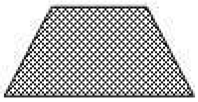
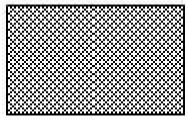
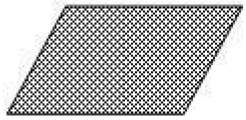
知新学校九上数学期末复习 4

一．选择题（每题 3 分，共 30 分）

1．在一个晴朗的上午，小丽拿着一块矩形木板在阳光下做投影实验，矩形木板在地面上形成的投影不可能是（　　）

A.  B.  C.  D. 

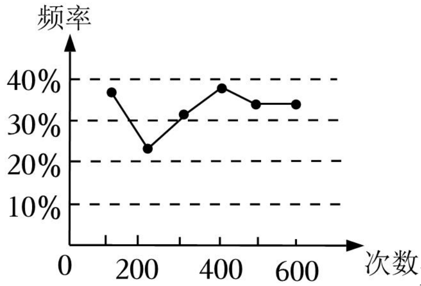
2．已知四条线段 a，b，c，d 是成比例线段，其中 $b=3cm$，$c=4cm$，$d=6cm$，则线段 a 的长度为（　　）

A．$8cm$　　B．$2cm$　　C．$4cm$　　D．$1cm$

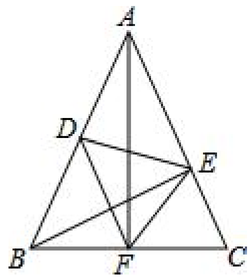
3．我们手中拿着的试卷是一张 $8K$ 纸，将它对折后得到一张 $16K$ 的纸．你知道吗？$8K$ 纸和 $16K$ 纸是相似的矩形，动手试一试，由此你能得出一张 $16K$ 纸的宽与长的比应该是（　　）

A．$1:\sqrt{2}$　　B．$1:\sqrt{3}$　　C．1：2　　D．1：3

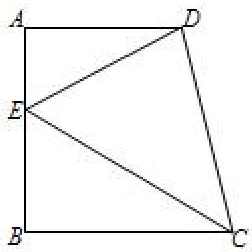
4．甲、乙两位同学在一次用频率去估计概率的实验中，统计了某一结果出现的频率，绘出的统计图如图所示，则符合这结果的实验可能是（　　）



第 4 题



第 7 题



第 8 题

A．从一个装有 2 个白球和 1 个红球的袋子任取一个球，则取到红球的概率

B．任意买一张电影票，座位号是偶数的概率　　C．抛一枚质地均匀的硬币，正面朝上的概率

D．掷一枚正六面体的骰子，出现 1 点的概率

5．一元二次方程（$x+1$）（$x-3$）＝0 化成一般形式 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）后 a，b，c 的值分别为（　　）

A．1，－2，－3　　B．1，2，3　　C．1，－2，3　　D．1，2，－3

6．定义运算：$a\star b=a(1-b)$．若 a，b 是方程 $x^2-x+\frac{1}{4}m=0$（$m<0$）的两根，则 $b\star b-a\star a$ 值为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．与 m 有关

7．如图，在三角形 ABC 中，$AB=AC$，$BC=6$，三角形 DEF 的周长是 7，$AF\perp BC$ 于 F，$BE\perp AC$ 于 E，且点 D 是 AB 的中点，则 $AF=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．7

8．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90°$，$AB=BC=4$，$AD=3$，E 是边 AB 上一点，且 $\angle DCE=45°$，

则 DE 的长度是（　　）

A．3.2　　　　　B．3.4　　　　　C．3.6　　　　　D．4

9．某商店将一批夏装降价处理，经两次降价后，由每件 100 元降至 81 元，求平均每次降价的百分率，设平均每次降价的百分率为 x，可列方程（　　）

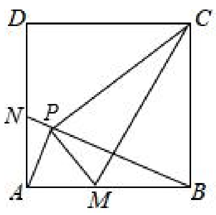
A．100（1+x）＝81×2　　　　　B．2×100（1－x）＝81

C．81（1+x）^{2}＝100　　　　　D．100（1－x）^{2}＝81

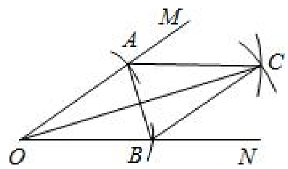
10．如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{5}$，点 N 为 AD 边上一点，连接 BN，作 $AP\perp BN$ 于点 P，点 M 为 AB 边上一点，且 $\angle PMA=\angle PCB$，连接 CM．下列结论正确的个数有（　　）

（1）$\triangle PAM\backsim\triangle PBC$　（2）$PM\perp PC$；（3）$\angle MPB=\angle MCB$；（4）若点 N 为 AD 中点，则 $S_{\triangle PCN}=6$

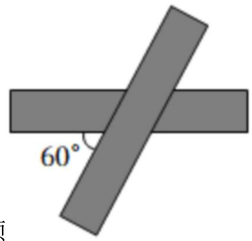
（5）$AN=AM$



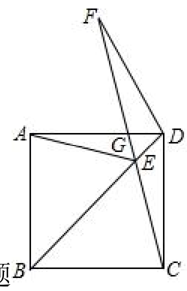
10 题



12 题



14 题



15 题

A．5 个　　　　　B．4 个　　　　　C．3 个　　　　　D．2 个

二．填空题（每题 3 分，共 15 分）

11．方程 $x^2-16=0$ 的解为 ________．

12．如图，在 $\angle MON$ 的两边上分别截取 OA、OB，使 $OA=OB$；分别以点 A、B 为圆心，OA 长为半径作弧，两弧交于点 C；连接 AC、BC、AB、OC．若 $AB=2cm$，四边形 $OACB$ 的面积为 $4cm^2$．则 OC 的长为 ______cm．

13. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，一枚硬币正面向上，一枚硬币反面向上的概率是________．

14.如图，两条宽都为 1cm 纸条交叉成 60° 角重叠在一起，则重叠四边形面积为 ________cm^2．

15.如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 E 为对角线 BD 上一点，连接 AE，$\angle BAE=75°$，连接 CE 并延长到 F，使 $DF=AD$，CF 交 AD 于点 G，下列结论：

①$AE=CE$；②$AE+DE=EF$；③$S_{\triangle CDE}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$；④$\frac{DG}{AG}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$．则其中正确的是____．（填写序号）

