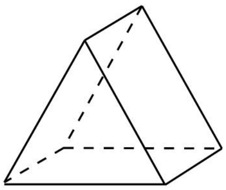
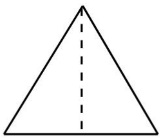
复习 10

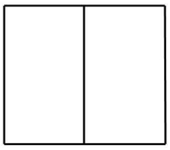
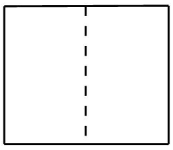
参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

1．如图所示的几何体的俯视图是(　　)



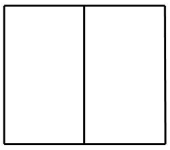
A．　　B．

C．　　D．

【分析】根据三视图的知识得出结论即可．

【解答】解：根据题意得，该几何体的俯视图为，

故选：C．



【点评】本题主要考查简单几何体的三视图，熟练掌握简单几何体的三视图是解题的关键．

2．一元二次方程 $2x^2-x=0$ 的解是(　　)

A．$x=0$　　B．$x_1=0$，$x_2=2$　　C．$x_1=0$，$x_2=\dfrac{1}{2}$　　D．$x=2$

【分析】方程利用因式分解法求出解即可．

【解答】解：方程 $2x^2-x=0$，

分解因式得：$x(2x-1)=0$，

可得 $x=0$ 或 $2x-1=0$，

解得：$x_1=0$，$x_2=\dfrac{1}{2}$．

故选：C．

【点评】此题考查了解一元二次方程－因式分解法，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键．

3．下列命题中，是真命题的是(　　)

A．两条对角线互相平分的四边形是平行四边形

B．两条对角线相等的四边形是矩形

C．两条对角线互相垂直的四边形是菱形

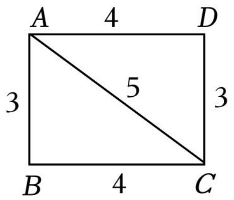
D．两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

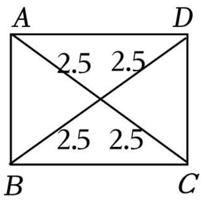
【分析】真命题就是判断事情正确的语句．两条对角线互相平分的四边形是平行四边形；两条对角线相等且平分的四边形是矩形；对角线互相垂直平分的四边形是菱形；两条对角线互相垂直相等且平分的四边形是正方形．

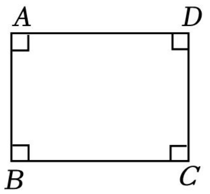
【解答】解：A、两条对角线互相平分的四边形是平行四边形，故本选项正确．

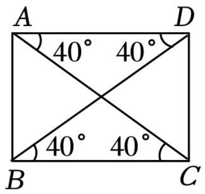
B、两条对角线相等且平分的四边形是矩形；故本选项错误．

C、对角线互相垂直平分的四边形是菱形；故本选项错误．
D、两条对角线互相垂直相等且平分的四边形是正方形．故本选项错误．
故选：A．
【点评】本题考查了真命题的概念以及平行四边形，菱形，矩形，正方形的判定定理，熟记这些判定定理才能正确的判断正误．
4．如图，四边形 $ABCD$ 中，AC 和 BD 是对角线，依据图中线段所标的长度，下列四边形不一定为矩形的是(　　)

A． 

B． 

C． 

D． 

【分析】根据矩形的判定可得出答案．
【解答】解：A．$\because AB=CD=3$，$AD=BC=4$，
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
$\because AB=3$，$BC=4$，$AC=5$，$3^2+4^2=5^2$，
$\therefore \angle ABC=90^\circ$，
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形；
B．由题意可知，四边形的对角线互相平分且相等，所以四边形 $ABCD$ 是矩形；
C．由题意可知，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$，
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形；
D．由题意可知 $AD//BC$，不能判定四边形 $ABCD$ 是矩形．
故选：D．
【点评】本题考查了矩形的判定，熟练掌握矩形的判定方法是解题的关键．

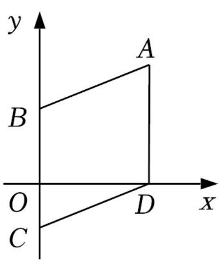
5．用配方法解一元二次方程 $x^2-4x-2=0$ 的过程中，配方正确的是(　　)

A．$(x+2)^2=2$　　B．$(x-2)^2=2$　　C．$(x+2)^2=6$　　D．$(x-2)^2=6$

【分析】利用解一元二次方程－配方法，进行计算即可解答．
【解答】解：$x^2-4x-2=0$，
$x^2-4x=2$，
$x^2-4x+4=2+4$，

$(x-2)^2=6$，

故选：D．
【点评】本题考查了解一元二次方程－配方法，熟练掌握解一元二次方程－配方法是解题的关键．
6．如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 D 在 x 轴上，边 BC 在 y 轴上，若点 A 的坐标为 $(12,13)$，则点 C 的坐标是(　　)



A．$(0,-8)$　　　B．$(0,-5)$　　　C．$(-5,0)$　　　D．$(0,-6)$

【分析】在RtΔODC中，利用勾股定理求出OC即可解决问题．

【解答】解：$\because A(12,13)$，

$\therefore OD=12$，　$AD=13$，

$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore CD=AD=13$，

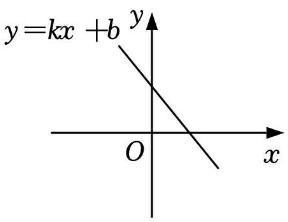
在RtΔODC中，$OC=\sqrt{CD^2-OD^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$，

$\therefore C(0,-5)$．

故选：B．

【点评】本题考查菱形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

7．已知一次函数$y=kx+b(k$、b是常数，且$k\neq 0)$的图象如图所示，则关于x的方程$x^2+x+k-b=0$的根的情况是(　　)



A．没有实数根　　　B．有一个实数根

C．有两个相等的实数根　　　D．有两个不相等的实数根

【分析】先利用一次函数的性质得$k<0$，$b<0$，再计算判别式的值得到$\triangle=b^2-4(k-1)$，于是可判断$\triangle>0$，然后根据判别式的意义判断方程根的情况．

【解答】解：由一次函数的图象可知$k<0$，$b>0$，

$\therefore \triangle=1^2-4\times 1\times(k-b)=1-4(k-b)>0$，

$\therefore$方程$x^2+x+k-b=0$有两个不相等的实数根．

故选：D．

【点评】本题考查了一次函数的图象与系数的关系，一元二次方程根与系数的关系，一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的根与$\triangle=b^2-4ac$有如下关系：当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$时，方程无实数根．也考查了一次函数图象．

