　　D．（﹣4，2）

【答案】A

【分析】过 B 作 $BC \perp y$ 轴于 C，过 B_1 作 $B_1D \perp y$ 轴于 D，依据△AOB 和△A_1OB_1 相似，且周长之比为 1：2，即可得到$\frac{BO}{B_1O}=\frac{1}{2}$，再根据△$BOC$∽△$B_1OD$，可得 OD＝2OC＝4，B_1D＝2BC＝2，进而得出点 B_1 的坐标为（2，﹣4）．

【解答】解：如图，过 B 作 $BC \perp y$ 轴于 C，过 B_1 作 $B_1D \perp y$ 轴于 D，

∵点 B 的坐标为（﹣1，2），

∴BC＝1，OC＝2，

∵△AOB 和△A_1OB_1 相似，且周长之比为 1：2，

∴$\frac{BO}{B_1O}=\frac{1}{2}$，

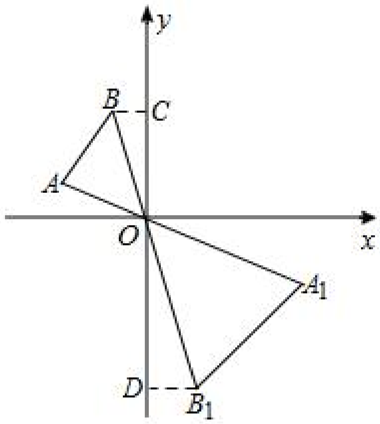
∵∠BCO＝∠B_1DO＝90°，∠BOC＝∠B_1OD，

∴△BOC∽△B_1OD，

∴OD＝$2OC$＝4，B_1D＝$2BC$＝2，

∴点 B_1 的坐标为（2，－4），

故选：A．



【点评】本题考查的是位似变换的性质，正确理解位似与相似的关系，记忆关于原点位似的两个图形对应点坐标之间的关系是解题的关键．

8．某厂家 2020 年 1～5 月份的口罩产量统计如图所示．设从 2 月份到 4 月份，该厂家口罩产量的平均月增长率为 x，根据题意可得方程（　　）

A．180（1－x）^{2}＝461　　　　B．368（1－x）^{2}＝442

C．180（1+x）^{2}＝461　　　　D．368（1+x）^{2}＝442

【答案】C

【分析】本题为增长率问题，一般用增长后的量＝增长前的量×（1+增长率）^{2}，如果设这个增长率为 x，根据“2 月份的 180 万只，4 月份的产量将达到 461 万只”，即可得出方程．

【解答】解：从 2 月份到 4 月份，该厂家口罩产量的平均月增长率为 x，根据题意可得方程：180（1+x）^{2}＝461，

故选：C．

【点评】考查了由实际问题抽象出一元二次方程，本题为增长率问题，一般形式为 a（1+x）^{2}＝b，a 为起始时间的有关数量，b 为终止时间的有关数量．

9．某农产品市场经销一种销售成本为 40 元的水产品，据市场分析，若按每千克 50 元销售，一个月能售出 500 千克：销售单价每涨 1 元，月销售量就减少 10 千克，设销售单价为每千克 x 元，月销售利润可以表示为（　　）

A．（x－40）[500－10（x－50）]元

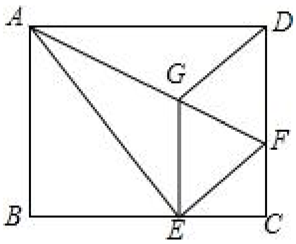
B．（x－40）（$10x$－500）元

C．（x－40）（500－$10x$）元

D．（x－40）[500－10（50－x）]元

【答案】A
【分析】直接利用每千克利润×销量＝总利润，进而得出关系式．
【解答】解：设销售单价为每千克 x 元，则月销售利润＝（$x-40$）[$500-10$（$x-50$）]．
故选：A．
【点评】此题主要考查了根据实际问题抽象出一元二次方程，正确表示出销量是解题关键．

10．如图，将矩形 $ABCD$ 沿 AF 折叠，使点 D 落在 BC 边的点 E 处，过点 E 作 $EG /\!/ CD$ 交 AF 于点 G，连接 DG．给出以下结论：①$DG=DF$；②四边形 $EFDG$ 是菱形；③$EG^2=\frac{1}{2}GF\times AF$；④当 $AG=6$，$EG=2\sqrt{5}$时，BE 的长为$\frac{12}{5}\sqrt{5}$，其中正确的结论个数是（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】D
【分析】先依据翻折的性质和平行线的性质证明$\angle DGF=\angle DFG$，从而得到 $GD=DF$，接下来依据翻折的性质可证明 $DG=GE=DF=EF$，连接 DE，交 AF 于点 O．由菱形的性质可知 $GF\perp DE$，$OG=OF=\frac{1}{2}GF$，接下来，证明$\triangle DOF\backsim\triangle ADF$，由相似三角形的性质可证明 $DF^2=FO\cdot AF$，于是可得到 GE、AF、FG 的数量关系，过点 G 作 $GH\perp DC$，垂足为 H．利用（2）的结论可求得 $FG=4$，然后再$\triangle ADF$ 中依据勾股定理可求得 AD 的长，然后再证明$\triangle FGH\backsim\triangle FAD$，利用相似三角形的性质可求得 GH 的长，最后依据 $BE=AD-GH$ 求解即可．
【解答】解：∵$GE /\!/ DF$，
∴$\angle EGF=\angle DFG$．
∵由翻折的性质可知：$GD=GE$，$DF=EF$，$\angle DGF=\angle EGF$，
∴$\angle DGF=\angle DFG$．
∴$GD=DF$．故①正确；
∴$DG=GE=DF=EF$．
∴四边形 $EFDG$ 为菱形，故②正确；
如图 1 所示：连接 DE，交 AF 于点 O．

