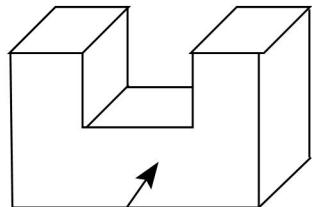


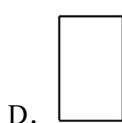
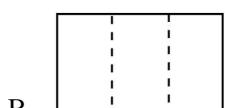
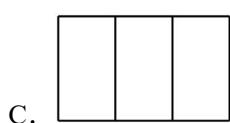
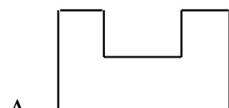
知新学校九上数学期末复习 2

一、选择题（共 10 小题）

1. (3 分) 如图是一个零件的示意图，它的俯视图是()



正面



2. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数根，则 m 的取值范围是()

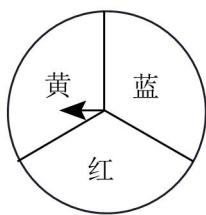
A. $m > \frac{5}{4}$

B. $m < \frac{5}{4}$

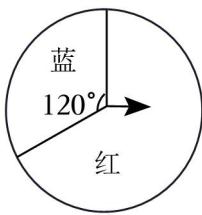
C. $m < \frac{5}{4}$

D. $m < \frac{5}{4}$

3. (3 分) 22 届年级组董老师为学校联欢会设计了一个“配紫色”游戏：如图是两个可以自由转动的转盘， A 盘被分成面积相等的几个扇形， B 盘中蓝色扇形区域所占的圆心角是 120° 。同学们同时转动两个转盘，如果其中一个转盘转出了红色，另一个转盘转出了蓝色，那么可以配成紫色，赢得游戏。若小赵同学同时转动 A 盘和 B 盘，她赢得游戏的概率是()



A 盘



B 盘

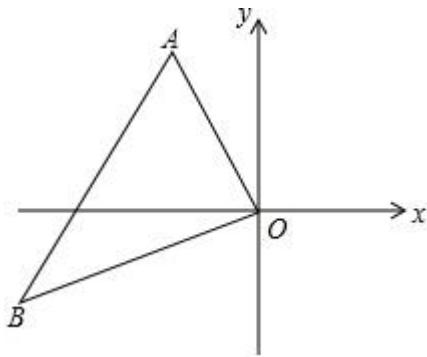
A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{3}$

4. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-3, 6)$ 、 $B(-9, -3)$ ，以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$ ，把 $\triangle ABO$ 缩小，则点 B 的对应点 B' 的坐标是()



A. $(-3, -1)$

B. $(-1, 2)$

C. $(-9, 1)$ 或 $(9, -1)$

D. $(-3, -1)$ 或 $(3, 1)$

5. (3分) 秋冬季节为流感的高发期，有一人患了流感，经过两轮传染后共有121人患了流感，每轮传染中平均一个人传染的人数为()

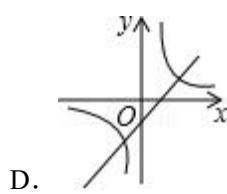
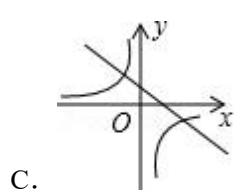
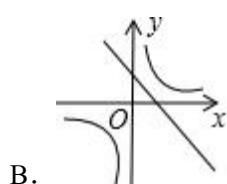
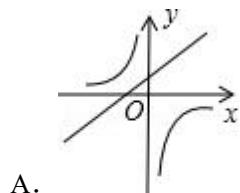
A. 9人

B. 10人

C. 11人

D. 12人

6. (3分) 函数 $y = \frac{k}{x}$ 与 $y = kx + 1(k \neq 0)$ 在同一坐标系内的图象大致为图中的()



7. (3分) 下列命题正确的是()

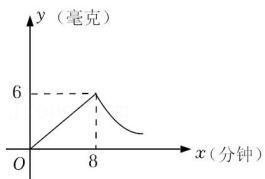
A. 顺次连接矩形四边的中点得到菱形

B. 对角线相等的四边形是矩形

C. 两边成比例及一角相等的两个三角形相似

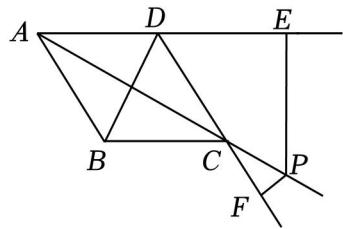
D. 若点P是线段AB的黄金分割点，则 $PA = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$

8. (3分) 某学校对教室采用药熏消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量y(毫克)与时间x(分钟)成正比例，药物燃烧完后，y与x成反比例(如图)，现测得药物8min燃毕，此时室内空气中每立方米含药量为6mg。研究表明，当空气中每立方米的含药量不低于3mg才有效，那么此次消毒的有效时间是()



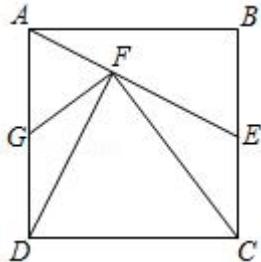
- A. 10分钟 B. 12分钟 C. 14分钟 D. 16分钟

9. (3分) 如图, 已知点 P 是菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 延长线上一点, 过点 P 分别作 AD 、 DC 延长线的垂线, 垂足分别为点 E 、 F . 若 $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 2$, 则 $PE - PF$ 的值为()



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

10. (3分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 中点, 连接 AE , $DF \perp AE$ 于点 F , 连接 CF , $FG \perp CF$ 交 AD 于点 G , 下列结论: ① $CF = CD$; ② G 为 AD 中点; ③ $\triangle DCF \sim \triangle AGF$; ④ $\frac{AF}{EF} = \frac{2}{3}$, 其中结论正确的个数有()

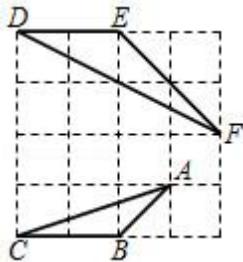


- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

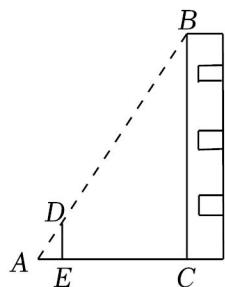
二、填空题 (共 5 小题)

11. (3分) 如果 $\frac{x}{x-y} = \frac{5}{3}$, 那么 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

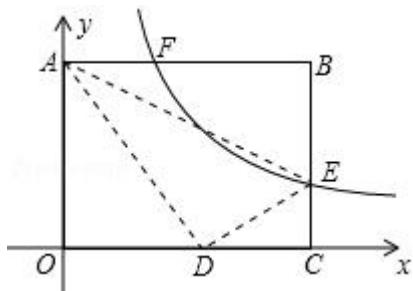
12. (3分) 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在网格线的交点上. 设 $\triangle ABC$ 的周长为 C_1 , $\triangle DEF$ 的周长为 C_2 , 则 $\frac{C_1}{C_2}$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



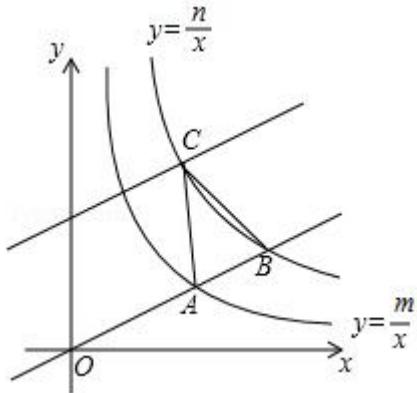
13. (3分) 如图, 利用标杆 DE 测量楼高, 点 A, D, B 在同一直线上, $DE \perp AC$, $BC \perp AC$, 垂足分别为 E, C . 若测得 $AE = 1m$, $DE = 1.5m$, $AC = 5m$, 楼高 BC 是 ____.