8．已知m、n是一元二次方程$x^2+x-2024=0$的两个实数根，则代数式m^2+2m+n的值等于(　　)

A．2021　　　B．2022　　　C．2023　　　D．2024

【分析】根据一元二次方程根的定义得到$m^2+m=2024$，则$m^2+2m+n=2024+m+n$，再利用根与系数的关系得到$m+n=-1$，然后利用整体代入的方法计算．

【解答】解：$\because m$是一元二次方程$x^2+x-2024=0$的实数根，

$\therefore m^2+m-2024=0$，

$\therefore m^2+m=2024$，

$\therefore m^2+2m+n=m^2+m+m+n=2024+m+n$，

$\because m$，n是一元二次方程$x^2+x-2024=0$的两个实数根，

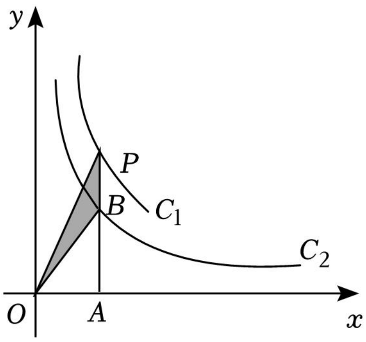
$\therefore m+n=-1$，

$\therefore m^2+2m+n=2024-1=2023$．

故选：C．

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两根时，$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$．也考查了一元二次方程的解．

9．如图，两个反比例函数 $y_1=\dfrac{4}{x}$ 和 $y_2=\dfrac{2}{x}$ 在第一象限内的图象分别是 C_1 和 C_2，设点 P 在 C_1 上，$PA\perp x$ 轴于点 A，交 C_2 于点 B，则 ΔPOB 的面积为(　　)



A．4　　B．2　　C．1　　D．6

【分析】根据反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 系数 k 的几何意义得到 $S_{\Delta POA}=\dfrac{1}{2}\times 4=2, S_{\Delta BOA}=\dfrac{1}{2}\times 2=1$，然后利用 $S_{\Delta POB}=S_{\Delta POA}-S_{\Delta BOA}$ 进行计算即可．

【解答】解：$\because PA\perp x$ 轴于点 A，交 C_2 于点 B，

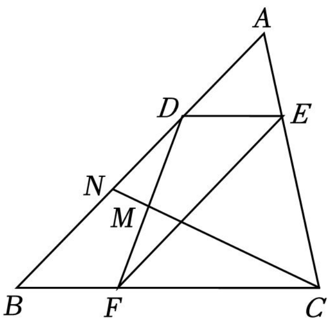
$\therefore S_{\Delta POA}=\dfrac{1}{2}\times 4=2, S_{\Delta BOA}=\dfrac{1}{2}\times 2=1$，

$\therefore S_{\Delta POB}=2-1=1$．

故选：C．

【点评】本题考查了反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 系数 k 的几何意义：从反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 图象上任意一点向 x 轴和 y 轴作垂线，垂线与坐标轴所围成的矩形面积为 $|k|$．

10．如图，点 D，E，F 分别在 ΔABC 的边上，$\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{1}{3}$，$DE//BC$，$EF//AB$，点 M 是 DF 的中点，连接 CM 并延长交 AB 于点 N，$\dfrac{MN}{CM}$ 的值是(　　)



A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{2}{9}$　　C．$\dfrac{1}{6}$　　D．$\dfrac{1}{7}$

【分析】过点 F 作 $FG//CN$ 交 AB 于点 G，证明 MN 是 ΔDGF 的中位线，得 $GF=2MN$，由 $GF//CN$，$EF//AB$，得四边形 $GFHN$ 是平行四边形，证明 $MH=MN$，设 $MH=MN=a$，则 $GF=2a$，然后证明 $CN=4GF=8a$，所以 $CH=CN-NH=8a-2a=6a$，得 $CM=CH+MH=6a+a=7a$，进而可以解决问题．

【解答】解：过点 F 作 $FG//CN$ 交 AB 于点 G，

$\because$ 点 M 是 DF 的中点，

$\therefore N$ 是 DG 的中点，

$\therefore MN$ 是 ΔDGF 的中位线，

$\therefore GF = 2MN$，

$\because GF // CN$， $EF // AB$，

$\therefore$ 四边形 $GFHN$ 是平行四边形，

$\therefore NH = GF = 2MN$，

$\therefore MH = MN$，

设 $MH = MN = a$，则 $GF = 2a$，

$\because DE // BC$，

$\Delta ADE \backsim \Delta ABC$，

$\therefore \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{1}{4}$，

$\therefore BC = 4DE$，

$\because EF // AB$， $DE // BC$，

$\therefore$ 四边形 $DEFB$ 是平行四边形，

$\therefore DE = BF$，

$\because FG // CN$，

$\therefore \dfrac{BF}{BC} = \dfrac{GF}{CN}$，

$\because \dfrac{BF}{BC} = \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{1}{4}$，

$\therefore \dfrac{GF}{CN} = \dfrac{1}{4}$，

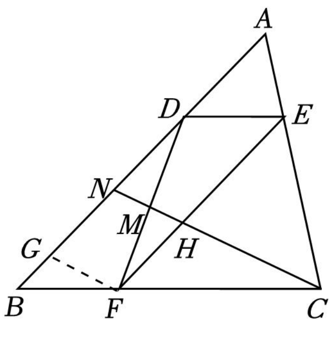
$\therefore CN = 4GF = 8a$，

$\therefore CH = CN - NH = 8a - 2a = 6a$，

$\therefore CM = CH + MH = 6a + a = 7a$，

$\therefore \dfrac{MN}{CM} = \dfrac{a}{7a} = \dfrac{1}{7}$，

故选：D．



【点评】本题考查相似三角形的判定与性质，平行线分线段成比例定理，平行四边形的判定与性质，由平行线得到线段间的数量关系是解题的关键．

二．填空题（共 5 小题）

11．在一个不透明的袋子中放有 m 个球，其中有 6 个红球，这些球除颜色外完全相同．若每次把球充分搅匀后，任意摸出一球记下颜色后再放回袋子，通过大量重复试验后，发现摸到红球的频率稳定在 0.3 左右，则 m 的值约为 ＿20＿．

【分析】在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，可以从摸到红球的频率稳定在 0.3 左右得到比例关系，列出方程求解即可．