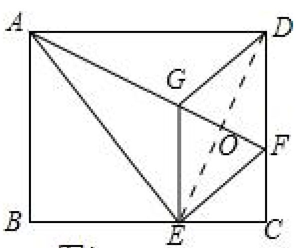


图1

∵四边形 $EFDG$ 为菱形，
∴$GF\perp DE$，$OG=OF=\frac{1}{2}GF$．
∵$\angle DOF=\angle ADF=90°$，$\angle OFD=\angle DFA$，

$\therefore \triangle DOF \backsim \triangle ADF$．

$\therefore \frac{DF}{AF}=\frac{OF}{DF}$，即 $DF^2=FO \bullet AF$．

$\because FO=\frac{1}{2}GF$，$DF=EG$，

$\therefore EG^2=\frac{1}{2}GF \bullet AF$．故③正确；

如图 2 所示：过点 G 作 $GH \perp DC$，垂足为 H．

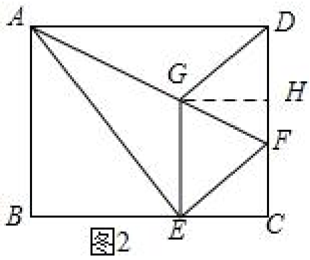


图2

$\because EG^2=\frac{1}{2}GF \bullet AF$，$AG=6$，$EG=2\sqrt{5}$，

$\therefore 20=\frac{1}{2}FG$（$FG+6$），整理得：$FG^2+6FG-40=0$．

解得：$FG=4$，$FG=-10$（舍去）．

$\because DF=GE=2\sqrt{5}$，$AF=10$，

$\therefore AD=\sqrt{AF^2-DF^2}=4\sqrt{5}$．

$\because GH \perp DC$，$AD \perp DC$，

$\therefore GH /\!/ AD$．

$\therefore \triangle FGH \backsim \triangle FAD$．

$\therefore \frac{GH}{AD}=\frac{FG}{AF}$，即$\frac{GH}{4\sqrt{5}}=\frac{4}{10}$，

$\therefore GH=\frac{8\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore BE=AD-GH=4\sqrt{5}-\frac{8\sqrt{5}}{5}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$．故④正确．

故选：D．

【点评】本题主要考查的是四边形与三角形的综合应用，解答本题主要应用了矩形的性质、菱形的判定和性质、相似三角形的性质和判定、勾股定理的应用，利用相似三角形的性质得到 $DF^2=FO \bullet AF$ 是解题答问题②的关键，依据相似三角形的性质求得 GH 的长是解答问题④的关键．

二．填空题（共 5 小题）

11．如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2-\sqrt{2k+1}x+1=0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 $-\frac{1}{2} \leq k < \frac{1}{2}$且 $k \neq 0$．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据方程有两个不相等的实数根，则 $\Delta>0$，由此建立关于 k 的不等式，然后就可以求出 k 的取值范围．

【解答】解：$\because$关于 x 的一元二次方程 $kx^2-\sqrt{2k+1}x+1=0$ 有两个不相等的实数根，

∴$k\neq 0$，$\Delta=(-\sqrt{2k+1})^2-4k>0$，

∴$k<\frac{1}{2}$且 $k\neq 0$，

∵$2k+1\geq 0$，

∴$k\geq -\frac{1}{2}$，

∴k 的取值范围是$-\frac{1}{2}\leq k<\frac{1}{2}$且 $k\neq 0$，

故答案为：$-\frac{1}{2}\leq k<\frac{1}{2}$且 $k\neq 0$．

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式△的关系：（1）$\Delta>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根；（2）$\Delta=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根；（3）$\Delta<0\Leftrightarrow$方程没有实数根，注意到二次项系数不等于 0 这一条件是解题的关键．

12．一个不透明的袋中装有黄、白两种颜色的球共 40 个，这些球除颜色外都相同，小亮通过多次摸球试验后，发现摸到黄球的频率稳定在 0.35 左右，则袋中白球可能有 <u>26</u> 个．