三．解答题（共 55 分）

16．（6 分）下面是小明解一元二次方程的过程，请认真阅读并完成相应的任务．

解：$2x^2+4x-8=0$

二次系数化为 1，得 $x^2+2x-4=0$…第一步

移项，得 $x^2+2x=4$…第二步

配方，得 $x^2+2x+4=4+4$，即（$x+2$）$^2=8$…第三步

由此，可得$x+2=\pm 2\sqrt{2}$…第四步

所以，$x_1=-2+2\sqrt{2}$，$x_2=-2-2\sqrt{2}$…第五步

（1）小明同学解题过程中，从第 _______步开始出现错误．

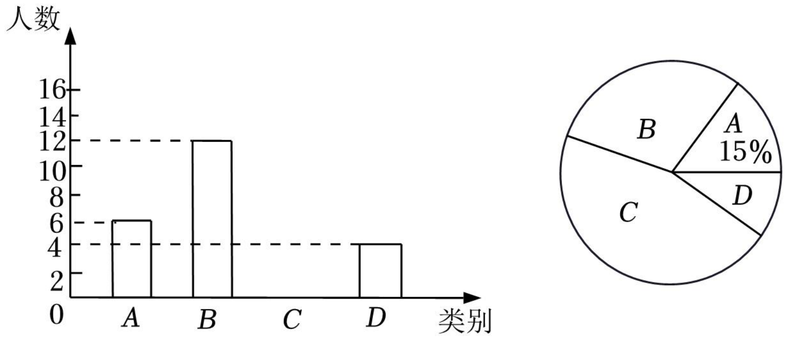
（2）请给出正确的解题过程．

17．（7 分）“双减”意见下，我区教体局对课后作业作了更明确的要求，为了解某学校七年级学生课后作业时长情况，某部门针对某校七年级学生进行了问卷调查，调查结果分四类显示：A 表示“40 分钟以内完成”，B 表示“40﹣70 分钟以内完成”，C 表示“70﹣90 分钟以内完成”，D 表示“90 分钟以上完成”．根据调查结果，绘制成两种不完整的统计图．

请结合统计图，回答下列问题：

（1）这次调查的总人数是 _________人；扇形统计图中，B 类扇形的圆心角是 _________°；C 类扇形所占的百分比是 _________．

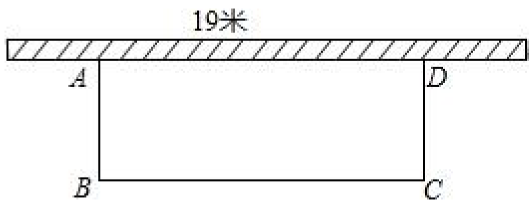
（2）在 D 类学生中，有 2 名男生和 2 名女生，再需从这 4 名学生中抽取 2 名学生作进一步访谈调查，请用树状图或列表的方法，求所抽 2 名学生恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率．



18．（8 分）如图所示，学校准备在教学楼后面搭建一个简易矩形自行车车棚，一边利用教学楼的后墙（可利用的墙长为 19m），另外三边利用学校现有总长 38m 的铁栏围成．

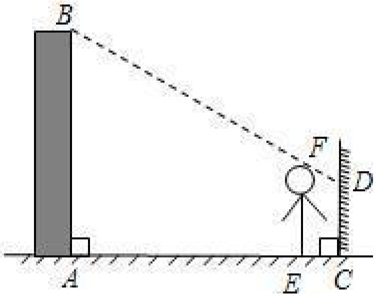
（1）若围成的面积为 180m^2，试求出自行车车棚的长和宽；

（2）能围成的面积为 200m^2 自行车车棚吗？如果能，请你给出设计方案；如果不能，请说明理由．

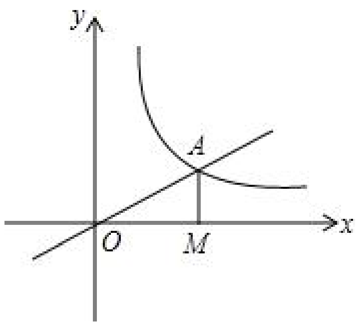


19．（8 分）小明想利用太阳光测量楼高．他带着皮尺来到一栋楼下，发现对面墙上有这栋楼的影子，针对这种情况，他设计了一种测量方案，具体测量情况如下：

如示意图，小明边移动边观察，发现站到点 E 处时，可以使自己落在墙上的影子与这栋楼落在墙上的影子重叠，且高度恰好相同．此时，测得小明落在墙上的影子高度 $CD=1.2m$，$CE=0.8m$，$CA=30m$（点 A、E、C 在同一直线上）．已知小明的身高 EF 是 $1.7m$，请你帮小明求出楼高 AB．（结果精确到 $0.1m$）



20．（8 分）如图，正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）在第一象限的图象交于 A 点，过 A 点作 x 轴的垂线，垂足为 M，已知△OAM 的面积为 1．如果 B 为反比例函数在第一象限图象上的点（点 B 与点 A 不重合），且 B 点的横坐标为 1，在 x 轴上求一点 P，使 $PA+PB$ 最小．



21．（9 分）阅读下面的短文，并回答下列问题

我们把相似形的概念推广到空间：如果两个几何体大小不一定相等，但形状完全相同，就把它们叫做相似体．

如图，甲、乙是两个不同的立方体，立方体都是相似体，它们的一切对应线段之比都等于相似比（a：b）．

设 $S_{甲}$、$S_{乙}$分别表示这两个立方体的表面积，则$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{6a^2}{6b^2}=(\frac{a}{b})^2$，又设 $V_{甲}$、$V_{乙}$分别表示这两个立方体的体积，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{a^3}{b^3}=(\frac{a}{b})^3$．

（1）下列几何体中，一定属于相似体的是 _______

A、两个球体 B、两个圆锥体 C、两个圆柱体 D、两个长方体．

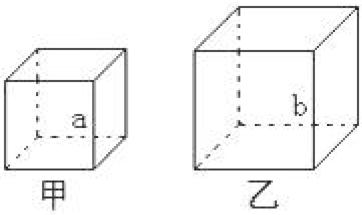
（2）请归纳出相似体的三条主要性质：

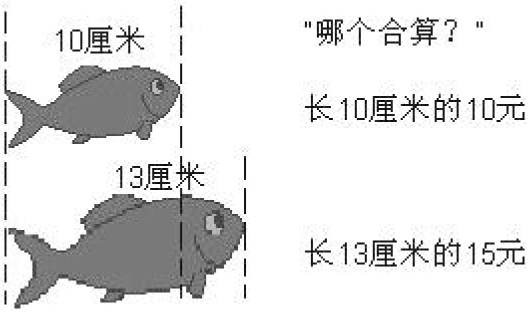
①相似体的一切对应线段（或弧）长度的比等于 __________；

②相似体表面积的比等于 ____________；

③相似体体积的比等于 ____________.

（3）寒假里，康子帮母亲到市场去买鱼，鱼摊上有一种鱼，个个都长得非常相似，现有大小两种不同的价钱，如图所示，鱼长 10 厘米的每条 10 元，鱼长 13 厘米的每条 15 元．康子不知道买哪种更好些，你能否帮他出出主意．

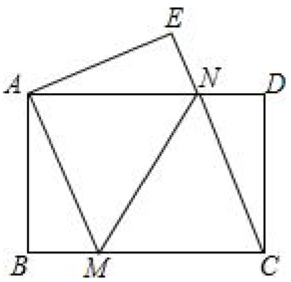




22．（9 分）如图，将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 MN 折叠，使点 C 落在点 A 处，点 D 落在点 E 处，直线 MN 交 BC 于点 M，交 AD 于点 N．

（1）求证：$CM=CN$；

（2）若△CMN 的面积与△CDN 的面积比为 3：1，求$\frac{MN}{DN}$的值．

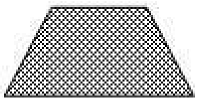


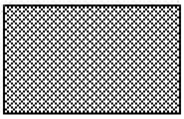
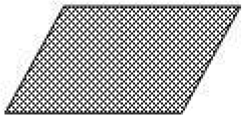
知新学校九上数学期末复习4

参考答案与试题解析

一．选择题（共10小题）

1．在一个晴朗的上午，小丽拿着一块矩形木板在阳光下做投影实验，矩形木板在地面上形成的投影不可能是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