【解答】解：根据题意得 $\dfrac{6}{m} = 0.3$，

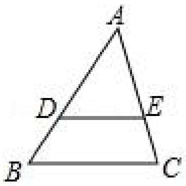
解得：$m = 20$，

经检验：$m = 20$ 是分式方程的解，

故答案为：20．

【点评】本题利用了用大量试验得到的频率可以估计事件的概率．关键是根据白球的频率得到相应的等量关系．

12．如图，点 D ，E 分别在 ΔABC 的边 AB ，AC 上，$DE//BC$ ，$AD=4cm$ ，$BD=2cm$ ，$AC=4.5cm$ ，则 CE 的长为__1.5__．



【分析】根据本题考查的是平行线分线段成比例定理列出比例式，计算即可．

【解答】解：$\because DE//BC$ ，

$\therefore \dfrac{AD}{BD}=\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{AC-EC}{EC}$ ，

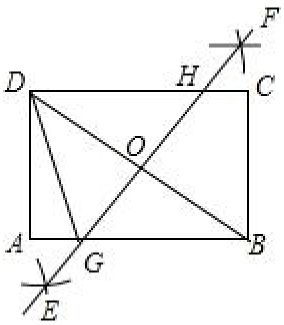
即 $\dfrac{4}{2}=\dfrac{4.5-CE}{CE}$ ，

可得：$CE=1.5$ ，

故答案为：1.5

【点评】本题考查的是平行线分线段成比例定理，灵活运用定理、找准对应关系是解题的关键．

13．如图，在矩形 $ABCD$ 中，用直尺和圆规作 BD 的垂直平分线 EF ，交 AB 于点 G ，交 DC 于点 H ，若 $AB=8$ ，$BC=6$ ，则 AG 的长为 __$\dfrac{7}{4}$__．



【分析】由矩形的性质得出 $AD=BC=6$ ，$\angle A=90^{\circ}$ ，由线段垂直平分线的性质得出 $DG=BG$ ，设 $AG=x$ ，则 $DG=BG=8-x$ ，由勾股定理得出方程，解方程即可求出 AG 的长．

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD=BC=6$ ，$\angle A=90^{\circ}$ ，

$\because EF$ 是 BD 的垂直平分线，

$\therefore DG=BG$ ，

设 $AG=x$ ，则 $DG=BG=8-x$ ，

在 RtΔADG 中，由勾股定理得：$AD^{2}+AG^{2}=DG^{2}$ ，

即 $6^{2}+x^{2}=(8-x)^{2}$ ，

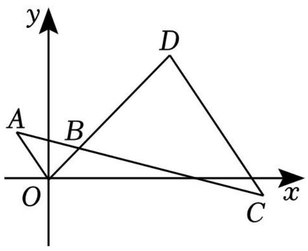
解得：$x=\dfrac{7}{4}$ ；

即 AG 的长为 $\dfrac{7}{4}$ ；

故答案为：$\dfrac{7}{4}$

【点评】本题考查了矩形的性质、线段垂直平分线的性质、勾股定理；熟练掌握矩形的性质，由勾股定理得出方程是解决问题的关键．

14．如图，ΔAOB 与 ΔCDB 关于点 B 位似，其中 $B(1,1)$ ，$D(3,3)$ ，若 $S_{\Delta AOB}=2$ ，则 $S_{\Delta CDB}=$ __8__．



【分析】根据位似变换的概念得到$\Delta AOB\backsim\Delta CDB$，根据两点间的距离公式分别求出$OB$、$BD$，进而求出$\Delta AOB$与$\Delta CDB$的相似比，根据相似三角形的性质计算即可．

【解答】解：$\because\Delta AOB$与ΔCDB关于点B位似，

$\therefore\Delta AOB\backsim\Delta CDB$，

$\because B(1,1)$，$D(3,3)$，

$\therefore OB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$BD=\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore\Delta AOB$与ΔCDB的相似比为$1:2$，

$\therefore\Delta AOB$与ΔCDB的面积比为$1:4$，

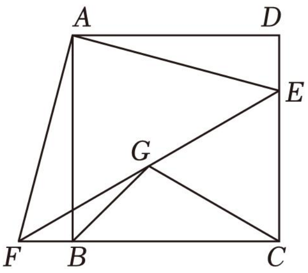
$\because S_{\Delta AOB}=2$，

$\therefore S_{\Delta CDB}=8$，

故答案为：8．

【点评】本题考查的是位似变换的概念、相似三角形的性质，熟记相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键．

15．如图为边长为4的正方形$ABCD$，点E是CD边上的动点（点E不与点C，D重合），连接AE，过点A作$AF\perp AE$交CB延长线于点F，连接EF，点G为EF的中点，连接BG和CG，当$\angle BGC=105^\circ$时，EF的长为__$8\sqrt{3}-8$__．



【分析】连接AG，DG，过G作$GH\perp BC$于H，根据正方形的性质得到$\angle BCE=90^\circ$，根据直角三角形的性质得到$AG=CG=\frac{1}{2}EF$，根据全等三角形的性质得到$\angle AGD=\angle CGD$，同理$\angle AGB=\angle CGB$，求得$\angle BGD=\angle BGC+\angle CGD=\frac{1}{2}\times360^\circ=180^\circ$，推出$B$，$G$，$D$三点共线，求得$BH=GH$，根据直角三角形的性质即可得到结论．

【解答】解：连接AG，DG，过G作$GH\perp BC$于H，

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore\angle BCE=90^\circ$，

$\because AF\perp AE$，

$\therefore\angle FAE=90^\circ$，

$\because$点G为EF的中点，

$\therefore AG=CG=\frac{1}{2}EF$，

在ΔADG与ΔCDG中，

$\begin{cases} AD = CD \\ DG = DG \\ AG = CG \end{cases}$，

$\therefore \Delta ADG \cong \Delta CDG(SSS)$，

$\therefore \angle AGD = \angle CGD$，

同理 $\angle AGB = \angle CGB$，

$\therefore \angle BGD = \angle BGC + \angle CGD = \dfrac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$，