【答案】26．

【分析】利用频率估计概率得到摸到黄球的概率为 0.35，然后根据概率公式计算即可．

【解答】解：设袋子中黄球有 x 个，

根据题意，得：$\frac{x}{40}=0.35$，

解得：$x=14$，

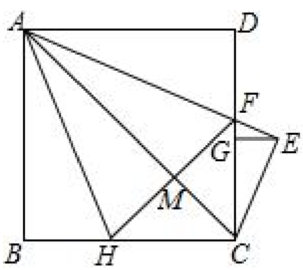
即布袋中黄球可能有 14 个，

白球的个数为 $40-14=26$ 个，

故答案为：26．

【点评】本题考查了利用频率估计概率：大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

13．如图，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，AE 平分$\angle DAC$，AE 交 CD 于点 F，$CE\perp AE$，垂足为点 E，$EG\perp CD$，垂足为点 G，点 H 在边 BC 上，$BH=DF$，连接 AH、FH，FH 与 AC 交于点 M，以下结论：①$FH=2BH$；②$AC\perp FH$；③$S_{\triangle ACF}=1$；④$CE=\frac{1}{2}AF$；⑤$EG^2=FG\cdot DG$，其中正确结论的有<u>①②④⑤</u>（只填序号）．



【答案】见试题解答内容

【分析】①②、证明$\triangle ABH\cong\triangle ADF$，得 $AF=AH$，再得 AC 平分$\angle FAH$，则 AM 既是中线，又是高线，得 $AC\perp FH$，证明 $BH=HM=MF=FD$，则 $FH=2BH$；所以①②都正确；

③可以直接求出 FC 的长，计算 $S_{\triangle ACF}\neq 1$，错误；

④根据正方形边长为 2，分别计算 CE 和 AF 的长得结论正确；

⑤利用相似先得出 $EG^2=FG\cdot CG$，再根据同角的三角函数列式计算 CG 的长为 1，则 $DG=CG$，得出⑤也正确．

【解答】解：①②如图 1，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=AD$，$\angle B=\angle D=90°$，$\angle BAD=90°$，

∵AE 平分$\angle DAC$，

∴$\angle FAD=\angle CAF=22.5°$，

在$\triangle ABH$ 和$\triangle ADF$ 中，$\begin{cases}AB=AD\\ \angle B=\angle D\\ BH=DF\end{cases}$，

∴$\triangle ABH\cong\triangle ADF$（$SAS$），

∴$AH=AF$，$\angle BAH=\angle FAD=22.5°$，

∴$\angle HAC=\angle FAC$，

∴$HM=FM$，$AC\perp FH$，

∵AE 平分$\angle DAC$，

∴$DF=FM$，

∴$FH=2DF=2BH$，

故①②正确；

③在 $\text{Rt}\triangle FMC$ 中，$\angle FCM=45°$，

∴$\triangle FMC$ 是等腰直角三角形，

∵正方形的边长为 2，

∴$AC=2\frac{1}{2}\sqrt{2}$，$MC=DF=2\sqrt{2}-2$，

∴$FC=2-DF=2-(2\sqrt{2}-2)=4-2\sqrt{2}$，

$S_{\triangle AFC}=\frac{1}{2}CF\cdot AD\neq 1$，

故③不正确；

④$AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=2\sqrt{4-2\sqrt{2}}$，

∵$\triangle ADF\backsim\triangle CEF$，

∴$\frac{AD}{CE}=\frac{AF}{FC}$，

∴$CE=\sqrt{4-2\sqrt{2}}$，

∴$CE=\frac{1}{2}AF$，

故④正确；

⑤延长 CE 和 AD 交于 N，如图 2，

∵$AE\perp CE$，AE 平分$\angle CAD$，

∴$CE=EN$，

∵$EG\parallel DN$，

∴$CG=DG$，

在 $\text{Rt}\triangle FEC$ 中，$EG\perp FC$，

∴$\angle GEF=\angle GCE$，

$\therefore \triangle EFG \backsim \triangle CEG$，

$\therefore \dfrac{EG}{CG}=\dfrac{FG}{EG}$，

$\therefore EG^2=FG \cdot CG$，

$\therefore EG^2=FG \cdot DG$，

故选项⑤正确；

故答案为：①②④⑤.

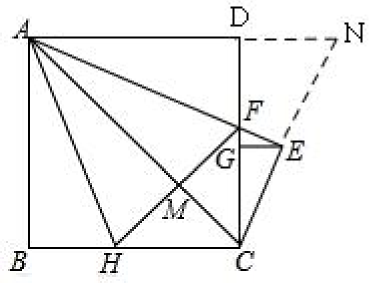


图2

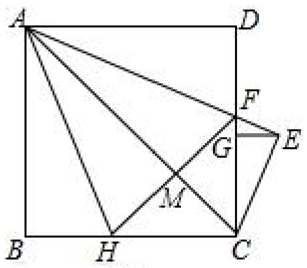
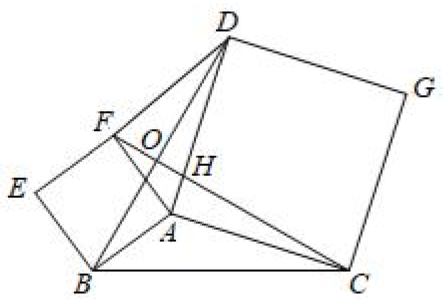


图1

【点评】本题考查了正方形的性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的性质和判定、勾股定理、角平分线的性质、等腰直角三角形的判定与性质等知识；熟练掌握正方形的性质，证明三角形全等和三角形相似是解题的关键.