【答案】A

【分析】可确定矩形木板与地面平行且与光线垂直时所成的投影为矩形；当矩形木板与光线方向平行且与地面垂直时所成的投影为一条线段；除以上两种情况矩形在地面上所形成的投影均为平行四边形，所以矩形木板在地面上形成的投影不可能是梯形．

【解答】解：将矩形木框立起与地面垂直放置时，形成B选项的影子；

将矩形木框与地面平行放置时，形成C选项影子；

将木框倾斜放置形成D选项影子；

依物同一时刻物高与影长成比例，又因矩形对边相等，因此投影不可能是A选项中的梯形，因为梯形两底不相等．

故选：A．

【点评】本题考查投影与视图的有关知识，灵活运用平行投影的性质是解题关键．

2．已知四条线段a，b，c，d是成比例线段，其中$b=3cm$，$c=4cm$，$d=6cm$，则线段a的长度为（　　）

A．$8cm$　　B．$2cm$　　C．$4cm$　　D．$1cm$

【答案】B

【分析】根据成比例线段的定义得到a：3＝4：6，然后利用比例的性质求a的值．

【解答】解：∵四条线段a、b、c、d是成比例线段，

∴a：b＝c：d，

即a：3＝4：6，

∴a＝2cm．

故选：B．

【点评】本题考查了比例线段：对于四条线段 a、b、c、d，如果其中两条线段的比（即它们的长度比）与另两条线段的比相等，如 a：b＝c：d（即 ad＝bc），我们就说这四条线段是成比例线段，简称比例线段．

3．我们手中拿着的试卷是一张 8K 纸，将它对折后得到一张 16K 的纸．你知道吗？8K 纸和 16K 纸是相似的矩形，动手试一试，由此你能得出一张 16K 纸的宽与长的比应该是（　　）

A．1：$\sqrt{2}$　　B．1：$\sqrt{3}$　　C．1：2　　D．1：3

【答案】A

【分析】设 16K 纸的长与宽分别为 x，y，根据相似矩形的对应边成比例列式求解即可．

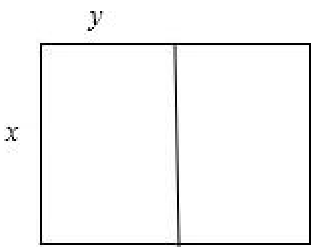
【解答】解：如图，设 16K 纸的长与宽分别为 x，y，

则原矩形的长与宽分别为 $2y$，x，

$\therefore \frac{y}{x}=\frac{x}{2y}$，

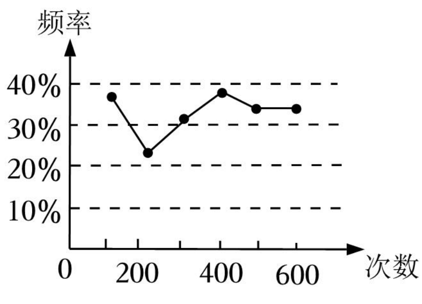
解得$\frac{y}{x}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

故选：A．



【点评】本题主要考查相似多边形对应边成比例的性质，找准对应边是解题的关键．

4．甲、乙两位同学在一次用频率去估计概率的实验中，统计了某一结果出现的频率，绘出的统计图如图所示，则符合这结果的实验可能是（　　）



A．从一个装有 2 个白球和 1 个红球的袋子任取一个球，则取到红球的概率

B．任意买一张电影票，座位号是偶数的概率

C．抛一枚质地均匀的硬币，正面朝上的概率

D．掷一枚正六面体的骰子，出现 1 点的概率

【答案】A

【分析】根据统计图可知，试验结果在0.33附近波动，即其概率$P\approx 0.33$，计算四个选项的概率，约为0.33者即为正确答案.

【解答】解：A、从一装有2个白球和1个红球的袋子中任取一球，取到红球的概率是：$\frac{1}{1+2}=\frac{1}{3}\approx 0.33$，正确；

B、任意写出一个整数，能被2整除的概率为$\frac{1}{2}$，故此选项错误；

C、掷一枚硬币，出现正面朝上的概率为$\frac{1}{2}$，故此选项错误；

D、掷一枚正六面体的骰子，出现某一特定面的概率为$\frac{1}{6}$，故此选项错误；

故选：A.

【点评】本题考查利用频率估计概率，正确计算出各自的概率是解题关键.

5．一元二次方程（$x+1$）（$x-3$）＝0化成一般形式$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）后a，b，c的值分别为（　　）

A．1，﹣2，﹣3　　B．1，2，3　　C．1，﹣2，3　　D．1，2，﹣3

【答案】A

【分析】首先将已知方程进行整理，化为一元二次方程的一般形式，再来确定a，b，c的值.

【解答】解：一元二次方程（$x+1$）（$x-3$）＝0化成一般形式$x^2-2x-3=0$，

$\therefore a=1$，$b=-2$，$c=-3$，

故选：A.

【点评】本题主要考查一元二次方程，属于基础题.

6．定义运算：$a\star b=a(1-b)$．若a，b是方程$x^2-x+\frac{1}{4}m=0$（$m<0$）的两根，则$b\star b-a\star a$的值为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．与m有关

【答案】A

【分析】(方法一）由根与系数的关系可找出$a+b=1$，根据新运算找出$b\star b-a\star a=b(1-b)-a(1-a)$，将其中的1替换成$a+b$，即可得出结论.

（方法二）由根与系数的关系可找出$a+b=1$，根据新运算找出$b\star b-a\star a=(a-b)(a+b-1)$，代入$a+b=1$即可得出结论.

（方法三）由一元二次方程的解可得出$a^2-a=-\frac{1}{4}m$、$b^2-b=-\frac{1}{4}m$，根据新运算找出$b\star b-a\star a=-(b^2-b)+(a^2-a)$，代入后即可得出结论.

【解答】解：（方法一）∵a，b是方程$x^2-x+\frac{1}{4}m=0$（$m<0$）的两根，

∴$a+b=1$，

∴$b\star b-a\star a=b(1-b)-a(1-a)=b(a+b-b)-a(a+b-a)=ab-ab=0$.

（方法二）∵a，b是方程$x^2-x+\frac{1}{4}m=0$（$m<0$）的两根，

∴$a+b=1$.

∵$b\star b-a\star a=b(1-b)-a(1-a)=b-b^2-a+a^2=(a^2-b^2)+(b-a)=(a+b)(a-b)-(a-b)=(a-b)(a+b-1)$，$a+b=1$，

∴$b\star b-a\star a=(a-b)(a+b-1)=0$.

（方法三）∵a，b是方程$x^2-x+\frac{1}{4}m=0$（$m<0$）的两根，

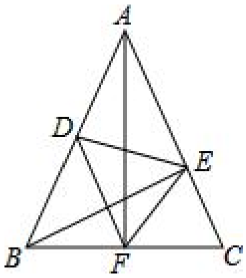
∴$a^2-a=-\frac{1}{4}m$，$b^2-b=-\frac{1}{4}m$，

∴$b\star b-a\star a=b(1-b)-a(1-a)=-(b^2-b)+(a^2-a)=\frac{1}{4}m-\frac{1}{4}m=0$.

故选：A.