$\therefore B$，G，D 三点共线，

$\therefore \angle CBD = 45^\circ$，

$\therefore \angle BCH = 45^\circ$，

$\therefore BH = GH$，

$\because \angle BGC = 105^\circ$，

$\therefore \angle CGH = \angle CGB - \angle BGH = 60^\circ$，

$\therefore CH = \sqrt{3}GH$，

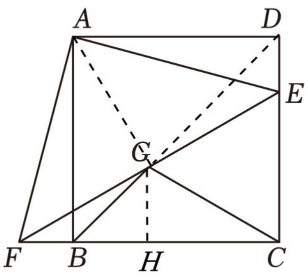
$\therefore BH + CH = GH + \sqrt{3}GH = BC = 4$，

$\therefore GH = 2(\sqrt{3} - 1)$，

$\therefore CG = 2GH = 4(\sqrt{3} - 1)$，

$\therefore EF = 2CG = 8(\sqrt{3} - 1) = 8\sqrt{3} - 8$；

故答案为：$8\sqrt{3} - 8$．



【点评】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，直角三角形的性质，正确地作出辅助线是解题的关键．

三．解答题（共 7 小题）

16．解方程：

（1）$x^2 + 4x - 5 = 0$．

（2）$(x - 3)^2 = 2x(3 - x)$．

【分析】（1）根据所给方程的系数特点，易于配方，应该用配方法进行解答．

（2）先移项，然后将 $(3 - x)$ 变为 $-(x - 3)$，即可用提取公因式法对左边进行因式分解，进而用因式分解法解答．

【解答】解：（1）$\because x^2 + 4x - 5 = 0$，

$\therefore x^2 + 4x = 5$，

$\therefore x^2 + 4x + 4 = 5 + 4$，

$\therefore (x + 2)^2 = 9$，

$\therefore x + 2 = \pm 3$

$\therefore x_1 = 1$，$x_2 = -5$．

（2）$\because (x-3)^2 = 2x(3-x)$，

$\therefore (x-3)^2 + 2x(x-3) = 0$，

$\therefore (x-3+2x)(x-3) = 0$，

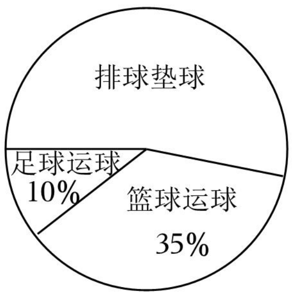
$\therefore (3x-3)(x-3) = 0$，

解得 $x_1 = 1$，$x_2 = 3$．

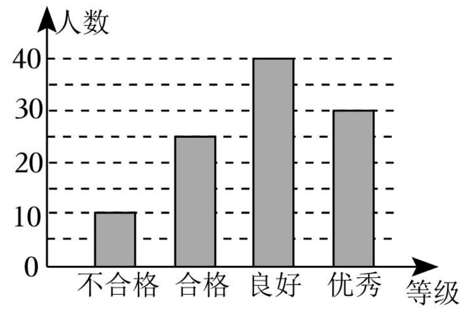
【点评】本题考查了解一元二次方程的方法，当把方程通过移项把等式的右边化为 0 后，方程的左边能因式分解时，一般情况下是把左边的式子因式分解，再利用积为 0 的式子的特点解出方程的根．因式分解法是解一元二次方程的一种简便方法，要会灵活运用．当化简后不能用分解因式的方法时，即可考虑用配方法或公式法，这两种方法适用于任何一元二次方程．

17．本月深圳市提出了新一轮体育中考方案，某校对初一年级学生进行摸底测试，将目标效果测试中第三类选考项目中的三项（足球运球、篮球运球、排球垫球任选一项）情况进行统计，并将统计结果绘制成统计图，请你结合图中所给信息解答下列问题：

各项目人数占比分布扇形统计图



篮球运球成绩统计图



（1）学校参加本次测试的人数有 <u>300</u> 人，参加“排球垫球”测试的人数有 ____人；

（2）学校准备从“排球垫球”成绩较好的两男两女四名学生中，随机抽取两名学生为全校学生演示动作，请用列表法或画树状图法求恰好抽取到一名男生和一名女生的概率．

【分析】（1）先利用直方图得到选考篮球运球的人数为 105 人，再用 105 除以选考篮球运球的人数所占的百分比得到调查的总人数，然后计算参加“排球垫球”测试的人数；

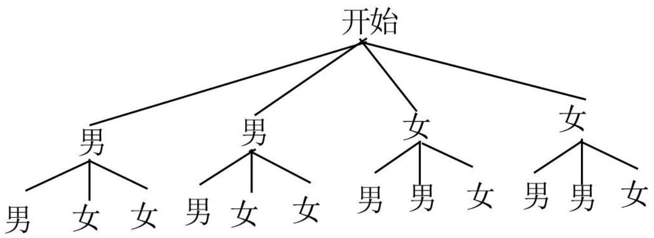
（2）画树状图展示所有 12 种等可能的结果，再找出一名男生和一名女生的结果数，然后根据概率公式计算．

【解答】解：（1）选考篮球运球的人数为 $10+25+40+30=105$（人），所以学校参加本次测试的人数为 $105 \div 35\% = 300$（人），

所以参加“排球垫球”测试的人数为 $300 \times (1-10\%-35\%) = 165$（人），

故答案为：300，165；

（2）画树状图为：



共有 12 种等可能的结果，其中一名男生和一名女生的结果数为 8，

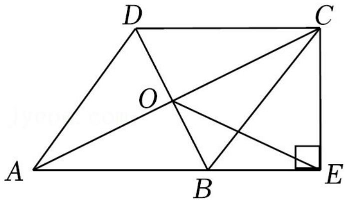
所以恰好抽取到一名男生和一名女生的概率 $= \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$．

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图展示所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后利用概率公式求出事件 A 或 B 的概率．也考查了统计图和中位数．

18．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$AB = AD$，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分 $\angle BAD$，过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 F，连接 OE

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $AB=\sqrt{10}$， $BD=2$，请直接写出 ΔOBE 的面积为 __$\frac{6}{5}$__．



【分析】（1）先证 $CD=AD$，再证四边形 $ABCD$ 是平行四边形，然后由 $AB=AD$，即可得出结论；

（2）由菱形的性质得 $OA=OC$，$BD\perp AC$，$OB=\frac{1}{2}BD=1$，则 $OA=3$，再证 $\Delta AOB\backsim\Delta AEC$，得 $EA=\frac{9\sqrt{10}}{5}$，则 $BE=\frac{4\sqrt{10}}{5}$，过 O 作 $OP\perp AE$ 于 P，然后由面积法得 $OP=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，即可得出答案．