14．如图，以$\triangle ABC$的边AB、AC为边往外作正方形$ABEF$与正方形$ACGD$，连接BD、CF、DF，若$AB=2$，$AC=4$，则BC^2+DF^2的值为__40__.



【答案】40.

【分析】先判定$\triangle BAD \cong \triangle FAC$，即可得出$\angle ACF=\angle ADB$，进而得到$CF \perp BD$，再根据勾股定理即可得到$BC^2+DF^2=OD^2+OF^2+OB^2+OC^2=BF^2+DC^2$，依据$AB=2$，$AC=4$，即可得到$BC^2+DF^2$的值.

【解答】解：如图所示，连接BF，CD，

$\because$四边形$ABEF$，四边形$ACGD$都是正方形，

$\therefore AB=AF$，$AC=AD$，$\angle BAF=\angle CAD=90°$，

$\therefore \angle BAD=\angle FAC$，

$\therefore\triangle BAD\cong\triangle FAC$（$SAS$），

$\therefore\angle ACF=\angle ADB$，

又$\because\angle AHC=\angle OHD$，

$\therefore\angle CAH=\angle DOH=90°$，

$\therefore CF\perp BD$，

$\therefore BC^2=OB^2+OC^2$，$DF^2=OD^2+OF^2$，$BF^2=OB^2+OF^2$，$DC^2=OD^2+OC^2$，

$\therefore BC^2+DF^2=OD^2+OF^2+OB^2+OC^2$，

$BF^2+DC^2=OD^2+OF^2+OB^2+OC^2$，

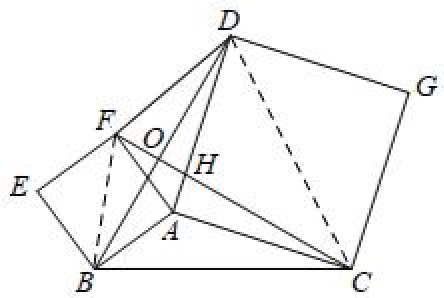
即 $BC^2+DF^2=BF^2+DC^2$，

又$\because\triangle ABF$ 和$\triangle ACD$ 都是等腰直角三角形，且 $AB=2$，$AC=4$，

$\therefore BF^2+DC^2=8+32=40$，

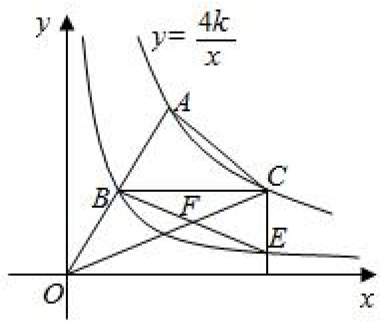
$\therefore BC^2+DF^2=40$，

故答案为：40．



【点评】本题主要考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质以及勾股定理的运用，全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．解决问题的关键是作辅助线构造直角三角形，利用勾股定理进行计算．

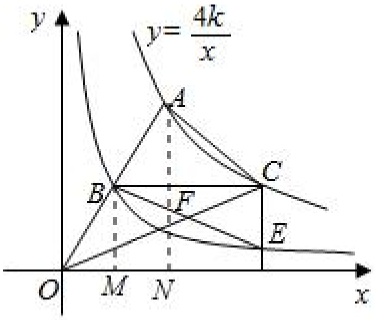
15．如图，平面直角坐标系 xOy 中，在反比例函数 $y=\frac{4k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象上取点 A，连接 OA，与 $y=\frac{k}{x}$ 的图象交于点 B，过点 B 作 $BC\parallel x$ 轴交函数 $y=\frac{4k}{x}$的图象于点 C，过点 C 作 $CE\parallel y$ 轴交函数 $y=\frac{k}{x}$的图象于点 E，连接 AC，OC，BE，OC 与 BE 交于点 F，则$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}}=$__$\frac{3}{8}$__．



【答案】见试题解答内容

【分析】如图，过点 A 作 $AN\perp x$ 轴于 N，过点 B 作 $BM\perp x$ 轴于 M．利用相似三角形的性质证明$\frac{OM}{ON}=\frac{BM}{AN}=\frac{1}{2}$，设 A（m，$\frac{4k}{m}$），则 B（$\frac{m}{2}$，$\frac{2k}{m}$），由 $BC\parallel x$ 轴，$EC\parallel y$ 轴，推出 C（$2m$，$\frac{2k}{m}$），E（$2m$，$\frac{k}{2m}$），求出直线 OC，BE 的解析式，构建方程组确定点 F 的坐标，即可解决问题．