【点评】本题考查了根与系数的关系，解题的关键是找出$a+b=1$．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根与系数的关系得出两根之积与两根之和是关键.

7．如图，在三角形ABC中，$AB=AC$，$BC=6$，三角形DEF的周长是7，$AF\perp BC$于F，$BE\perp AC$于E，且点D是AB的中点，则$AF=$（　　）



A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．7

【答案】B

【分析】根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得$DE=DF=\frac{1}{2}AB$，$EF=\frac{1}{2}BC$，然后代入数据计算即可得解.

【解答】解：∵$AF\perp BC$，$BE\perp AC$，D是AB的中点，

∴$DE=DF=\frac{1}{2}AB$，

∵$AB=AC$，$AF\perp BC$，

∴点 F 是 BC 的中点，∴$BF=FC=3$，

∵$BE\perp AC$，

∴$EF=\frac{1}{2}BC=3$，

∴$\triangle DEF$ 的周长$=DE+DF+EF=AB+3=7$，

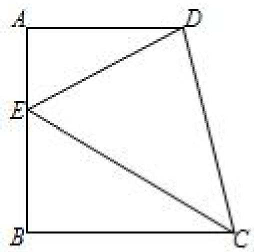
∴$AB=4$，

由勾股定理知 $AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=\sqrt{7}$，

故选：B．

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，等腰三角形三线合一的性质，熟记各性质是解题的关键．

8．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90°$，$AB=BC=4$，$AD=3$，E 是边 AB 上一点，且$\angle DCE=45°$，则 DE 的长度是（　　）

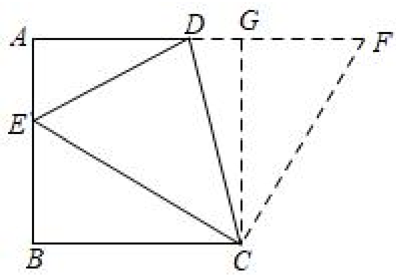


A．3.2　　　　B．3.4　　　　C．3.6　　　　D．4

【答案】B

【分析】过 C 作 $CG\perp AD$，交 AD 延长线于 G，延长 DG 至 F，使 $GF=BE$，先证四边形 $ABCG$ 是正方形（有一组邻边相等的矩形是正方形），再设 $DE=x$，在 Rt$\triangle AED$ 中利用勾股定理可求出 ED 的长．

【解答】解：如图，过 C 作 $CG\perp AD$ 于 G，并延长 DG 至 F，使 $GF=BE$，



∵$\angle A=\angle B=\angle CGA=90°$，$AB=BC$，

∴四边形 $ABCG$ 为正方形，

∴$AG=BC=4$，$\angle BCG=90°$，$BC=CG$，

∵$AD=3$，

∴$DG=4-3=1$，

∵$BC=CG$，$\angle B=\angle CGF$，$BE=FG$，

∴$\triangle EBC\cong\triangle FGC$（$SAS$），

∴$CE=CF$，$\angle ECB=\angle FCG$，

∵$\angle DCE=45^\circ$，

∴$\angle BCE+\angle DCG=\angle DCG+\angle FCG=45^\circ$，

∴$\angle DCE=\angle DCF$，

∵$CE=CF$，$\angle DCF=\angle DCE$，$DC=DC$，

∴$\triangle ECD\cong\triangle FCD$（$SAS$），

∴$ED=DF$，

设 $ED=x$，则 $EB=FG=x-1$，

∴$AE=4-(x-1)=5-x$，

Rt$\triangle AED$ 中，$AE^2+AD^2=DE^2$，

∴$(5-x)^2+3^2=x^2$，

解得：$x=3.4$，

∴$DE=3.4$．

故选：B．

【点评】本题考查的是正方形的判定与性质，全等三角形的判定和性质、勾股定理的应用，掌握三角形全等的判定定理和性质定理是解题的关键．

9．某商店将一批夏装降价处理，经两次降价后，由每件 100 元降至 81 元，求平均每次降价的百分率，设平均每次降价的百分率为 x，可列方程（　　）

A．$100(1+x)=81\times2$　　B．$2\times100(1-x)=81$

C．$81(1+x)^2=100$　　D．$100(1-x)^2=81$

【答案】D

【分析】此题可设平均每次降价的百分率为 x，那么第一次降价后的单价是原来的 $(1-x)$，那么第二次降价后的单价是原来的 $(1-x)^2$，根据题意列方程解答即可．

【解答】解：设平均每次降价的百分率为 x，根据题意列方程得

$100\times(1-x)^2=81$

故选：D．

【点评】本题考查的是平均增长率问题．解决这类问题所用的等量关系一般是：增长前的量×（1+平均

增长率）^{时间}＝增长后的量．本题中设原来绿地面积是 1，使问题简化．

10．如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{5}$，点 N 为 AD 边上一点，连接 BN，作 $AP\perp BN$ 于点 P，点 M 为 AB 边上一点，且 $\angle PMA=\angle PCB$，连接 CM．下列结论正确的个数有（　　）

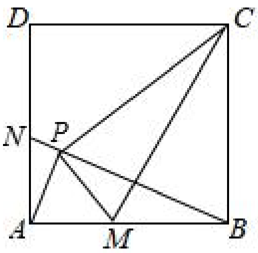
（1）$\triangle PAM\backsim\triangle PBC$

（2）$PM\perp PC$；

（3）$\angle MPB=\angle MCB$；

（4）若点 N 为 AD 中点，则 $S_{\triangle PCN}=6$

（5）$AN=AM$



A．5 个　　　　　B．4 个　　　　　C．3 个　　　　　D．2 个

【答案】B

【分析】根据互余角性质得 $\angle PAM=\angle PBC$，进而得 $\triangle PAM\backsim\triangle PBC$，可以判断（1）；由相似三角形得 $\angle APM=\angle BPC$，进而得 $\angle CPM=\angle APB$，从而判断（2）；由 B、C、P、M 四点共圆得 $\angle MPB=\angle MCB$，进而判断（3）；过 P 点作 $EF\perp BC$，分别志 AD、BC 相交于点 EF，由相似三角形得 PF，进而由 $\triangle BCN$ 与 $\triangle BCP$ 的面积之差求得 $\triangle PCN$ 的面积便可判断（4）；由 $\triangle APB\backsim\triangle NAB$ 得 $\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{AN}{AB}$，再结合 $\triangle PAM\backsim\triangle PBC$ 便可判断（5）．

【解答】解：（1）$\because AP\perp BN$，

$\therefore \angle PAM+\angle PBA=90^\circ$，

$\because \angle PBA+\angle PBC=90^\circ$，

$\therefore \angle PAM=\angle PBC$，

$\because \angle PMA=\angle PCB$，

$\therefore \triangle PAM\backsim\triangle PBC$，

故（1）正确；

（2）$\because \triangle PAM\backsim\triangle PBC$，

$\therefore \angle APM=\angle BPC$，

$\therefore \angle CPM=\angle APB=90^\circ$，即 $PM\perp PC$，

故（2）正确；

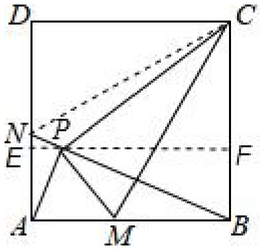
（3）∵$\angle MPC+\angle MBC=90°+90°=180°$，