【解答】（1）证明：$\because AB//CD$，

$\therefore\angle CAB=\angle DCA$，

$\because AC$ 为 $\angle BAD$ 的平分线，

$\therefore\angle CAB=\angle DAC$，

$\therefore\angle DCA=\angle DAC$，

$\therefore CD=AD$，

$\because AB=AD$，

$\therefore AB=CD$，

$\because AB//CD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AB=AD$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore OA=OC$， $BD\perp AC$， $OB=\frac{1}{2}BD=1$，

$\therefore\angle AOB=90^\circ$，

$\therefore OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-1^2}=3$，

$\therefore AC=2OA=6$，

$\because CE\perp AB$，

$\therefore\angle AEC=90^\circ=\angle AOB$，

又 $\because\angle OAB=\angle EAC$，

$\therefore\Delta AOB\backsim\Delta AEC$，

$\therefore\frac{OA}{EA}=\frac{AB}{AC}$，

即 $\frac{3}{EA}=\frac{\sqrt{10}}{6}$，

解得： $EA=\frac{9\sqrt{10}}{5}$，

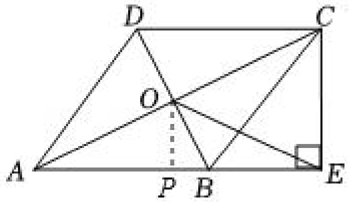
$\therefore BE=EA-AB=\frac{9\sqrt{10}}{5}-\sqrt{10}=\frac{4\sqrt{10}}{5}$，

过 O 作 $OP\perp AE$ 于 P，

则 $OP=\frac{OA\times OB}{AB}=\frac{3\times1}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore \Delta OBE$ 的面积$=\dfrac{1}{2}BE\times OP=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\sqrt{10}}{5}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=\dfrac{6}{5}$，

故答案为：$\dfrac{6}{5}$．



【点评】本题考查了菱形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、等腰三角形的判定、平行线的性质、勾股定理以及三角形面积等知识；熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键．

19．中秋节，又称祭月节、月光诞、月夕、秋节、团圆节等，是中国民间传统节日．中秋节这天人们都要吃月饼以示“团圆”．商家购甲，乙两种月饼礼盒，已知每盒乙月饼礼盒进价比甲月饼礼盒进价多 40 元，用 8000 元购进甲月饼礼盒和用 10000 元购进乙月饼礼盒的数量相同．

（1）求甲、乙月饼礼盒的进价各为多少元？

（2）甲月饼礼盒每盒售价为 210 元，每天可卖出 30 盒；乙月饼礼盒每盒售价为 260 元，每天可卖出 15 盒．在销售过程中为了增大甲月饼礼盒的销量，商家决定对甲月饼礼盒进行降价销售，在现有售价的基础上，每降价 1 元，可多售出 2 盒．为更大程度让利顾客，每盒甲月饼礼盒售价多少元时，商家日盈利可达到 3000 元？

【分析】（1）设甲月饼礼盒进价为 x 元，根据用 8000 元购进甲月饼礼盒和用 10000 元购进乙月饼礼盒的数量相同，列分式方程，求解即可，注意检验；

（2）设每盒甲月饼礼盒售价为 m 元，根据商家日盈利可达到 3000 元，列一元二次方程，求解即可．

【解答】解：（1）设甲月饼礼盒进价为 x 元，

根据题意，得 $\dfrac{8000}{x}=\dfrac{10000}{x+40}$，

解得 $x=160$，

经检验，$x=160$ 是原方程的根，且符合题意，

$160+40=200$（元），

答：甲月饼礼盒进价为 160 元，乙月饼礼盒进价为 200 元；

（2）设每盒甲月饼礼盒售价为 m 元，

根据题意，得 $(m-160)[30+2(210-m)]+(260-200)\times15=3000$，

解得 $m=190$ 或 $m=195$（舍去），

答：每盒甲月饼礼盒售价 190 元时，商家日盈利可达到 3000 元．

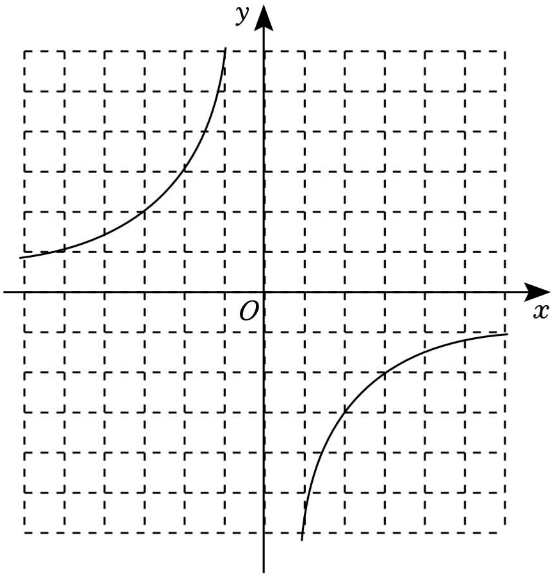
【点评】本题考查了一元二次方程的应用，分式方程的应用，理解题意并根据题意建立相应等量关系是解题的关键，分式方程注意检验．

20．如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴负半轴交于点 $A(-5,0)$，与 y 轴交于 B 点，与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 交于 $C(-2,3)$，D 两点．

（1）求一次函数的解析式，并画出一次函数的图象；

（2）请直接写出不等式 $kx+b-\dfrac{m}{x}<0$ 的解集；

（3）求 ΔCOD 的面积．

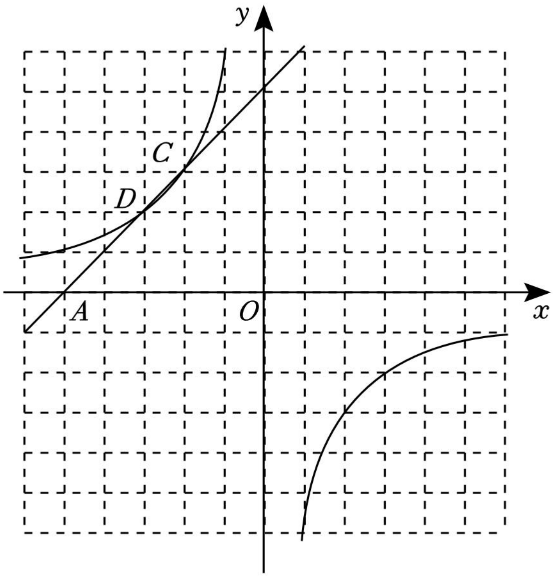


【分析】（1）根据待定系数法求解析式，然后描出点 A， C，作直线 AC 即可画出一次函数图象；
（2）联立一次函数与反比例数解析式求得点 D 的坐标，结合函数图象即可求解；
（3）根据一次函数解析式求得点 B 的坐标，进而根据 $S_{\Delta COD}=S_{\Delta DOB}-S_{\Delta COB}$ 即可求解．
【解答】解：（1）$\because$ 一次函数经过 $A(-5,0)$， $C(-2,3)$，