14. (3分) 如图, 矩形 $ABCO$ 的顶点 $B(10,8)$, 点 A, C 在坐标轴上, E 是 BC 边上一点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 刚好与 OC 边上点 D 重合, 过点 E 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与边 AB 交于点 F , 则线段 BF 的长为 ____.



15. (3分) 已知如图, 直线 $y = \frac{2}{3}x$ 分别与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($m > 0, x > 0$)、双曲线 $y = \frac{n}{x}$ ($n > 0, x > 0$) 交于点 A , 点 B , 且 $\frac{BA}{OA} = \frac{2}{3}$, 将直线 $y = \frac{2}{3}x$ 向左平移 6 个单位长度后, 与双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 交于点 C , 若 $S_{\triangle ABC} = 4$, 则 mn 的值为 ____.



三、解答题

16. (8分) 解方程:

$$(1) \quad x(x+4)=2x+8;$$

$$(2) \quad 3x^2 - 4x - 1 = 0.$$

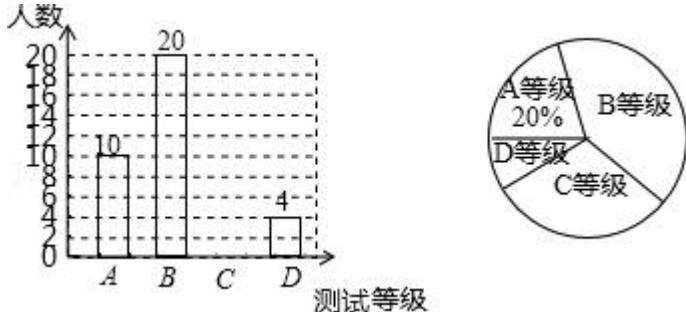
17. (8分) 深圳某中学为了解九年级学生的体能状况, 从九年级学生中随机抽取部分学生进行体能测试, 测试结果分为 A , B , C , D 四个等级. 请根据两幅统计图中的信息回答下列问题:

(1) 本次抽样调查共抽取了____名学生.

(2) 求测试结果为 C 等级的学生数, 并补全条形图;

(3) 若该中学九年级共有 700 名学生, 请你估计该中学九年级学生中体能测试结果为 D 等级的学生有多少名?

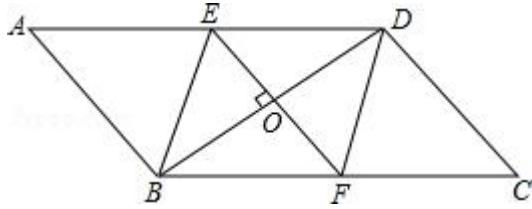
(4) 若从体能为 A 等级的 2 名男生 2 名女生中随机的抽取 2 名学生, 作为该校培养运动员的重点对象, 请用列表法或画树状图的方法求所抽取的两人恰好都是男生的概率.



18. (7分) 如图, EF 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 的垂直平分线, EF 与边 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F .

(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是菱形;

(2) 若 $ED=5$, $BD=8$, 求菱形 $BFDE$ 的面积.

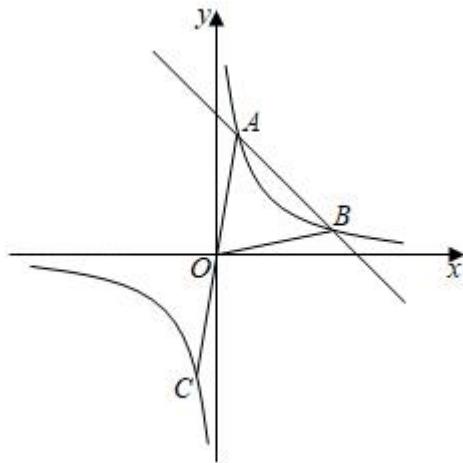


19. (7分) 2020年突如其来的新型冠状病毒疫情，给生鲜电商带来了意想不到的流量和机遇，据统计某生鲜电商平台1月份的销售额是225万元，3月份的销售额是324万元。

- (1) 若该平台1月份到3月份的月平均增长率都相同，求月平均增长率是多少？
- (2) 经市场调查发现，某水果在“盒马鲜生”平台上的售价为24元/千克时，每天能销售300千克，售价每降低2元，每天可多售出100千克，为了推广宣传，商家决定降价促销，同时尽量减少库存，已知该水果的成本价为12元/千克，若使销售该水果每天获利4000元，则售价应降低多少元？

20. (8分) 如图，一次函数 $y_1 = ax + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(2, 8)$, $B(8, n)$ 两点，连接 AO , BO ，延长 AO 交反比例函数图象于点 C 。

- (1) 求一次函数 y_1 与反比例函数 y_2 的表达式；
- (2) 当 $y_1 < y_2$ 时，自变量 x 的取值范围为____；
- (3) 点 P 是 x 轴上一点，当 $S_{\Delta PAC} = \frac{4}{5}S_{\Delta AOB}$ 时，请求出点 P 的坐标。



21. (8分) 【模型发现】如图1， $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ ，求证： $\Delta ABD \sim \Delta ACE$ 。

【深入探究】如图2，等边 ΔABC 中， $AB = 3$ ， D 是 AC 上的动点，连接 BD ，将 BD 绕着点 D 逆时针旋转 60° 得到 DE ，连接 CE ，当点 D 从 A 运动到 C 时，求点 E 的运动路径长。

【应用拓展】如图3，等腰Rt ΔABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， E 是 AD 上的一点，连接 BE ，将 BE 绕着点 E 逆时针旋转 90° ，得到 EF ， EF 交 BC 于点 G ，连接 CF ，若

$EG = \frac{1}{2}FG$, 则 $\frac{AB}{CF}$ 的值为 ____.

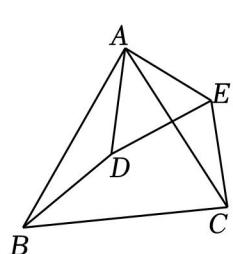


图1

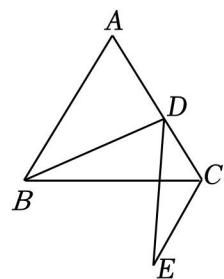


图2

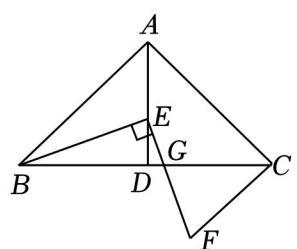


图3

22. (9分) 如图1, 在平面直角坐标系内, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 交直线 $y = kx$ 于第一象限的点 C , 点 D 在 y 轴上, AD 平分 $\angle BAO$.