【解答】解：如图，过点 A 作 $AN\perp x$ 轴于 N，过点 B 作 $BM\perp x$ 轴于 M．



$\because AN\parallel BM$，

$\therefore \triangle OBM\backsim\triangle OAN$，

$\because S_{\triangle OBM}=\frac{k}{2}$，$S_{\triangle AON}=2k$，

$\therefore \frac{S_{\triangle OBM}}{S_{\triangle OAN}}=\left(\frac{OM}{ON}\right)^2=\frac{1}{4}$，

$\therefore \frac{OM}{ON}=\frac{BM}{AN}=\frac{1}{2}$，

设 A（m，$\frac{4k}{m}$），则 B（$\frac{m}{2}$，$\frac{2k}{m}$），

$\because BC\parallel x$ 轴，$EC\parallel y$ 轴，

$\therefore C$（$2m$，$\frac{2k}{m}$），E（$2m$，$\frac{K}{2m}$），

$\therefore$直线 OC 的解析式为 $y=\frac{k}{m^2}x$，直线 BE 的解析式为 $y=-\frac{k}{m^2}x+\frac{5k}{2m}$，

由$\begin{cases}y=\frac{k}{m^2}x\\ y=-\frac{k}{m^2}x+\frac{5k}{2m}\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\frac{5}{4}m\\ y=\frac{5k}{4m}\end{cases}$，

$\therefore F$（$\frac{5}{4}m$，$\frac{5k}{4m}$），

$\therefore \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}m\cdot\left(\frac{2k}{m}-\frac{k}{2m}\right)}{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4k}{m}-\frac{2k}{m}\right)\cdot\left(2m-\frac{1}{2}m\right)}=\frac{3}{8}$，

解法二：可以通过求角 CBE 和角 BCO 的正切值，证明两个角相等，从而得出 F 为 BE 的中点，可得结论．

故答案为：$\frac{3}{8}$．

【点评】本题考查反比例函数与一次函数的交点，相似三角形的判定和性质，一次函数的性质等知识，解题的关键是学会利用参数解决问题，学会构建一次函数确定交点坐标，属于中考填空题中的压轴题．

三．解答题（共 7 小题）

16．解下列方程：

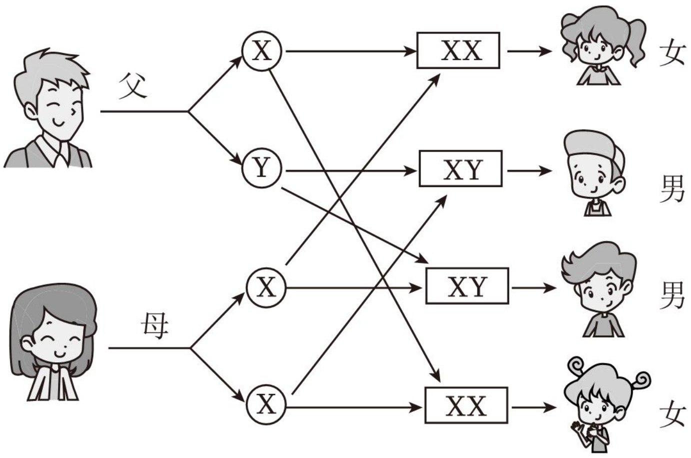
（1）$x^2-4x+1=0$

（2）x（$5x+4$）－（$4+5x$）$=0$

【答案】见试题解答内容

【分析】此题考查了配方法解一元二次方程，解题时要注意解题步骤的准确应用，

（1）把左边配成完全平方式，右边化为常数；
（2）因方程公因式很明显故用因式分解法求解．
【解答】解：（1）把方程的常数项移得，
$x^2-4x=-1$，
方程两边同时加上一次项系数一半的平方得，
$x^2-4x+4=-1+4$，
配方得，$(x-2)^2=3$，
解得：$x_1=2+\sqrt{3}$，$x_2=2-\sqrt{3}$．
（2）先提取公因式 $5x+4$ 得，
$(5x+4)(x-1)=0$，
解得$x_1=1$，$x_2=-\frac{4}{5}$．
【点评】配方法的一般步骤：
（1）把常数项移到等号的右边；
（2）把二次项的系数化为 1；
（3）等式两边同时加上一次项系数一半的平方．
选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数．
17.人类的性别是由一对性染色体（X，Y）决定，当染色体为 XX 时是女性；当染色体为 XY 时是男性，右图为一对夫妻的性染色体遗传图谱．



（1）这对夫妻“第一胎为男孩”是 __随机__ 事件（填“不可能”或“必然”或“随机”）“第一胎为女孩”的概率是 __$\frac{1}{2}$__；
（2）这对夫妻计划生两个小孩，请用列表或画树状图的方法求出两个小孩是“一男一女”事件的概率．
【答案】（1）随机，$\frac{1}{2}$；
（2）$\frac{1}{2}$．
【分析】（1）根据事件的分类，概率公式求概率即可求解；
（2）根据列表法或画树状图法求概率即可求解．
【解答】解：（1）这对夫妻“第一胎为男孩”是随机事件，“第一胎为女孩”的概率是$\frac{1}{2}$，
故答案为：随机，$\frac{1}{2}$；