$\therefore \begin{cases}-5x+b=0\\-2x+b=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\b=5\end{cases}$，

$\therefore y=x+5$，
如图所示，



（2）$\because$ 反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 过点 $C(-2,3)$，

$\therefore m=-2\times3=-6$，

$\begin{cases}y=-\dfrac{6}{x}\\y=x+5\end{cases}$，

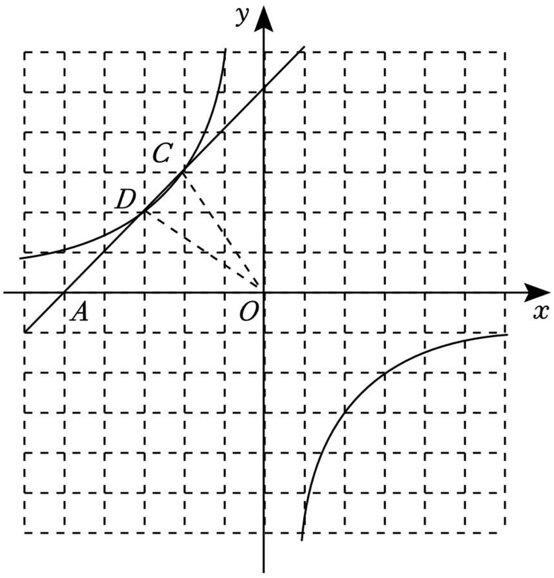
解得：$\begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-3\\y=2\end{cases}$，

$\therefore D(-3,2)$，

$\because kx+b-\dfrac{m}{x}<0$ 即 $kx+b<\dfrac{m}{x}$，

根据函数图象可知：$x<-3$，$-2<x<0$；

（3）如图，连接 CO，DO，



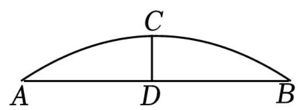
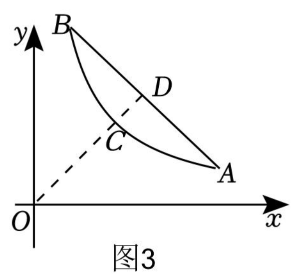
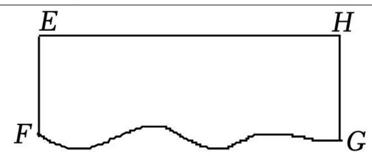
$\because y=x+5$，令 $x=0$，解得：$y=5$，

$\therefore B(0,5)$，

$\therefore S_{\Delta COD}=S_{\Delta DOB}-S_{\Delta COB}=\dfrac{1}{2}\times5\times3-\dfrac{1}{2}\times5\times2=\dfrac{5}{2}$．

【点评】本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，待定系数法求解析式，求一次函数与坐标轴交点问题，数形结合是解题的关键．

21．

设计货船通过双曲线桥的方案		
素材 1	一座曲线桥如图 1 所示，当水面宽 $AB=16$ 米时，桥洞顶部离水面距离 $CD=4$ 米．已知桥洞形如双曲线，图 2 是其示意图，且该桥关于 CD 对称．	 图1  图2  图3
素材 2	如图 4，一艘货船露出水面部分的横截面为矩形 $EFGH$，测得 $EF=3$ 米，$EH=9$ 米．因水深足够，货船可以根据需要运载货物．据调查，船身下降的高	 图4

	度 h（米）与货船增加的载重量 t （吨）满足函数表达式 $h=\frac{1}{5}t$.	
问题解决		
任务 1	确定桥洞的形状	①建立平面直角坐标系如图 3 所示，显然，CD 落在第一象限的角平分线上． 甲说：点 C 可以在第一象限角平分线的任意位置． 乙说：不对吧？当点 C 落在 $(4\sqrt{2}$，$4\sqrt{2})$ 时，点 A 的坐标为 __$(10\sqrt{2}$，$2\sqrt{2})$__，此时过点 A 的双曲线的函数表达式为 ____，而点 C 所在双曲线的函数表达式为 $y=\frac{32}{x}$ 显然不符合题意．
任务 2	拟定方案	此时货船能通过该桥洞吗？若能，请说明理由；若不能，至少要增加多少吨货物？

【分析】任务 1：设曲线 AB 的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，把点 $C(4\sqrt{2}$，$4\sqrt{2})$ 代入，可得曲线 AB 的解析式为 $y=\frac{32}{x}$，再由反比例函数图象的对称性可得：点 D 是 AB 的中点，$OD\perp AB$，过点 C、D 分别作 x 轴、y 轴的平行线交于 E，过点 A 作 $AF\perp DE$ 于 F，可得 ΔCDE、ΔADF 是等腰直角三角形，进而可得 $D(6\sqrt{2}$，$6\sqrt{2})$，$A(10\sqrt{2}$，$2\sqrt{2})$，点 $A(10\sqrt{2}$，$2\sqrt{2})$ 在双曲线 $y=\frac{40}{x}$ 上与点 C 在双曲线 $y=\frac{32}{x}$ 上矛盾；

任务 2：设 $A(a,\frac{k}{a})$，$B(b,\frac{k}{b})$，其中 $a>b$，则 $D(\frac{a+b}{2}$，$\frac{ka+kb}{2ab})$，可得 $k=ab$，由 $CD=4$，$AB=16$，可得 $(a-b)^2=128$，$C(\frac{a+b}{2}-2\sqrt{2}$，$\frac{a+b}{2}-2\sqrt{2})$，可得 $k=18$，再根据矩形的性质可得 $E(\frac{5\sqrt{2}}{4}$，$\frac{23\sqrt{2}}{4})$，即可判断此时货船不能通过；运用待定系数法可得直线 EF 的解析式为 $y=x+\frac{9\sqrt{2}}{2}$，进而可得直线 EF 与双曲线的交点 $E'(\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$6\sqrt{2})$，即可求得答案．

【解答】解：任务 1：设曲线 AB 的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，把点 $C(4\sqrt{2}$，$4\sqrt{2})$ 代入，得：$4\sqrt{2}=\frac{k}{4\sqrt{2}}$，