- (1) 点 D 的坐标为 ____;
- (2) 若 $\triangle BOC$ 与 $\triangle BAD$ 相似, 求 k 的值;
- (3) 在(2)的条件下, 如图2, 已知点 $M(m, -3)$, 平移直线 $y = kx$ 交 x 轴于点 E , 交 y 轴于点 F , 平面内是否存在点 N , 使得四边形 $EFMN$ 是正方形? 若存在, 请直接写出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

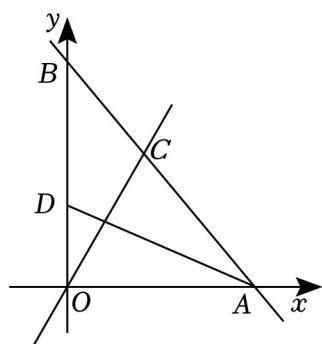


图1

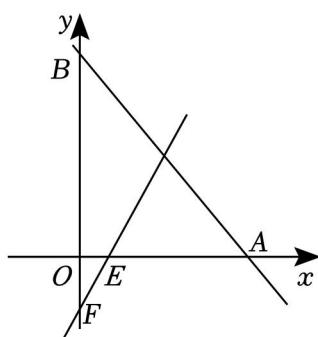
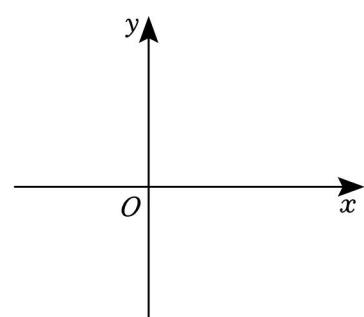


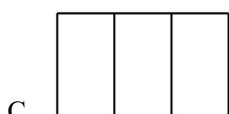
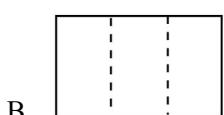
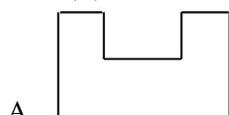
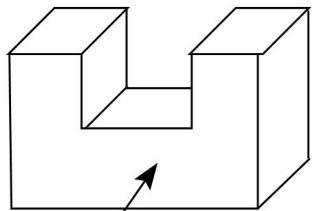
图2



备用图

一、选择题（共 10 小题）

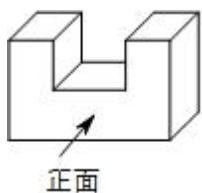
1. (3 分) 如图是一个零件的示意图，它的俯视图是()



【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，可得答案。

【解答】解：从上面看该零件的示意图是一个大矩形，且中间有 2 条实线段，

故选：C。



【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图。

2. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数根，则 m 的取值范围是()

A. $m < \frac{5}{4}$

B. $m > \frac{5}{4}$

C. $m > \frac{5}{4}$

D. $m < \frac{5}{4}$

【分析】利用一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $m-1 \neq 0$ 且 $\Delta = 1^2 - 4(m-1) \times 1 < 0$ ，

然后求出两个不等式的公共部分即可。

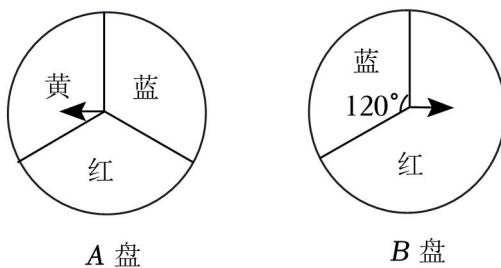
【解答】解：根据题意得 $m-1 \neq 0$ 且 $\Delta = 1^2 - 4(m-1) \times 1 < 0$ ，

所以 $m > \frac{5}{4}$ 。

故选：B。

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根。

3. (3分) 22届年级组董老师为学校联欢会设计了一个“配紫色”游戏：如图是两个可以自由转动的转盘，A 盘被分成面积相等的几个扇形，B 盘中蓝色扇形区域所占的圆心角是 120° 。同学们同时转动两个转盘，如果其中一个转盘转出了红色，另一个转盘转出了蓝色，那么可以配成紫色，赢得游戏。若小赵同学同时转动 A 盘和 B 盘，她赢得游戏的概率是()



- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

【分析】先求出在 B 盘中， $S_{\text{红色扇形}} = 2S_{\text{蓝色扇形}}$ ，再画树状图，共有 9 种等可能的结果，其中一个转盘转出了红色、另一个转盘转出了蓝色的有 3 种情况，然后由概率公式求解即可。

【解答】解： $\because B$ 盘中蓝色扇形区域所占的圆心角是 120° ，

$\therefore B$ 盘红色扇形区域所占的圆心角是 $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ ，

\therefore 在 B 盘中， $S_{\text{红色扇形}} = 2S_{\text{蓝色扇形}}$ ，

画树状图如下：



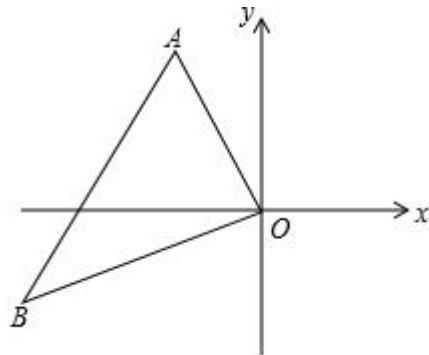
共有 9 种等可能的结果，其中一个转盘转出了红色、另一个转盘转出了蓝色的有 3 种情况，

\therefore 小赵同学同时转动 A 盘和 B 盘，她赢得游戏的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ，

故选：D.

【点评】本题考查了列表法与树状图法求概率，正确画出树状图是解题的关键；用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比。

4. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-3, 6)$ 、 $B(-9, -3)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{3}$, 把 $\triangle ABO$ 缩小, 则点 B 的对应点 B' 的坐标是()



- A. $(-3, -1)$ B. $(-1, 2)$
 C. $(-9, 1)$ 或 $(9, -1)$ D. $(-3, -1)$ 或 $(3, 1)$

【分析】利用以原点为位似中心, 相似比为 k , 位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$,

把 B 点的横纵坐标分别乘以 $\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{1}{3}$ 即可得到点 B' 的坐标.

【解答】解: ∵以原点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{3}$, 把 $\triangle ABO$ 缩小,

∴点 $B(-9, -3)$ 的对应点 B' 的坐标是 $(-3, -1)$ 或 $(3, 1)$.

故选: D.

【点评】本题考查了位似变换: 在平面直角坐标系中, 如果位似变换是以原点为位似中心, 相似比为 k , 那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$.

5. (3分) 秋冬季节为流感的高发期, 有一人患了流感, 经过两轮传染后共有 121 人患了流感, 每轮传染中平均一个人传染的人数为()

- A. 9 人 B. 10 人 C. 11 人 D. 12 人

【分析】设每轮传染中平均一个人传染的人数为 x , 则第一轮传染了 x 人, 第二轮传染了 $(x+1)x$ 人, 根据第二轮传染后患流感的人数即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之取其正值即可得出结论.

【解答】解: 设每轮传染中平均一个人传染的人数为 x , 则第一轮传染了 x 人, 第二轮传染了 $(x+1)x$ 人,

根据题意得: $1+x+(x+1)x=121$,

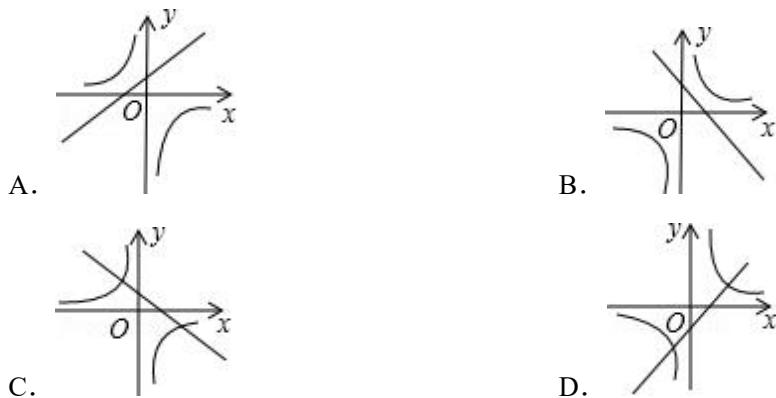
解得: $x=10$ 或 $x=-12$ (舍去).