∴B、C、P、M四点共圆，

∴$\angle MPB=\angle MCB$，

故（3）正确；

（4）过点P作$EF\perp BC$，分别交AD、BC于E、F点，



∵N为AD的中点，$AB=2\sqrt{5}$

∴$AN=DN=\sqrt{5}$，$BC=EF=2\sqrt{5}$，

∴$BN=\sqrt{AB^2+AN^2}=5$，

易证$\triangle ANP\backsim\triangle NBA$，得$\frac{PN}{AN}=\frac{AN}{NB}$，

即$\frac{PN}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴$PN=1$，

∴$PB=5-1=4$，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\triangle PEN\backsim\triangle PFB$，

∴$\frac{PE}{PF}=\frac{PN}{PB}=\frac{1}{4}$，

∴$PF=\frac{4}{5}EF=\frac{8}{5}\sqrt{5}$，

∴$S_{\triangle PCN}=S_{\triangle NBC}-S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}-\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\frac{8}{5}\sqrt{5}=2$，

故（4）错误；

（5）易证$\triangle PAN\backsim\triangle PAB$，

∴$\frac{AN}{BA}=\frac{PA}{PB}$，

∵$\triangle PAM\backsim\triangle PBC$，

∴$\frac{AM}{BC}=\frac{AP}{BP}$，

$\therefore\frac{AN}{AB}=\frac{AM}{BC}$,

$\because AB=BC$,

$\therefore AM=AN$,

故（5）正确；

（5）解法二：B，M，P C，共圆，延长 AP 交 CD 与点 G，则 P，G，C，B 共圆．则 C，B，M，P，G 五点共圆，易证 CG 跟 MB 弦所对的圆周角相等　所以弦相等，$CG=MB$，$DG=AM=AN$，

故选：B．

【点评】本题考查相似三角形综合题、正方形的性质、圆的有关知识，解题的关键是熟练应用相似三角形性质解决问题，（3）利用四点共圆的关系解决问题，有一定难度，属于中考压轴题．

二．填空题（共 4 小题）

11．方程 $x^2-16=0$ 的解为 <u>$x_1=4$，$x_2=-4$</u>．

【答案】见试题解答内容

【分析】移项，再直接开平方求解．

【解答】解：方程 $x^2-16=0$，

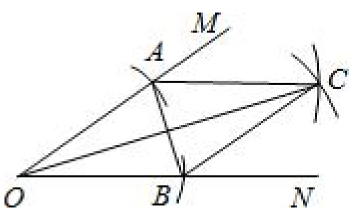
移项，得 $x^2=16$，

开平方，得 $x=\pm4$，

故答案为：$x_1=4$，$x_2=-4$．

【点评】本题考查了直接开方法解一元二次方程．用直接开方法求一元二次方程的解的类型有：$x^2=a$（$a\geqslant0$）；$ax^2=b$（a，b 同号且 $a\neq0$）；$(x+a)^2=b$（$b\geqslant0$）；$a(x+b)^2=c$（a，c 同号且 $a\neq0$）．法则：要把方程化为“左平方，右常数，先把系数化为 1，再开平方取正负，分开求得方程解”．

12．如图，在∠MON 的两边上分别截取 OA、OB，使 $OA=OB$；分别以点 A、B 为圆心，OA 长为半径作弧，两弧交于点 C；连接 AC、BC、AB、OC．若 $AB=2cm$，四边形 $OACB$ 的面积为 $4cm^2$．则 OC 的长为 <u>4</u> cm．



【答案】见试题解答内容

【分析】根据作法判定出四边形 $OACB$ 是菱形，再根据菱形的面积等于对角线乘积的一半列式计算即可得解．

【解答】解：根据作图，$AC=BC=OA$，

∵$OA=OB$，

∴$OA=OB=BC=AC$，

∴四边形 $OACB$ 是菱形，

∵$AB=2cm$，四边形 $OACB$ 的面积为 $4cm^2$，

∴$\frac{1}{2}AB \cdot OC=\frac{1}{2}\times 2\times OC=4$，

解得 $OC=4cm$．

故答案为：4．

【点评】本题考查了菱形的判定与性质，菱形的面积等于对角线乘积的一半的性质，判定出四边形 $OACB$ 是菱形是解题的关键．

13．同时抛掷两枚质地均匀的硬币，一枚硬币正面向上，一枚硬币反面向上的概率是__$\frac{1}{2}$__．

【答案】见试题解答内容

【分析】列举出所有情况，看一枚硬币正面向上，一枚硬币反面向上的情况数占总情况数的多少即可．

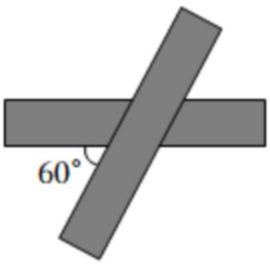
【解答】解：画树形图得：

由树形图可知共 4 种情况，一枚硬币正面向上，一枚硬币反面向上的情况数有 2 种，所以概率是$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$．

故答案是$\frac{1}{2}$．

【点评】本题考查了求随机事件的概率，用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比．得到所求的情况数是解决本题的关键．

14．如图，两条宽都为 $1cm$ 的纸条交叉成 60°角重叠在一起，则重叠四边形的面积为 __$\frac{2\sqrt{3}}{3}$__cm^2．



【答案】$\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

【分析】过点 A 作 $AF\perp BC$ 于 F，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，先证四边形 $ABCD$ 是平行四边形，再证平行

四边形 $ABCD$ 是菱形，然后由锐角三角函数定义求出 AB 的长，即可解决问题.

【解答】解：如图，过点 A 作 $AF\perp BC$ 于 F，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，

由题意可得 $AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，$AF=CE=1cm$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\cdot CE=BC\cdot AF$，

∴$AB=BC$，

∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形，

∵$\angle ABC=60^\circ$，$AF\perp BC$，

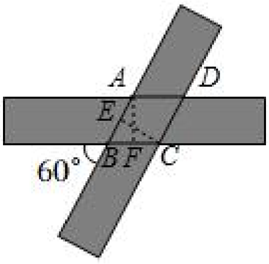
∴$\sin\angle ABC=\frac{AF}{AB}=\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$AB=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$（$cm$），

∴$S_{\text{菱形}ABCD}=AB\cdot CE=\frac{2\sqrt{3}}{3}\times1=\frac{2\sqrt{3}}{3}$（$cm^2$），

即重叠四边形的面积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}cm^2$，

故答案为：$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

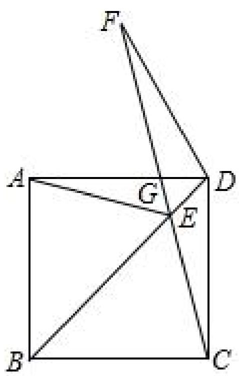


【点评】本题考查了菱形的判定和性质、平行四边形的判定与性质以及锐角三角函数定义等知识，求出 AB 的长是解题的关键.