解得：$k=32$，

$\therefore$ 曲线 AB 的解析式为 $y=\frac{32}{x}$，

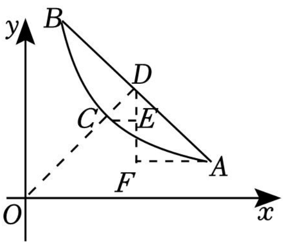
$\because CD$ 落在第一象限的角平分线上，

$\therefore A$、B 关于 CD 对称，即 A、B 关于第一象限角平分线 $y=x$ 对称，

$\therefore$ 点 D 是 AB 的中点，$OD\perp AB$，

过点 C、D 分别作 x 轴、y 轴的平行线交于 E，过点 A 作 $AF\perp DE$ 于 F，如图，

则 ΔCDE、ΔADF 是等腰直角三角形，



$\because CD=4$，

$\therefore CE=DE=2\sqrt{2}$，

$\therefore D(6\sqrt{2}$， $6\sqrt{2})$，

$\because AB=16$，

$\therefore AD=8$， $AF=DF=4\sqrt{2}$，

$\therefore A(10\sqrt{2}$， $2\sqrt{2})$，

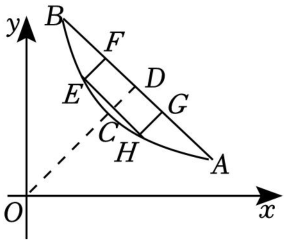
$\because 10\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=40$，

$\therefore$ 点 $A(10\sqrt{2}$， $2\sqrt{2})$ 在双曲线 $y=\dfrac{40}{x}$ 上，

$\therefore$ 点 C 所在双曲线的函数表达式为 $y=\dfrac{32}{x}$ 显然不符合题意.

故答案为：$(10\sqrt{2}$， $2\sqrt{2})$， $y=\dfrac{40}{x}$，乙正确；

任务 2：设 $A(a,\dfrac{k}{a})$， $B(b,\dfrac{k}{b})$，其中 $a>b$，则 $D(\dfrac{a+b}{2}$， $\dfrac{ka+kb}{2ab})$，如图，



$\because$ 点 D 在直线 $y=x$ 上，

$\therefore \dfrac{a+b}{2}=\dfrac{ka+kb}{2ab}$，即 $k=ab$，

$\because CD=4$， $AB=16$，

$\therefore (a-b)^2=128$， $C(\dfrac{a+b}{2}-2\sqrt{2}$， $\dfrac{a+b}{2}-2\sqrt{2})$，

$\because (\dfrac{a+b}{2}-2\sqrt{2})^2=ab$，

$\therefore a+b=10\sqrt{2}$，

$\therefore k=ab=\dfrac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}=18$，

$\therefore A(9\sqrt{2}$， $\sqrt{2})$， $B(\sqrt{2}$， $9\sqrt{2})$， $C(3\sqrt{2}$， $3\sqrt{2})$， $D(5\sqrt{2}$， $5\sqrt{2})$，

$\because$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，

$\therefore FG=EH$， $GH=EF$，

$\because EF=3$， $EH=9$，

$\therefore F(\dfrac{11\sqrt{2}}{4}$， $\dfrac{29\sqrt{2}}{4})$， $E(\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$， $\dfrac{23\sqrt{2}}{4})$，

$\because \dfrac{5\sqrt{2}}{4}\times\dfrac{23\sqrt{2}}{4}=\dfrac{115}{8}<18$，

$\therefore$ 此时货船不能通过该桥洞；

设直线 EF 的解析式为 $y=x+n$，把 $F(\frac{11\sqrt{2}}{4}$，$\frac{29\sqrt{2}}{4})$ 代入，得 $\frac{11\sqrt{2}}{4}+n=\frac{29\sqrt{2}}{4}$，

解得：$n=\frac{9\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore$ 直线 EF 的解析式为 $y=x+\frac{9\sqrt{2}}{2}$，

联立得 $x+\frac{9\sqrt{2}}{2}=\frac{18}{x}$，

解得：$x_1=-6\sqrt{2}$（舍去），$x_2=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore E'(\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$6\sqrt{2})$，

$\therefore EE'=\frac{1}{2}$，即 $h=\frac{1}{2}$，

$\because h=\frac{1}{5}t$，

$\therefore t=5h=\frac{5}{2}$，

故要至少增加 $\frac{5}{2}$ 吨货物此货船能通过该桥洞.

答：此时货船不能通过该桥洞；要至少增加 $\frac{5}{2}$ 吨货物此货船能通过该桥洞.

【点评】本题是反比例函数应用题，考查了待定系数法，一次函数、反比例函数的图象和性质，矩形的性质等，解题关键是关键是根据坐标系列出相应的函数解析式.

22.【初步探究】

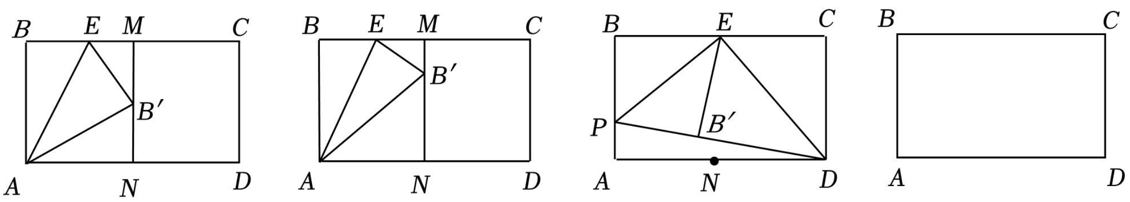
（1）把矩形纸片 $ABCD$ 如图①折叠，当点 B 的对应点 B' 在 MN 的中点时，填空：$\triangle EB'M$ __∽__ $\triangle B'AN$（ “≅”或“∽” ）.

【类比探究】

（2）如图②，当点 B 的对应点 B' 为 MN 上的任意一点时，请判断（1）中结论是否成立？如果成立，请写出证明过程；如果不成立，请说明理由.

【问题解决】

（3）在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=6$，点 E 为 BC 中点，点 P 为线段 AB 上一个动点，连接 EP，将 ΔBPE 沿 PE 折叠得到 $\triangle B'PE$，连接 DE，DB'，当 $\triangle EB'D$ 为直角三角形时，BP 的长为 ____.