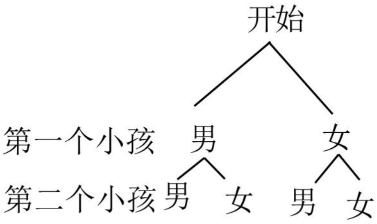
（2）方法一：依题意可列表如下：

②①	男	女
男	男，男	女，男
女	男，女	女，女

共有 4 种等可能的结果，其中一男一女的结果有 2 种，

∴P（两个小孩恰好是一男一女）$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$;

方法二：依题意可画树状图如下：

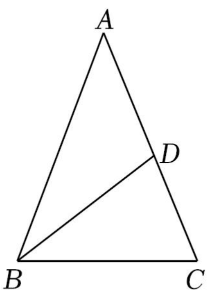


共有 4 种等可能的结果，其中一男一女的结果有 2 种，

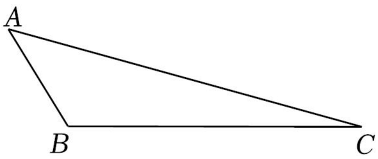
∴P（两个小孩恰好是一男一女）$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了概率公式求概率，事件的分类，列表法或树状图法求概率，熟练掌握求概率的方法是解题的关键.

18.（1）如图，已知△ABC 中，AB＝AC，点 D 是 AC 上一点，BD＝BC．点 D 为 AC 中点，且 AC＝4，求 BC 的长.



（2）如图，在△ABC 中，∠ABC＝3∠A，AC＝6，BC＝4，所以 AB 长为（　　）



【答案】（1）$2\sqrt{2}$．由相似三角形的性质得出$\frac{BC}{CD}=\frac{AC}{BD}$，结合题意，即可求出 BC 的长.

【解答】（1）解：∵点 D 为 AC 中点，且 AC＝4，

∴CD＝$\frac{1}{2}AC$＝$\frac{1}{2}$×4＝2，

∵△ABC∽△BCD，

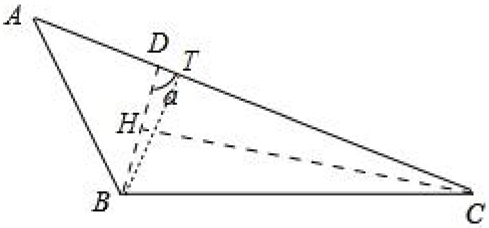
∴$\frac{BC}{CD}=\frac{AC}{BD}$,

∵BD＝BC，AC＝4，CD＝2，

$\therefore \frac{BC}{2} = \frac{4}{BC}$,
$\therefore BC^2=8$,
$\therefore BC=2\sqrt{2}$或 - $2\sqrt{2}$（不符合题意，舍去），
$\therefore BC$ 的长为 $2\sqrt{2}$.
10.

（2）答案 $AB=\sqrt{10}$，【分析】在 AC 边上取点 D，使$\angle ABD=\frac{1}{3}\angle ABC$，连接 BD，证明 $AD=BD$，$CB=CD$，过点 C 作 $CH\perp BD$ 于点 H，过点 B 作 $BT\perp CD$ 于点 T．求出 AT，BT，再利用勾股定理求解．

【解答】解：在 AC 边上取点 D，使$\angle ABD=\frac{1}{3}\angle ABC$，连接 BD，如图所示，



$\because \angle ABC=3\angle A$，$\angle ABD=\frac{1}{3}\angle ABC$，

$\therefore \angle A=\angle ABD$，$\angle CBD=2\angle ABD$，
$\therefore AD=BD$，$\angle BDC=2\angle ABD$，
$\therefore \angle CBD=\angle BDC$，
$\therefore CD=BC=6$，
$\because AC=6$，
$\therefore AD=BD=2$．
过点 C 作 $CH\perp BD$ 于点 H，过点 B 作 $BT\perp CD$ 于点 T．
$\therefore BH=DH=1$，
$\therefore CH=\sqrt{BC^2-BH^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$，

$\because S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\cdot BD\cdot CH=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot BT$，

$\therefore BT=\frac{2\sqrt{15}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{2}$，

$\therefore CT=\sqrt{CB^2-BT^2}=\sqrt{4^2-(\frac{\sqrt{15}}{2})^2}=\frac{7}{2}$，

$\therefore AT=AC-CT=6-\frac{7}{2}=\frac{5}{2}$，

$\therefore AB=\sqrt{AT^2+BT^2}=\sqrt{(\frac{5}{2})^2+(\frac{\sqrt{15}}{2})^2}=\sqrt{10}$，

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，相似三角形的判定与性质，掌握相似三角形的判定方法是解决问题的关键．
本题考查了三角形的性质，解题关键是作出辅助线，利用勾股定理计算．