15.如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 E 为对角线 BD 上一点，连接 AE，$\angle BAE=75^\circ$，连接 CE 并延长到 F，使 $DF=AD$，CF 交 AD 于点 G，下列结论：

①$AE=CE$；②$AE+DE=EF$；③$S_{\triangle CDE}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$；④$\frac{DG}{AG}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

则其中正确的是__①②③④__.（填写序号）



【答案】见试题解答内容

【分析】①正确．证明$\triangle BEA\cong\triangle BEC$即可．

②正确．连接AF，在EF上取一点J，使得$EJ=ED$．证明$\triangle FDJ\cong\triangle ADE$（$SAS$）即可解决问题．

③正确．作$EK\perp CD$于K，在CK上取一点H，使得$EH=CH$．设$DK=DE=x$，构建方程求出x即可解决问题．

④正确．作$GM\perp AE$于M，$GN\perp DE$于N．由$\angle AEG=\angle DEG$，推出$GM=GN$，推出$\frac{S_{\triangle AEG}}{S_{\triangle DEG}}=\frac{AG}{DG}=\frac{\frac{1}{2}AM\cdot GM}{\frac{1}{2}DE\cdot GN}=\frac{AE}{DE}$，由此即可解决问题．

【解答】解：连接AF，在EF上取一点J，使得$EJ=ED$．

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$BA=BC$，$\angle EBA=\angle EBC=45°$，$\angle BAD=\angle ADC=\angle BCD=90°$，

∵$BE=BE$，

∴$\triangle BEA\cong\triangle BEC$（$SAS$），

∴$AE=EC$，$\angle BAE=\angle BCE=75°$，故①正确，

∴$\angle DCF=15°$，

∵$DA=DF=DC$，

∴$\angle DFC=\angle DCF=15°$，

∴$\angle FDC=150°$，$\angle ADF=60°$，

∴$\triangle ADF$是等边三角形，

∵$\angle AEB=\angle BEC=180°-45°-75°=60°$，

∴$\angle DEF=\angle AEF=60°$，

∵$ED=EJ$，

∴$\triangle DEJ$是等边三角形，

∴$\angle EDJ=\angle FDA=60^\circ$，

∴$\angle FDJ=\angle ADE$，

∵$DF=DA$，$DJ=DE$，

∴$\triangle FDJ\cong\triangle ADE$（$SAS$），

∴$FJ=AE$，

∴$EF=EJ+FJ=DE+AE$，故②正确，

作 $EK\perp CD$ 于 K，在 CK 上取一点 H，使得 $EH=CH$.

∵$\angle ECH=\angle HEC=15^\circ$，

∴$\angle EHK=\angle ECH+\angle HEC=30^\circ$，设 $DK=EK=x$，则 $EH=CH=2c$，$HK=\sqrt{3}x$，

∴$x+\sqrt{3}x+2x=2$，

解得 $x=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$，

∴$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\bullet CD\bullet EK=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$，故③正确，

作 $GM\perp AE$ 于 M，$GN\perp DE$ 于 N.

∵$\angle AEG=\angle DEG$，

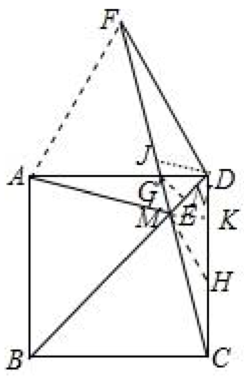
∴$GM=GN$，

∴$\frac{S_{\triangle AEG}}{S_{\triangle DEG}}=\frac{AG}{DG}=\frac{\frac{1}{2}\cdot AM\cdot GM}{\frac{1}{2}\cdot DE\cdot GN}=\frac{AE}{DE}$，

∵$DE=\sqrt{2}DK=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{3}$，$AE=EC=\sqrt{CK^2+EK^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

∴$\frac{DG}{AG}=\frac{DE}{AE}=\frac{\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{3}}{\frac{2\sqrt{6}}{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，故④正确.

故答案为①②③④.



【点评】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，学会利用参数构建方程解决问题，属于中考压轴题.

三．解答题（共 8 小题）

16.下面是小明解一元二次方程的过程，请认真阅读并完成相应的任务．

解：$2x^2+4x-8=0$

二次系数化为 1，得 $x^2+2x-4=0$…第一步

移项，得 $x^2+2x=4$…第二步

配方，得 $x^2+2x+4=4+4$，即（$x+2$）$^2=8$…第三步

由此，可得$x+2=\pm 2\sqrt{2}$…第四步

所以，$x_1=-2+2\sqrt{2}$，$x_2=-2-2\sqrt{2}$…第五步

（1）小明同学解题过程中，从第 __三__步开始出现错误．

（2）请给出正确的解题过程．

【答案】（1）三；

（2）$x_1=-1+\sqrt{5}$，$x_2=-1-\sqrt{5}$．

【分析】（1）第三步应该把方程两边加上一次项系数一半的平方，从而可判断第三步错误；

（2）利用配方法得到（$x+1$）$^2=5$，然后利用直接开平方法解方程．

【解答】解：（1）小明同学解题过程中，从第三步开始出现错误；

故答案为：三；

（2）$2x^2+4x-8=0$

$x^2+2x-4=0$，

$x^2+2x=4$，

$x^2+2x+1=4+1$，

即（$x+1$）$^2=5$，

$x+1=\pm\sqrt{5}$，

所以 $x_1=-1+\sqrt{5}$，$x_2=-1-\sqrt{5}$．

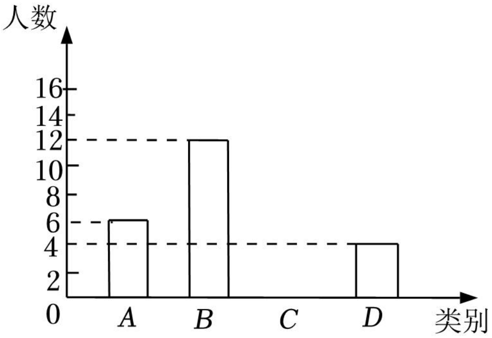
【点评】本题考查了解一元二次方程－配方法：本题考查了用配方法解一元二次方程的步骤是解决问题的关键．

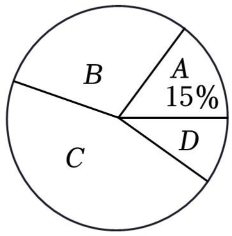
17．“双减”意见下，我区教体局对课后作业作了更明确的要求，为了解某学校七年级学生课后作业时长情况，某部门针对某校七年级学生进行了问卷调查，调查结果分四类显示：A 表示“40 分钟以内完成”，B 表示“40－70 分钟以内完成”，C 表示“70－90 分钟以内完成”，D 表示“90 分钟以上完成”．根据调查结果，绘制成两种不完整的统计图．

请结合统计图，回答下列问题：

（1）这次调查的总人数是 <u>40</u> 人；扇形统计图中，B 类扇形的圆心角是 <u>108</u> °；C 类扇形所占的百分比是 <u>45%</u>．

（2）在 D 类学生中，有 2 名男生和 2 名女生，再需从这 4 名学生中抽取 2 名学生作进一步访谈调查，请用树状图或列表的方法，求所抽 2 名学生恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率．





【答案】（1）40；108；45%．

（2）$\frac{2}{3}$．

【分析】（1）用 A 类学生人数除以所占百分比可得这次调查的总人数；用 B 类学生人数除以总人数再乘以 360°，即可得 B 类扇形的圆心角；先求出 C 类学生人数，进而可得 C 类扇形所占的百分比．