故选: B.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用以及列代数式, 根据经过两轮传染后共有 121 人患

了流感列出关于 x 的一元二次方程是解题的关键.

6. (3 分) 函数 $y = \frac{k}{x}$ 与 $y = kx + 1(k \neq 0)$ 在同一坐标系内的图象大致为图中的()



【分析】根据反比例函数及一次函数的性质对四个选项进行逐一分析即可.

【解答】解: A、由此反比例函数的图象在二、四象限可知, $k < 0$; 而一次函数的图象经过一、三象限 $k > 0$, 相矛盾, 故本选项错误;

B、由此反比例函数的图象在一、三象限可知, $k > 0$; 而一次函数的图象经过二、四象限, $k < 0$, 相矛盾, 故本选项错误;

C、由此反比例函数的图象在二、四象限可知, $k < 0$; 而一次函数的图象经过一、三象限, $k < 0$, 两结论一致, 故本选项正确;

D、由此反比例函数的图象在一、三象限可知, $k > 0$; 而一次函数的图象经过一、三象限, $k < 0$, 因为 $1 > 0$, 所以此一次函数的图象应经过一、二、三象限, 故本选项错误.

故选: C.

【点评】本题考查的是反比例函数的图象与一次函数的图象, 熟知反比例函数的图象与一次函数的图象的特点是解答此题的关键,

7. (3 分) 下列命题正确的是()

- A. 顺次连接矩形四边的中点得到菱形
- B. 对角线相等的四边形是矩形
- C. 两边成比例及一角相等的两个三角形相似
- D. 若点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 则 $PA = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$

【分析】根据矩形性质与判定, 相似三角形判定, 黄金分割点定义逐项判断.

【解答】解: 顺次连接矩形四边的中点得到菱形, 故 A 正确, 符合题意;

对角线相等的平行四边形是矩形, 故 B 错误, 不符合题意;

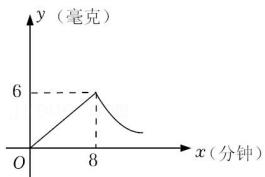
两边成比例及夹角相等的两个三角形相似，故C错误，不符合题意；

若点P是线段AB的黄金分割点， $PA > PB$ ，则 $PA = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ ，故D错误，不符合题意；

故选：A.

【点评】本题考查命题与定理，解的关键是掌握教材上相关的概念与定理。

8. (3分) 某学校对教室采用药熏消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量y(毫克)与时间x(分钟)成正比例，药物燃烧完后，y与x成反比例(如图)，现测得药物8min燃毕，此时室内空气中每立方米含药量为6mg。研究表明，当空气中每立方米的含药量不低于3mg才有效，那么此次消毒的有效时间是()



- A. 10分钟 B. 12分钟 C. 14分钟 D. 16分钟

【分析】首先根据题意确定一次函数与反比例函数的解析式，然后代入 $y=3$ 确定两个自变量的值，差即为有效时间。

【解答】解：(1) 设药物燃烧时 y 关于 x 的函数关系式为 $y=k_1x(k_1>0)$ 代入 $(8,6)$ 为 $6=8k_1$ ，

$$\therefore k_1 = \frac{3}{4};$$

设药物燃烧后 y 关于 x 的函数关系式为 $y=\frac{k}{x}(k_2>0)$ 代入 $(8,6)$ 为 $6=\frac{k}{8}$ ，

$$\therefore k_2 = 48$$

\therefore 药物燃烧时 y 关于 x 的函数关系式为 $y=\frac{3}{4}x(0 < x \leq 8)$ ；药物燃烧后 y 关于 x 的函数关系式

为 $y=\frac{48}{x}(x > 8)$ ，

把 $y=3$ 代入 $y=\frac{3}{4}x$ ，得： $x=4$ ，

把 $y=3$ 代入 $y=\frac{48}{x}$ ，得： $x=16$ ，

$$\therefore 16 - 4 = 12,$$

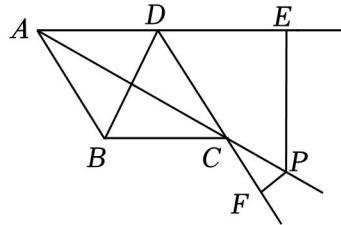
\therefore 那么此次消毒的有效时间是12分钟，

故选：B.

【点评】本题考查了函数的应用，现实生活中存在大量成反比例函数的两个变量，解答该类

问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用待定系数法求出它们的关系式。

9. (3分) 如图，已知点 P 是菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 延长线上一点，过点 P 分别作 AD 、 DC 延长线的垂线，垂足分别为点 E 、 F 。若 $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AB = 2$ ，则 $PE - PF$ 的值为()



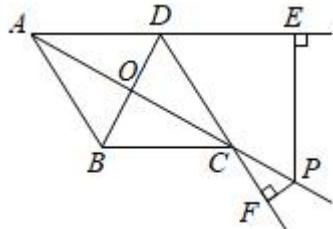
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

【分析】 设 AC 交 BD 于 O ，根据已知可得 $AC = 2\sqrt{3}$ ，而

$$PE - PF = \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}CP = \frac{1}{2}(AP - CP) = \frac{1}{2}AC，$$

即可得到答案。

【解答】 解：设 AC 交 BD 于 O ，如图：



\therefore 在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AB = 2$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$ ， $\angle DAC = \angle DCA = 30^\circ$ ， $AD = AB = 2$ ， $BD \perp AC$ ，

$$\text{Rt}\triangle AOD \text{ 中， } OD = \frac{1}{2}AD = 1, OA = \sqrt{AD^2 - OD^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2OA = 2\sqrt{3},$$

$$\text{Rt}\triangle APE \text{ 中， } \angle DAC = 30^\circ, PE = \frac{1}{2}AP,$$

$$\text{Rt}\triangle CPF \text{ 中， } \angle PCF = \angle DCA = 30^\circ, PF = \frac{1}{2}CP,$$

$$\therefore PE - PF = \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}CP = \frac{1}{2}(AP - CP) = \frac{1}{2}AC,$$

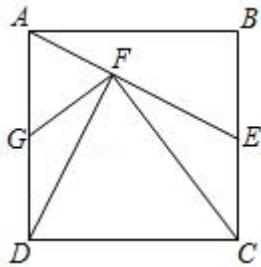
$$\therefore PE - PF = \sqrt{3},$$

故选：D。

【点评】 本题考查菱形的性质及应用，解题的关键是求出 AC ，把 $PE - PF$ 转化为 $\frac{1}{2}AC$ 。

10. (3分) 如图，正方形 $ABCD$ 中， E 为 BC 中点，连接 AE ， $DF \perp AE$ 于点 F ，连接 CF ，

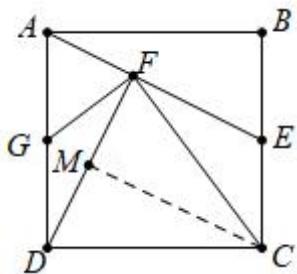
$FG \perp CF$ 交 AD 于点 G ，下列结论：① $CF = CD$ ；② G 为 AD 中点；③ $\triangle DCF \sim \triangle AGF$ ；④ $\frac{AF}{EF} = \frac{2}{3}$ ，其中结论正确的个数有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】如图，作 $CM \perp DF$ 于 M 。首先证明 $\triangle DAF \cong \triangle CDM$ ，推出 $DM = AF$ ，再证明 $DF = 2AF$ ，推出 $DM = MF$ ，推出 $CD = CF$ ，再证明 $\angle GDF = \angle GFD$ ，推出 $GD = GF$ ，再证明 $GF = GA$ 即可证明 $GA = GD$ ，由此即可一一判断；