图①　　图②　　备用图

【分析】(1) 由矩形纸片 $ABCD$ 如图①折叠，可证 $\triangle EB'M\backsim\triangle B'AN$；

（2）同（1）由四边形 $ABCD$ 是矩形，如图②折叠，可得 $\angle EB'M=90^{\circ}-\angle AB'N=\angle B'AN$，即可得 $\triangle EB'M\backsim\triangle B'AN$，

（3）分两种情况：当 $\angle DB'E=90^{\circ}$ 时，证明 $\mathrm{Rt}\Delta CDE\cong\mathrm{Rt}\triangle B'DE(HL)$，得 $B'D=CD=AB=4$，设 $BP=x=B'P$，在 $\mathrm{Rt}\Delta APD$ 中，有 $(4-x)^2+6^2=(x+4)^2$，可解得 $BP=\frac{9}{4}$；当 $\angle B'ED=90^{\circ}$ 时，过 B' 作 $B'H\perp AB$ 于 H，作 $B'Q\perp BC$ 于 Q，则 $\angle B'QE=\angle C=90^{\circ}$，证明 $\triangle B'EQ\backsim\Delta EDC$，可得 $\frac{B'Q}{3}=\frac{EQ}{4}=\frac{3}{5}$，设 $BP=y=B'P$，在 $Rt\triangle B'PH$ 中，$(\frac{9}{5}-y)^2+(\frac{3}{5})^2=y^2$，可解得 $BP=1$.

【解答】解：（1）$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle B=90^\circ$，

$\because$矩形纸片$ABCD$如图①折叠，

$\therefore \angle EB'A=\angle B=90^\circ$，

$\therefore \angle EB'M=90^\circ-\angle AB'N=\angle B'AN$，

$\because \angle EMB'=90^\circ=\angle B'NA$，

$\therefore \triangle EB'M \backsim \triangle B'AN$，

故答案为：$\backsim$；

（2）（1）中结论成立，理由如下：

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle B=90^\circ$，

$\because$矩形纸片$ABCD$如图①折叠，

$\therefore \angle EB'A=\angle B=90^\circ$，

$\therefore \angle EB'M=90^\circ-\angle AB'N=\angle B'AN$，

$\because \angle EMB'=90^\circ=\angle B'NA$，

$\therefore \triangle EB'M \backsim \triangle B'AN$；

（3）如图所示，当$\angle DB'E=90^\circ$时，$\triangle EB'D$是直角三角形，

由折叠可得，$\angle PB'E=\angle B=90^\circ$，$BE=B'E=CE$，

$\therefore \angle DB'P=180^\circ$，即点$P$，$B'$，$D$在一条直线上，

在RtΔCDE和$Rt\triangle B'DE$中，

$$\begin{cases}CE=B'E\\DE=DE\end{cases},$$

$\therefore$ RtΔCDE $\cong$ Rt$\triangle B'DE(HL)$，

$\therefore B'D=CD=AB=4$，

设$BP=x=B'P$，则$AP=4-x$，$PD=x+4$，

在RtΔAPD中，$AP^2+AD^2=PD^2$，

$\therefore (4-x)^2+6^2=(x+4)^2$，

解得$x=\dfrac{9}{4}$，

$\therefore BP=\dfrac{9}{4}$；

如图所示，当$\angle B'ED=90^\circ$时，$\triangle EB'D$是直角三角形，

过B'作$B'H\perp AB$于H，作$B'Q\perp BC$于Q，则$\angle B'QE=\angle C=90^\circ$，

又$\because \angle B'ED=90^\circ$，

$\therefore \angle B'EQ+\angle CED=90^\circ=\angle EDC+\angle CED$，

$\therefore \angle B'EQ=\angle EDC$，

$\therefore \triangle B'EQ \backsim \Delta EDC$，

$\therefore \dfrac{B'Q}{CE}=\dfrac{EQ}{CD}=\dfrac{B'E}{DE}$，

$\because CE=BE=\dfrac{1}{2}BC=3$，$CD=4$，

$\therefore DE=\sqrt{CE^2+CD^2}=5$，

$\because \Delta BPE$沿PE折叠得到$\triangle B'PE$，

$\therefore B'E = BE = 3$，

$\therefore \dfrac{B'Q}{3} = \dfrac{EQ}{4} = \dfrac{3}{5}$，

解得 $B'Q = \dfrac{9}{5}$， $EQ = \dfrac{12}{5}$，

$\therefore BQ = BE - EQ = \dfrac{3}{5} = B'H$， $BH = B'Q = \dfrac{9}{5}$，

设 $BP = y = B'P$，则 $HP = BH - BP = \dfrac{9}{5} - y$，

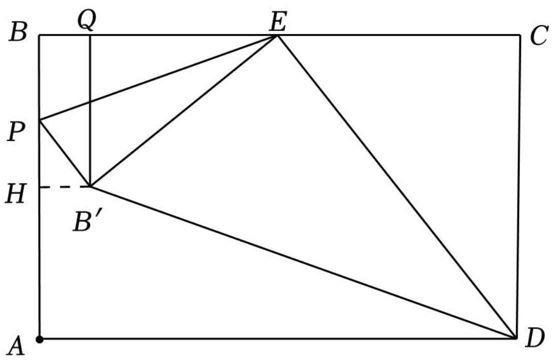
在 $Rt\triangle B'PH$ 中， $HP^2 + B'H^2 = B'P^2$，

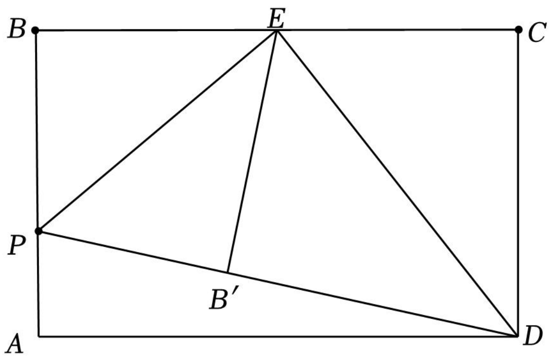
$\therefore (\dfrac{9}{5} - y)^2 + (\dfrac{3}{5})^2 = y^2$，

解得 $y = 1$，

$\therefore BP = 1$．

综上所述， BP 的长为 $\dfrac{9}{4}$ 或 1．





【点评】本题考查相似形的综合应用，涉及矩形中的折叠问题，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质以及勾股定理等知识，解题的关键是掌握折叠的性质：折叠前后两图形全等，即对应线段相等；对应角相等，第（3）有两种情况，需要分类讨论，避免漏解．