（2）画树状图得出所有等可能的结果数和所抽取的 2 名学生恰好是 1 名男生和 1 名女生的结果数，再利用概率公式可得出答案．

【解答】解：（1）这次调查的总人数为 $6\div15\%=40$（人），

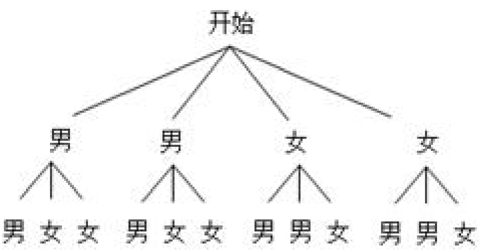
扇形统计图中，B 类扇形的圆心角为$\frac{12}{40}\times360°=108°$，

C 类的学生人数为 $40-6-12-4=18$（人），

∴C 类扇形所占的百分比为$\frac{18}{40}\times100\%=45\%$．

故答案为：40；108；45%．

（2）画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果，其中所抽取的 2 名学生恰好是 1 名男生和 1 名女生的结果有 8 种，

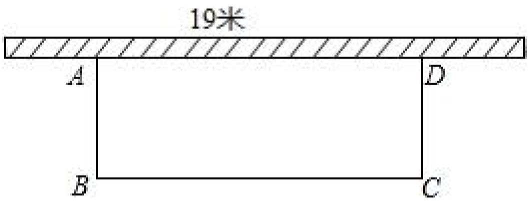
∴所抽取的 2 名学生恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率为$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法、条形统计图、扇形统计图，能够读懂条形统计图和扇形统计图，掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

18．如图所示，学校准备在教学楼后面搭建一个简易矩形自行车车棚，一边利用教学楼的后墙（可利用的墙长为 19m），另外三边利用学校现有总长 38m 的铁栏围成.

（1）若围成的面积为 180m^2，试求出自行车车棚的长和宽；

（2）能围成的面积为 200m^2 自行车车棚吗？如果能，请你给出设计方案；如果不能，请说明理由.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据铁栏的长是长方形的长与宽的 2 倍的和，从而确定长和宽，即可表示出矩形面积，求出即可；

（2）利用长方形的面积列方程，利用根的判别式解答即可.

【解答】解：（1）设 $AB=x$，则 $BC=38-2x$；

根据题意列方程的，

$x(38-2x)=180$，

解得 $x_1=10$，$x_2=9$；

当 $x=10$，$38-2x=18$（米），

当 $x=9$，$38-2x=20$（米），而墙长 19m，不合题意舍去，

答：若围成的面积为 180m^2，自行车车棚的长和宽分别为 18 米，10 米；

（2）根据题意列方程得，

$x(38-2x)=200$，

整理得出：$x^2-19x+100=0$；

$\Delta=b^2-4ac=361-400=-39<0$，

故此方程没有实数根，

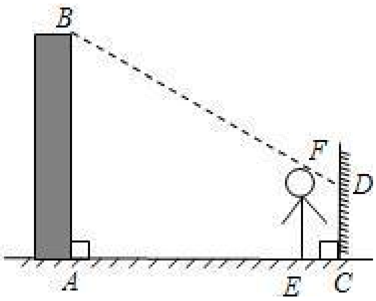
答：因此如果墙长 19m，满足条件的花园面积不能达到 200m^2.

【点评】此题主要考查了一元二次方程的应用，首先要注意读懂题意，正确理解题意，然后才能利用题

目的数量关系列出方程．

19．小明想利用太阳光测量楼高．他带着皮尺来到一栋楼下，发现对面墙上有这栋楼的影子，针对这种情况，他设计了一种测量方案，具体测量情况如下：

如示意图，小明边移动边观察，发现站到点 E 处时，可以使自己落在墙上的影子与这栋楼落在墙上的影子重叠，且高度恰好相同．此时，测得小明落在墙上的影子高度 $CD=1.2m$，$CE=0.8m$，$CA=30m$（点 A、E、C 在同一直线上）．已知小明的身高 EF 是 $1.7m$，请你帮小明求出楼高 AB．（结果精确到 $0.1m$）



【答案】见试题解答内容

【分析】此题属于实际应用问题，解题的关键是将实际问题转化为数学问题进行解答；解题时要注意构造相似三角形，利用相似三角形的性质解题．

【解答】解：过点 D 作 $DG\perp AB$，分别交 AB、EF 于点 G、H，

$\because AB /\!/ CD$，$DG\perp AB$，$AB\perp AC$，

$\therefore$四边形 $ACDG$ 是矩形，

$\therefore EH=AG=CD=1.2$，$DH=CE=0.8$，$DG=CA=30$，

$\because EF /\!/ AB$，

$\therefore \triangle DHF\backsim\triangle DGB$，

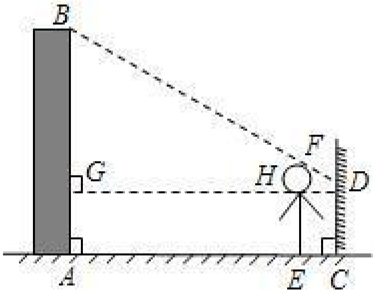
$\therefore \frac{FH}{BG}=\frac{DH}{DG}$，

由题意，知 $FH=EF-EH=1.7-1.2=0.5$，

$\therefore \frac{0.5}{BG}=\frac{0.8}{30}$，解得，$BG=18.75$（$m$），

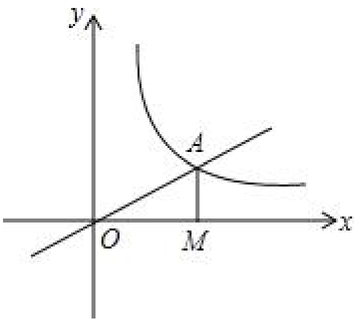
$\therefore AB=BG+AG=18.75+1.2=19.95\approx 20.0$（$m$）．

$\therefore$楼高 AB 约为 $20.0m$．



【点评】本题只要是把实际问题抽象到相似三角形中，利用相似三角形的相似比，列出方程，通过解方程求解即可，体现了转化的思想．

20．如图，正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）在第一象限的图象交于 A 点，过 A 点作 x 轴的垂线，垂足为 M，已知△OAM 的面积为 1．如果 B 为反比例函数在第一象限图象上的点（点 B 与点 A 不重合），且 B 点的横坐标为 1，在 x 轴上求一点 P，使 $PA+PB$ 最小．



【答案】见试题解答内容

【分析】根据反比例函数图象上的点的横纵坐标的乘积为函数的系数和△OAM 的面积为 1 可得 $k=2$，即反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$．要使 $PA+PB$ 最小，需作出 A 点关于 x 轴的对称点 C，连接 BC，交 x 轴于点 P，P 为所求点．A 点关于 x 轴的对称点 C（2，﹣1），而 B 为（1，2），故 BC 的解析式为 $y=-3x+5$，当 $y=0$ 时，$x=\frac{5}{3}$，即可得出答案．

【解答】解：设 A 点的坐标为（a，b），则 $b=\frac{k}{a}$，

$\therefore ab=k$，

$\because \frac{1}{2}ab=1$，

$\therefore \frac{1}{2}k=1$

$\therefore k=2$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$．

根据题意画出图形，如图所示：

联立得$\begin{cases}y=\frac{2}{x}\\y=\frac{1}{2}x\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，