【解答】解：如图，作 $CM \perp DF$ 于 M 。



\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = BC = CD = AD, \therefore \angle DAB = \angle B = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \angle ADF + \angle CDF = 90^\circ, \angle CDF + \angle DCM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle DCM,$$

$$\because DF \perp AE, CM \perp DF,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle CMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DAF \cong \triangle CDM,$$

$$\therefore CM = DF, DM = AF,$$

$$\because \angle ADF + \angle DAE = 90^\circ, \angle DAE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle ADF,$$

$$\because BE = CE,$$

$$\therefore AB = 2BE,$$

$$\therefore \tan \angle BAE = \tan \angle ADF = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AF}{DF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DM = MF, \quad \because CM \perp DF,$$

$\therefore CD = CF$, 故①正确,

$$\therefore \angle CDF = \angle CFD,$$

$$\because \angle CDG = \angle CFG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GFD = \angle GDF,$$

$$\therefore GF = GD,$$

$$\because \angle GDF + \angle DAF = 90^\circ, \quad \angle GFD + \angle AFG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF = \angle GFA,$$

$$\therefore GF = GA,$$

$$\therefore GD = GA,$$

$\therefore G$ 是 AD 中点, 故②正确,

$$\because \angle AFD = \angle GFC,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle CFD, \quad \angle GAF = \angle CDF,$$

$\therefore \triangle DCF \sim \triangle AGF$, 故③正确,

设 $AF = a$, 则 $DF = 2a$, $AB = \sqrt{5}a$, $BE = \frac{\sqrt{5}}{2}a$,

$$\therefore AE = \frac{5}{2}a, \quad EF = \frac{3}{2}a,$$

$$\therefore \frac{AF}{EF} = \frac{2}{3}, \quad \text{故④正确,}$$

故选: D .

【点评】本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、锐角三角函数、相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考常考题型.

二、填空题 (共 5 小题)

11. (3 分) 如果 $\frac{x}{x-y} = \frac{5}{3}$, 那么 $\frac{x}{y} = -\frac{5}{2}$.

【分析】由 $\frac{x}{x-y} = \frac{5}{3}$ 可得 $\frac{x-y}{x} = \frac{3}{5}$, 进一步得到 $1 - \frac{y}{x} = \frac{3}{5}$, 可求 $\frac{y}{x}$, 进一步得到 $\frac{x}{y}$ 的值.

【解答】解: $\frac{x}{x-y} = \frac{5}{3}$,

$$\frac{x-y}{x} = \frac{3}{5},$$

$$1 - \frac{y}{x} = \frac{3}{5},$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2}{5},$$

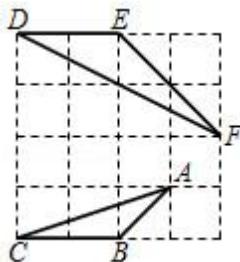
$$\frac{x}{y} = \frac{5}{2}.$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

【点评】考查了比例的性质, 关键是得到 $1 - \frac{y}{x} = \frac{3}{5}$.

12. (3分) 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都

在网格线的交点上. 设 $\triangle ABC$ 的周长为 C_1 , $\triangle DEF$ 的周长为 C_2 , 则 $\frac{C_1}{C_2}$ 的值等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【分析】先证明两个三角形相似, 再根据相似三角形的周长比等于相似比, 得出周长比的值便可.

$$\text{【解答】解: } \because \frac{DE}{AB} = \frac{2}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2},$$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{\sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{2},$$

$$\frac{DF}{AC} = \frac{\sqrt{4^2 + 2^2}}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} = \sqrt{2},$$

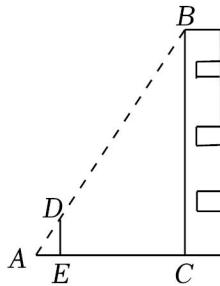
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$,

$$\therefore \frac{C_1}{C_2} = \frac{AB}{DE} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】本题主要考查相似三角形的性质与判定, 勾股定理, 本题关键是证明三角形相似.

13. (3分) 如图, 利用标杆 DE 测量楼高, 点 A, D, B 在同一直线上, $DE \perp AC$, $BC \perp AC$, 垂足分别为 E, C . 若测得 $AE = 1m$, $DE = 1.5m$, $AC = 5m$, 楼高 BC 是 7.5m.



【分析】 根据平行线的判定得到 $DE \parallel BC$, 然后, 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】 解: $\because DE \perp AC$, $BC \perp AC$,

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC},$$

$$\therefore \frac{1}{5} = \frac{1.5}{BC},$$

$$\therefore BC = 7.5(m),$$

答: 楼高 BC 是 $7.5m$.

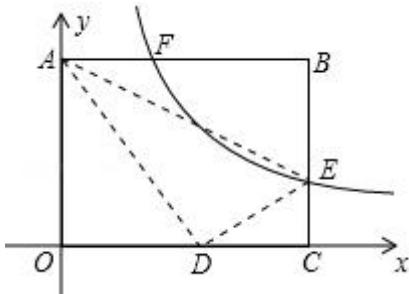
故答案为: $7.5m$.

【点评】 本题考查了相似三角形的应用, 证得 $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ 是解题的关键.

14. (3分) 如图, 矩形 $ABCO$ 的顶点 $B(10,8)$, 点 A, C 在坐标轴上, E 是 BC 边上一点,

将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 刚好与 OC 边上点 D 重合, 过点 E 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象

与边 AB 交于点 F , 则线段 BF 的长为 $\frac{25}{4}$.



【分析】 首先根据翻折变换的性质, 可得 $AD = AB = 10$, $DE = BE$; 然后设点 E 的坐标是 $(10, b)$, 在 $Rt\triangle CDE$ 中, 根据勾股定理, 求出 CE 的长度, 进而求出 k 的值, 再把 F 点的

纵坐标代入解析式可求得 F 点的坐标，即可求得 BF 的长.