19．某商场销售一批 A 型衬衫，平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元，为了增加盈利并尽快减少库存，商场决定采取适当降价措施，经调查发现，如果每件衬衫每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件．

（1）若商场平均每天盈利 1200 元，每件衬衫应降价多少元？
（2）在（1）的定价情况下，衬衫的成本是 100 元，为了更快的盈利和清理库存，商店选择一种领带与 A 型衬衫成套出售，领带按照标价的 8 折出售，领带标价是其进价的 2 倍，要使每套的利润率不低于 40%，则选择的领带的成本至少多少钱？

【答案】见试题解答内容

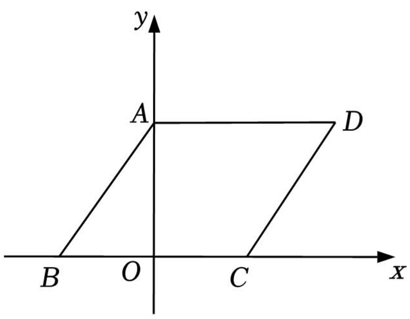
【分析】（1）设每件衬衫应降价 x 元，则每天多销售 $2x$ 件，根据盈利＝每件的利润×数量建立方程求出其解即可；
（2）设选择的领带的成本为 y 元，根据每套的利润率不低于 40%列出不等式，解不等式即可求出结论．

【解答】解：（1）设每件衬衫应降价 x 元，则每天多销售 $2x$ 件，由题意，得
$(40-x)(20+2x)=1200$，
解得：$x_1=20$，$x_2=10$，
∵要增加盈利并尽快减少库存，
∴每件衬衫应降价 20 元；

（2）设选择的领带的成本为 y 元，由题意，得
$(40-20)+(0.8\times 2y-y)\geqslant(100+y)\times 40\%$，
解得 $y\geqslant 100$．
答：选择的领带的成本至少 100 元．

【点评】本题考查了一元二次方程的运用，一元一次不等式的运用，销售问题的数量关系的运用，解答时找到等量关系与不等关系是关键．

20．如图，在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$AD=6$，若 OA，OB 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个根，且 $OA>OB$．
（1）直接写出：$OA=$__4__，$OB=$__3__；
（2）若点 E 为 x 轴上的点，且△AOE∽△DAO．求此时点 E 的坐标．



【答案】（1）4，3；（2）$(\frac{8}{3}，0)$或$(-\frac{8}{3}，0)$．

【分析】（1）用因式分解法解出一元二次方程，即可求出 OA、OB 的长；
（2）设点 E 的坐标为（m，0），根据相似三角形的性质得到$\frac{OA}{AD}=\frac{OE}{OA}$，即可求出$|m|$的值，进而得到点 E 的坐标．

【解答】解：（1）方程 $x^2-7x+12=0$，
分解因式得：$(x-3)(x-4)=0$，

可得：$x-3=0$ 或 $x-4=0$，

解得：$x_1=3$，$x_2=4$，

$\because OA>OB$，

$\therefore OA=4$，$OB=3$；

故答案为 4，3；

（2）设点 E 的坐标为（m，0），

则 $OE=|m|$，

$\because \triangle AOE\backsim\triangle DAO$，

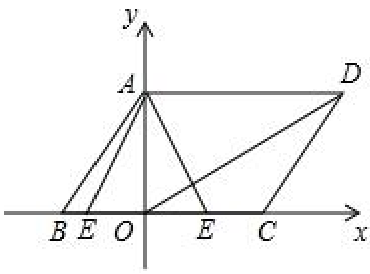
$\therefore \frac{OA}{AD}=\frac{OE}{OA}$，

$\therefore \frac{4}{6}=\frac{|m|}{4}$，

$\therefore |m|=\frac{8}{3}$，

$\therefore m=\pm\frac{8}{3}$，

$\therefore$ 点 E 的坐标为：（$\frac{8}{3}$，0）或（$-\frac{8}{3}$，0）．



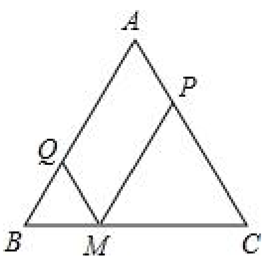
【点评】本题考查的是一元二次方程的解法、相似三角形的性质，掌握因式分解法解一元二次方程和相似三角形的对应边成比例是解决问题的关键．

21．已知：在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC=a$，M 为底边 BC 上任意一点，过点 M 分别作 AB、AC 的平行线交 AC 于 P，交 AB 于 Q．

（1）写出图中的两对相似三角形（不需证明）；

（2）求四边形 $AQMP$ 的周长；

（3）M 位于 BC 的什么位置时，四边形 $AQMP$ 为菱形？说明你的理由．



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）因为$\angle B=\angle C=\angle PMC=\angle QMB$，所以$\triangle PMC\backsim\triangle QMB\backsim\triangle ABC$；