∴A 为（2，1），

设 A 点关于 x 轴的对称点为 C，则 C 点的坐标为（2，﹣1）．

令直线 BC 的解析式为 $y=mx+n$

∵B 为（1，2），

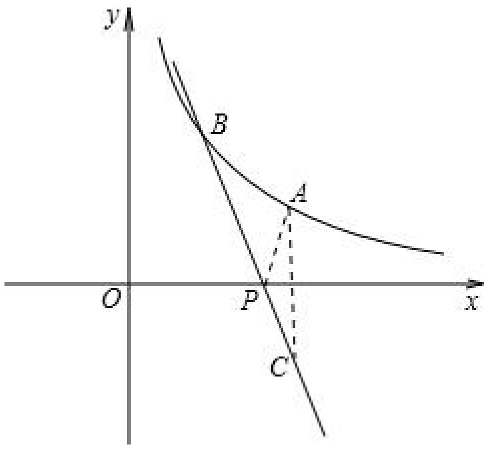
将 B 和 C 的坐标代入得：$\begin{cases}2m+n=-1\\m+n=2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}m=-3\\n=5\end{cases}$

∴BC 的解析式为 $y=﹣3x+5$，

当 $y=0$ 时，$\frac{5}{3}$，

∴P 点为（$\frac{5}{3}$，0）．



【点评】此题考查了反比例函数和一次函数的交点问题，反比例函数和一次函数解析式的确定、图形的面积求法、轴对称等知识及综合应用知识、解决问题的能力．有点难度．

21．阅读下面的短文，并回答下列问题

我们把相似形的概念推广到空间：如果两个几何体大小不一定相等，但形状完全相同，就把它们叫做相似体．

如图，甲、乙是两个不同的立方体，立方体都是相似体，它们的一切对应线段之比都等于相似比（a：b）．

设 $S_{甲}$、$S_{乙}$分别表示这两个立方体的表面积，则$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{6a^2}{6b^2}=(\frac{a}{b})^2$，又设 $V_{甲}$、$V_{乙}$分别表示这两个立方

体的体积，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{a^3}{b^3}=(\frac{a}{b})^3$.

（1）下列几何体中，一定属于相似体的是 <u> *A* </u>

A、两个球体 *B*、两个圆锥体 *C*、两个圆柱体 *D*、两个长方体.

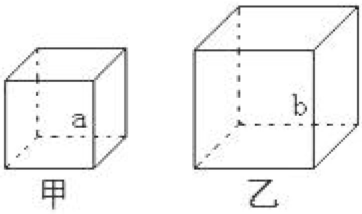
（2）请归纳出相似体的三条主要性质：

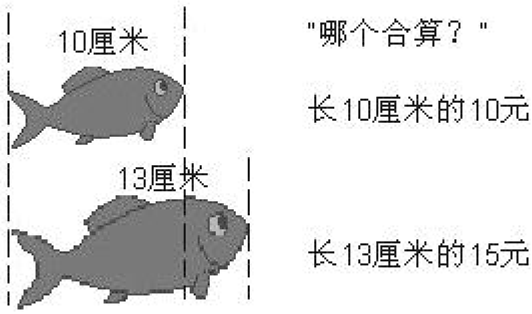
①相似体的一切对应线段（或弧）长度的比等于 <u> 相似比 </u>；

②相似体表面积的比等于 <u> 相似比平方 </u>；

③相似体体积的比等于 <u> 相似比立方 </u>.

（3）寒假里，康子帮母亲到市场去买鱼，鱼摊上有一种鱼，个个都长得非常相似，现有大小两种不同的价钱，如图所示，鱼长 10 厘米的每条 10 元，鱼长 13 厘米的每条 15 元．康子不知道买哪种更好些，你能否帮他出出主意．





【答案】见试题解答内容

【分析】相似体体积的比等于相似比立方，因为同一种鱼的密度一样，所以它们的质量比等于体积比.

【解答】解：（1）*A*

（2）相似比；相似比的平方；相似比的立方

（3）因为同一种鱼的密度一样，所以它们的质量比等于体积比

设这两种鱼的质量分别为 *m*、*M*，则有$\frac{M}{m}=(\frac{13}{10})^3=2.197$

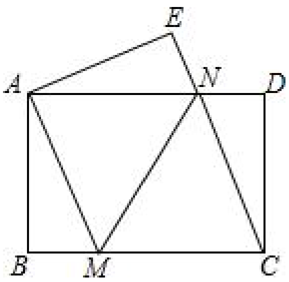
而它们的价格比为 15：10＝1.5，∴买 15 元一条的鱼更合算.

【点评】此题主要考查相似形的性质相似体体积的比等于相似比立方，关键是把实际问题转化为数额学问题.

22．如图，将一张矩形纸片 *ABCD* 沿直线 *MN* 折叠，使点 *C* 落在点 *A* 处，点 *D* 落在点 *E* 处，直线 *MN* 交 *BC* 于点 *M*，交 *AD* 于点 *N*.

（1）求证：$CM=CN$；

（2）若△CMN 的面积与△CDN 的面积比为 3：1，求$\frac{MN}{DN}$的值．



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由折叠的性质可得：$\angle ANM=\angle CNM$，由四边形 $ABCD$ 是矩形，可得$\angle ANM=\angle CMN$，则可证得$\angle CMN=\angle CNM$，继而可得 $CM=CN$；

（2）首先过点 N 作 $NH\perp BC$ 于点 H，由△CMN 的面积与△CDN 的面积比为 3:1，易得 $MC=3ND=3HC$，然后设 $DN=x$，由勾股定理，可求得 MN 的长，继而求得答案．

【解答】（1）证明：∵将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 MN 折叠，使点 C 落在点 A 处，

∴$\angle ANM=\angle CNM$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AD\parallel BC$，

∴$\angle ANM=\angle CMN$，

∴$\angle CMN=\angle CNM$，

∴$CM=CN$；

（2）解：过点 N 作 $NH\perp BC$ 于点 H，

则四边形 $NHCD$ 是矩形，

∴$HC=DN$，$NH=DC$，

∵△CMN 的面积与△CDN 的面积比为 3：1，

∴$\frac{S_{\triangle CMN}}{S_{\triangle CDN}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot MC\cdot NH}{\frac{1}{2}\cdot DN\cdot NH}=\frac{MC}{ND}=3$，

∴$MC=3ND=3HC$，

∴$MH=2HC$，

设 $DN=x$，则 $HC=x$，$MH=2x$，

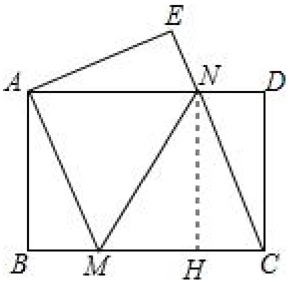
∴$CM=3x=CN$，

在 Rt△CDN 中，$DC=\sqrt{CN^2-DN^2}=2\sqrt{2}x$，

∴$HN=2\sqrt{2}x$，

在 Rt△MNH 中，$MN=\sqrt{MH^2+HN^2}=2\sqrt{3}x$，

∴$\frac{MN}{DN}=\frac{2\sqrt{3}x}{x}=2\sqrt{3}$.



【点评】此题考查了矩形的性质、折叠的性质、勾股定理以及三角形的面积．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意掌握数形结合思想与方程思想的应用．