【解答】解：

$\because \triangle ABE$ 沿 AE 折叠，点 B 刚好与 OC 边上点 D 重合，

$$\therefore AD = AB = 10, DE = BE,$$

$$\therefore AO = 8, AD = 10,$$

$$\therefore OD = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore CD = 10 - 6 = 4,$$

设点 E 的坐标是 $(10, b)$,

$$\text{则 } CE = b, DE = 10 - b,$$

$$\therefore CD^2 + CE^2 = DE^2,$$

$$\therefore 4^2 + b^2 = (8 - b)^2,$$

$$\text{解得 } b = 3,$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标是 } (10, 3),$$

$$\text{设反比例函数 } y = \frac{k}{x},$$

$$\therefore k = 10 \times 3 = 30,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{30}{x},$$

$\because F$ 点纵坐标为 8,

$$\therefore 8 = \frac{30}{x}, \text{ 解得 } x = \frac{15}{4}, \text{ 即 } AF = \frac{15}{4},$$

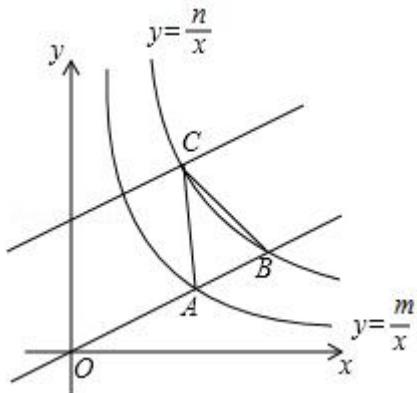
$$\therefore BF = AB - AF = 10 - \frac{15}{4} = \frac{25}{4},$$

$$\text{故答案为: } \frac{25}{4}.$$

【点评】(1) 此题主要考查了翻折变换(折叠问题)，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

(2) 此题还考查了反比例函数图象上点的坐标特征，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy = k$ ；②双曲线是关于原点对称的，两个分支上的点也是关于原点对称；③在 xy 图象中任取一点，过这个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

15. (3分) 已知如图, 直线 $y = \frac{2}{3}x$ 分别与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($m > 0, x > 0$)、双曲线 $y = \frac{n}{x}$ ($n > 0, x > 0$) 交于点 A , 点 B , 且 $\frac{BA}{OA} = \frac{2}{3}$, 将直线 $y = \frac{2}{3}x$ 向左平移 6 个单位长度后, 与双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 交于点 C , 若 $S_{\triangle ABC} = 4$, 则 mn 的值为 100.



【分析】 先求出直线 $y = \frac{2}{3}x$ 向左平移 6 个单位长度后的解析式为 $y = \frac{2}{3}x + 4$, 那么直线 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 交 y 轴于 $E(0, 4)$, 作 $EF \perp OB$ 于 F . 根据互相垂直的两条直线斜率之积为 -1 得出直线 EF 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + 4$, 再求出 $F(\frac{24}{13}, \frac{16}{13})$, $EF = \sqrt{(\frac{24}{13})^2 + (\frac{16}{13} - 4)^2} = \frac{12\sqrt{13}}{13}$, 根据 $S_{\triangle ABC} = 4$, 求出 $AB = \frac{2\sqrt{13}}{3}$, 那么 $OA = \frac{3}{2}AB = \sqrt{13}$, 进而求出 A 、 B 两点坐标, 求出 m 、 n 即可解决问题.

【解答】 解: 直线 $y = \frac{2}{3}x$ 向左平移 6 个单位长度后的解析式为 $y = \frac{2}{3}(x+6)$,

$$\text{即 } y = \frac{2}{3}x + 4,$$

\therefore 直线 $y = \frac{2}{3}x + 4$ 交 y 轴于 $E(0, 4)$, 作 $EF \perp OB$ 于 F .

可得直线 EF 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + 4$,

$$\text{由 } \begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ y = -\frac{3}{2}x + 4 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} x = \frac{24}{13} \\ y = \frac{16}{13} \end{cases}, \text{即 } F(\frac{24}{13}, \frac{16}{13}).$$

$$\therefore EF = \sqrt{(\frac{24}{13})^2 + (\frac{16}{13} - 4)^2} = \frac{12\sqrt{13}}{13},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot EF = 4,$$

$$\therefore AB = \frac{2\sqrt{13}}{3},$$

$$\therefore \frac{BA}{OA} = \frac{2}{3},$$

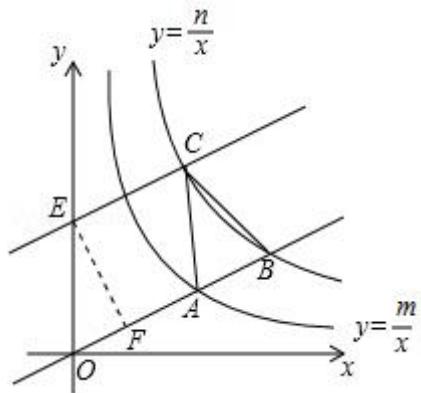
$$\therefore OA = \frac{3}{2} AB = \sqrt{13},$$

$$\therefore A(3, 2), \quad B(5, \frac{10}{3}),$$

$$\therefore m=6, \quad n=\frac{50}{3},$$

$$\therefore mn=100.$$

故答案为 100 .



【点评】本题考查反比例函数与一次函数的交点问题，待定系数法求直线的解析式，两点间的距离公式，三角形的面积，函数图象上点的坐标特征等知识，综合性较强。解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考填空题中的压轴题。

三、解答题

16. (8分) 解方程：

$$(1) \quad x(x+4)=2x+8;$$

$$(2) \quad 3x^2 - 4x - 1 = 0.$$

【分析】(1) 提公因式法因式分解解方程即可；

(2) 利用公式法解方程即可；

【解答】解：(1) $x(x+4)=2x+8,$

$$x(x+4)-2(x+4)=0,$$

$$(x+4)(x-2)=0,$$

$$x+4=0 \text{ 或 } x-2=0,$$

解得 $x_1 = -4$, $x_2 = 2$;

$$(2) 3x^2 - 4x - 1 = 0,$$

$$\because a=3, b=-4, c=-1,$$

$$\therefore b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 28 > 0,$$

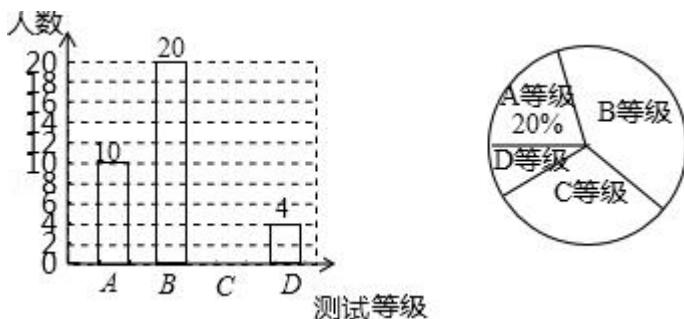
$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3},$$

$$\therefore x_1 = \frac{2 + \sqrt{7}}{3}, \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{7}}{3}.$$

【点评】本题考查一元二次方程 – 因式分解法以及一元二次方程 – 公式法, 解题的关键是掌握提公因式法分解因式以及熟记求根公式.

17. (8分) 深圳某中学为了解九年级学生的体能状况, 从九年级学生中随机抽取部分学生进行体能测试, 测试结果分为 A , B , C , D 四个等级. 请根据两幅统计图中的信息回答下列问题:

- (1) 本次抽样调查共抽取了 50 名学生.
- (2) 求测试结果为 C 等级的学生数, 并补全条形图;
- (3) 若该中学九年级共有 700 名学生, 请你估计该中学九年级学生中体能测试结果为 D 等级的学生有多少名?
- (4) 若从体能为 A 等级的 2 名男生 2 名女生中随机的抽取 2 名学生, 作为该校培养运动员的重点对象, 请用列表法或画树状图的方法求所抽取的两人恰好都是男性的概率.



【分析】(1) 根据 A 等级的人数和所占的百分比即可求出抽样调查的总人数;

(2) 用总数减去 A 、 B 、 D 中的人数, 即可求出 C 等级的人数, 画出条形图即可;

(3) 用九年级共有的学生数乘以 D 等级所占的比例, 即可得出答案;

(4) 画树状图, 再由概率公式求解即可.