（2）根据平行四边形的定义得到四边形 $APMQ$ 是平行四边形，于是得到$\angle B=\angle PMC$，$\angle C=\angle QMB$．根据等腰三角形的性质得到$\angle B=\angle C$，推出$\angle PMC=\angle QMB$．根据等腰三角形的性质得到 $BQ=QM$，$PM=PC$．根据得到结论；

（3）根据中位线的性质及菱形的判定不难求得四边形 $AQMP$ 为菱形．

【解答】证明：（1）∵$PM // AB$，

∴$\triangle PCM \backsim \triangle ACB$，

∵$QM // AC$，

∴$\triangle BMQ \backsim \triangle BCA$；

（2）解：∵$AB // MP$，$QM // AC$，

∴四边形$APMQ$是平行四边形，$\angle B = \angle PMC$，$\angle C = \angle QMB$．

∵$AB = AC$，

∴$\angle B = \angle C$，

∴$\angle PMC = \angle QMB$．

∴$BQ = QM$，$PM = PC$．

∴四边形$AQMP$的周长$= AQ+AP+QM+MP = AQ+QB+AP+PC = AB+AC = 2a$；

（3）当点M在BC的中点时，四边形$APMQ$是菱形，

证明：∵$AB // MP$，点M是BC的中点，

∴$\frac{CM}{CB} = \frac{CP}{AC} = \frac{1}{2}$，

∴P是AC的中点，

∴PM是三角形ABC的中位线，

同理：QM是三角形ABC的中位线．

∵$AB = AC$，

∴$QM = PM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC$，

又由（1）知四边形$APMQ$是平行四边形，

∴平行四边形$APMQ$是菱形．

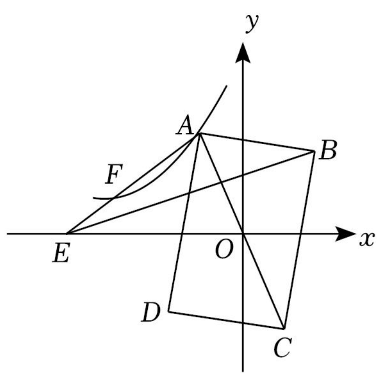
【点评】此题主要考查了相似三角形的判定，平行四边形的判定和性质，三角形中位线的性质，菱形的判定，熟练掌握菱形的判定定理是解题的关键．

22．如图，在平面直角坐标系中，矩形$ABCD$的对角线AC的中点与坐标原点重合，点E是x轴上一点，连接AE、BE，若AD平分$\angle OAE$，反比例函数$y = \frac{k}{x}$（$k<0$，$x<0$）的图象经过AE上的点A、F，且$AF = EF$，$\triangle ABE$的面积为18．

（1）连接BD，证明$AF // BD$．

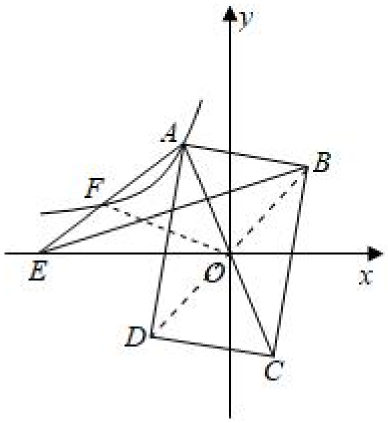
（2）连接OF，求$\triangle AOF$的面积．

（3）求k的值．



【答案】（1）见解析；

（2）9；
（3）﹣12．
【分析】（1）连接 BD，先由 AD 平分∠EAO 得∠AED＝∠OAD，由矩形 $ABCD$ 的性质得到∠OAD＝∠ODA，从而得到∠EAD＝∠ADO，故而 AF∥BD；
（2）由平行线的性质得到△ABE 和△AOE 的面积相等，根据 AF＝EF，于是得到结论；
（3）设点 A 的坐标，结合 AE＝EF 得到点 F 和点 E 的坐标，最后结合△AOE 的面积求出 k 的取值．
【解答】（1）证明：连接 BD，
∵四边形 $ABCD$ 是矩形，
∴$AO=\frac{1}{2}AC$，$OD=\frac{1}{2}BD$，$AC=BD$，
∴$OA=OD$，
∴∠OAD＝∠ADO，
∵AD 平分∠EAO，
∴∠EAD＝∠OAD，
∴∠EAD＝∠ADO，
∴AF∥BD；
（2）解：∵AF∥BD，
∴$S_{\triangle AEB}=S_{\triangle AEO}=18$，
∵$AF=EF$，
∴$S_{\triangle AOF}=\frac{1}{2}S_{\triangle AOE}=9$；
（3）解：设 A（a，$\frac{k}{a}$），
∵$AF=EF$，
∴F（$2a$，$\frac{k}{2a}$），E（$3a$，0），
∴$S_{\triangle AEO}=\frac{1}{2}\times(-3a)\times\frac{k}{a}=18$，
∴$k=-12$．



【点评】本题考查了反比例函数的综合题，矩形的性质、平行线的性质和判定、反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是通过平行线的判定和性质得到△ABE 和△AEO 的面积相等．