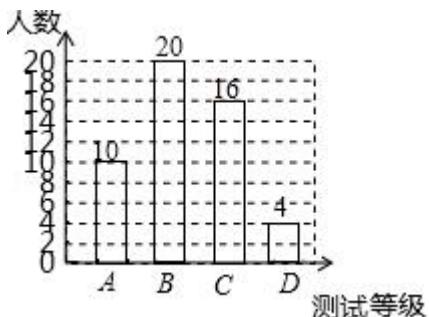
【解答】解: (1) $10 \div 20\% = 50$ (名),

即本次抽样调查共抽取了 50 名学生,

故答案为: 50;

(2) 测试结果为 C 等级的学生数为: $50 - 10 - 20 - 4 = 16$ (名),

故答案为: 16, 补全条形图如下:



(3) $700 \times \frac{4}{50} = 56$ (名),

即估计该中学九年级学生中体能测试结果为 D 等级的学生有 56 名;

(4) 画树状图如图:



共有 12 个等可能的结果, 所抽取的两人恰好都是男生的结果有 2 个,

$$\therefore \text{抽取的两人恰好都是男生的概率} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

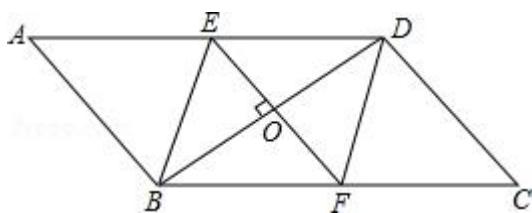
【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图和扇形统计图. 用到的知识点

为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

18. (7 分) 如图, EF 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 的垂直平分线, EF 与边 AD 、 BC 分别交于点 E 、 F .

(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是菱形;

(2) 若 $ED = 5$, $BD = 8$, 求菱形 $BFDE$ 的面积.



【分析】(1) 先证明 $\triangle OED \cong \triangle OFB$ ，再利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明四边形 $BEDF$ 是平行四边形，然后利用对角线互相垂直的平行四边形是菱形证得答案；

(2) 先利用菱形的性质和勾股定理求得 $EF = 6$ ，再利用菱形的面积等于对角线乘以对角线的一半，即可得出答案.

【解答】解：(1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AD \parallel BC, OB = OD$$

$$\because \angle EDO = \angle FBO, \angle OED = \angle OFB$$

$$\therefore \triangle OED \cong \triangle OFB$$

$$\therefore DE = BF$$

$$\text{又} \because ED \parallel BF$$

\therefore 四边形 $BEDF$ 是平行四边形

$$\because EF \perp BD$$

\therefore 四边形 $BFDE$ 是菱形；

(2) \because 四边形 $BFDE$ 是菱形， $BD = 8$

$$\therefore OD = \frac{1}{2}BD = 4$$

$$\because ED = 5$$

$$\therefore OE = 3$$

$$\therefore EF = 6$$

$$\therefore \text{菱形 } BFDE \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

答：菱形 $BFDE$ 的面积为 24.

【点评】本题考查了菱形的判定与性质及菱形的面积计算，熟练掌握相关定理及性质是解题的关键.

19. (7 分) 2020 年突如其来的新型冠状病毒疫情，给生鲜电商带来了意想不到的流量和机遇，据统计某生鲜电商平台 1 月份的销售额是 225 万元，3 月份的销售额是 324 万元.

(1) 若该平台 1 月份到 3 月份的月平均增长率都相同，求月平均增长率是多少？

(2) 经市场调查发现，某水果在“盒马鲜生”平台上的售价为 24 元/千克时，每天能销售 300 千克，售价每降低 2 元，每天可多售出 100 千克，为了推广宣传，商家决定降价促销，同时尽量减少库存，已知该水果的成本价为 12 元/千克，若使销售该水果每天获利 4000 元，则售价应降低多少元？

【分析】(1) 设月平均增长率为 x , 根据该平台 1 月份和 3 月份的销售额, 即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之取其正值即可得出结论;

(2) 设售价应降低 y 元, 则每天可售出 $(300+50y)$ 千克, 根据总利润 = 每千克的利润 \times 销售数量, 即可得出关于 y 的一元二次方程, 解之取其较大值即可得出结论.

【解答】解: (1) 设月平均增长率为 x ,

依题意, 得: $225(1+x)^2 = 324$,

解得: $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (不合题意, 舍去).

答: 月平均增长率是 20% .

(2) 设售价应降低 y 元, 则每天可售出 $300 + \frac{100y}{2} = (300+50y)$ 千克,

依题意, 得: $(24-12-y)(300+50y) = 4000$,

整理, 得: $y^2 - 6y + 8 = 0$,

解得: $y_1 = 2$, $y_2 = 4$,

\therefore 要尽量减少库存,

$\therefore y = 4$.

答: 售价应降低 4 元.

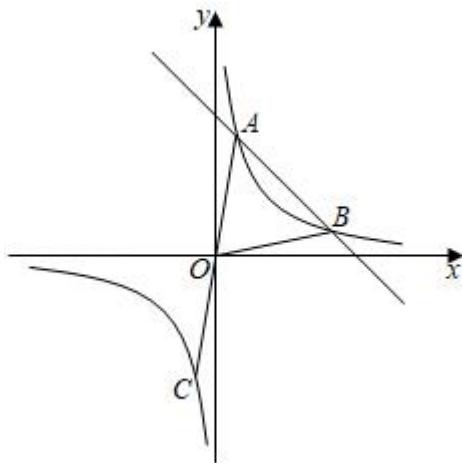
【点评】本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

20. (8 分) 如图, 一次函数 $y_1 = ax + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(2,8)$, $B(8,n)$ 两点, 连接 AO , BO , 延长 AO 交反比例函数图象于点 C .

(1) 求一次函数 y_1 与反比例函数 y_2 的表达式;

(2) 当 $y_1 < y_2$, 时, 自变量 x 的取值范围为 $x > 8$ 或 $0 < x < 2$;

(3) 点 P 是 x 轴上一点, 当 $S_{APC} = \frac{4}{5}S_{AOB}$ 时, 请求出点 P 的坐标.



【分析】(1) 由待定系数法即可得到结论;

(2) 根据图象中的信息即可得到结论;

(3) 先求得 D 的坐标, 然后根据 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} - S_{\triangle BOD}$ 求得 $\triangle AOB$ 的面积, 即可求得

$S_{\triangle PAC} = \frac{4}{5}S_{\triangle AOB} = 24$, 根据中心对称的性质得出 $OA = OC$, 即可得到 $S_{\triangle APC} = 2S_{\triangle AOP}$, 从而得到 $2 \times \frac{1}{2}OP \times 8 = 24$, 求得 OP , 即可求得 P 的坐标.

【解答】解: (1) 将 $A(2, 8)$ 代入 $y_2 = \frac{k}{x}$ 得 $8 = \frac{k}{2}$, 解得 $k = 16$,

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{16}{x}$,

把 $B(8, n)$ 代入得, $n = \frac{16}{8} = 2$,

$\therefore B(8, 2)$,

将 $A(2, 8)$, $B(8, 2)$ 代入 $y = ax + b$ 得 $\begin{cases} 2a + b = 8 \\ 8a + b = 2 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = 10 \end{cases}$,

\therefore 一次函数为 $y = -x + 10$;

(2) 由图象可知, 当 $y_1 < y_2$ 时, 自变量 x 的取值范围为: $x > 8$ 或 $0 < x < 2$,

故答案为 $x > 8$ 或 $0 < x < 2$;

(3) 由题意可知 $OA = OC$,

$\therefore S_{\triangle APC} = 2S_{\triangle AOP}$,

把 $y = 0$ 代入 $y_1 = -x + 10$ 得, $0 = -x + 10$, 解得 $x = 10$,

$$\therefore D(10,0),$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} - S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 - \frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 30,$$

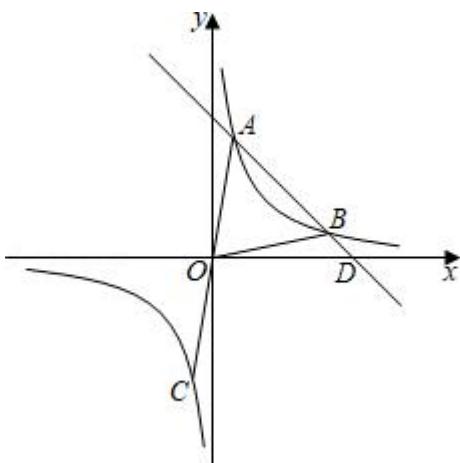
$$\therefore S_{\triangle PAC} = \frac{4}{5} S_{\triangle AOB} = \frac{4}{5} \times 30 = 24,$$

$$\therefore 2S_{\triangle AOP} = 24,$$

$$\therefore 2 \times \frac{1}{2} OP \times y_A = 24, \text{ 即 } 2 \times \frac{1}{2} OP \times 8 = 24,$$

$$\therefore OP = 3,$$

$$\therefore P(3,0) \text{ 或 } P(-3,0).$$



【点评】本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，三角形的面积的计算，待定系数法求函数的解析式，数形结合是解题的关键。

21. (8分) 【模型发现】如图1， $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，求证： $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ 。

【深入探究】如图2，等边 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， D 是 AC 上的动点，连接 BD ，将 BD 绕着点 D 逆时针旋转 60° 得到 DE ，连接 CE ，当点 D 从 A 运动到 C 时，求点 E 的运动路径长。

【应用拓展】如图3，等腰Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， E 是 AD 上的一点，连接 BE ，将 BE 绕着点 E 逆时针旋转 90° ，得到 EF ， EF 交 BC 于点 G ，连接 CF ，若

$$EG = \frac{1}{2} FG, \text{ 则 } \frac{AB}{CF} \text{ 的值为 } -\frac{3}{2}-.$$

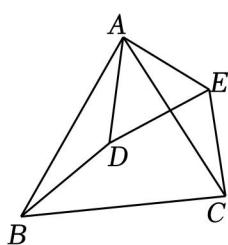


图1

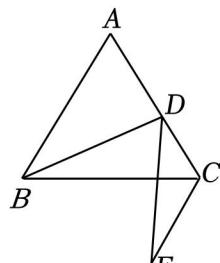


图2

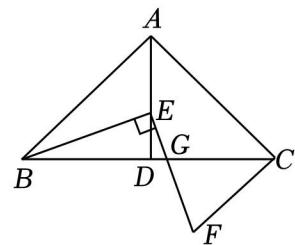


图3

【分析】**【模型发现】**由相似三角形的性质可得 $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ，利用相似三角形的判定可得结论；

【深入探究】由旋转的性质可得 $BD = DE$ ， $\angle BDE = 60^\circ$ ，由“SAS”可证 $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ ，可得 $AD = CE$ ，即可求解；

【应用拓展】通过证明 $\triangle ABE \sim \triangle CBF$ ，可得 $CF = \sqrt{2}AE$ ，由等腰直角三角形的性质可求 $AB = \frac{3}{2}\sqrt{2}AE$ ，即可求解.

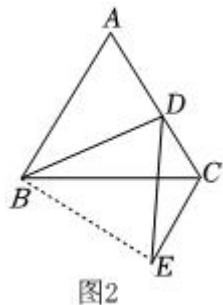
【解答】**【模型发现】**证明： $\because \triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE, \quad \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE, \quad \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE},$$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$ ；

【深入探究】解：连接 BE ，



\therefore 将 BD 绕着点 D 逆时针旋转 60° 得到 DE ，

$\therefore BD = DE$ ， $\angle BDE = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等边三角形，

$\therefore BD = BE$ ， $\angle DBE = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = BC = AC$ ， $\angle ABC = \angle DBE = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle CBE ,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE (SAS) ,$$

$$\therefore AD = CE ,$$

\because 点 D 从 A 运动到 C ,

\therefore 点 E 的运动路径长为 3;

【应用拓展】解：如图，连接 BF ，过点 F 作 $FH \perp BC$ 于点 H ,

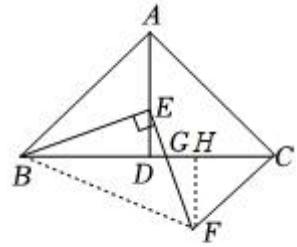


图3

\because 将 BE 绕着点 E 逆时针旋转 90° ,

$$\therefore BE = EF , \quad \angle BEF = 90^\circ ,$$

$$\therefore BF = \sqrt{2}BE , \quad \angle EBF = 45^\circ ,$$

$\because \angle BAC = 90^\circ , \quad AB = AC , \quad AD \perp BC ,$

$$\therefore BC = \sqrt{2}AB , \quad \angle ABC = 45^\circ = \angle EBF = \angle BAD = \angle ACB ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBF ,$$

$$\text{又} \because \frac{BC}{AB} = \sqrt{2} = \frac{BF}{BE} ,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CBF ,$$

$$\therefore \frac{CF}{AE} = \sqrt{2} , \quad \angle BCF = \angle BAE = 45^\circ ,$$

$$\therefore CF = \sqrt{2}AE ,$$

$\because FH \perp BC ,$

$$\therefore \angle BCF = \angle HFC = 45^\circ ,$$

$$\therefore HC = HF ,$$

$$\therefore CF = \sqrt{2}HF ,$$

$$\therefore HF = AE ,$$

$\because AD \perp BC , \quad HF \perp BC ,$

$\therefore AD \parallel HF$,

$$\therefore \frac{HF}{DE} = \frac{FG}{EG} = 2,$$

$\therefore HF = 2DE$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AE,$$

$$\therefore AB = \frac{3}{2}\sqrt{2}AE,$$

$$\therefore \frac{AB}{CF} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}AE}{\frac{2}{\sqrt{2}}AE} = \frac{3}{2},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

【点评】本题是相似形综合题, 考查了相似三角形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 旋转的性质, 等腰直角三角形的性质, 等边三角形的性质等知识, 添加恰当辅助线构造全等三角形或相似三角形是解题的关键.

22. (9分) 如图1, 在平面直角坐标系内, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B ,

交直线 $y = kx$ 于第一象限的点 C , 点 D 在 y 轴上, AD 平分 $\angle BAO$.

(1) 点 D 的坐标为 $(0, 3)$;

(2) 若 $\triangle BOC$ 与 $\triangle BAD$ 相似, 求 k 的值;

(3) 在(2)的条件下, 如图2, 已知点 $M(m, -3)$, 平移直线 $y = kx$ 交 x 轴于点 E , 交 y 轴于点 F , 平面上是否存在点 N , 使得四边形 $EFMN$ 是正方形? 若存在, 请直接写出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

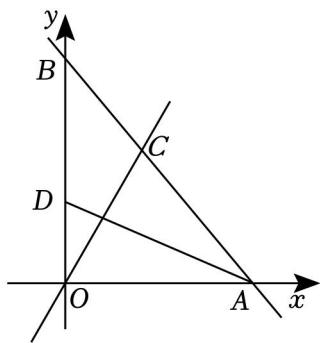


图1

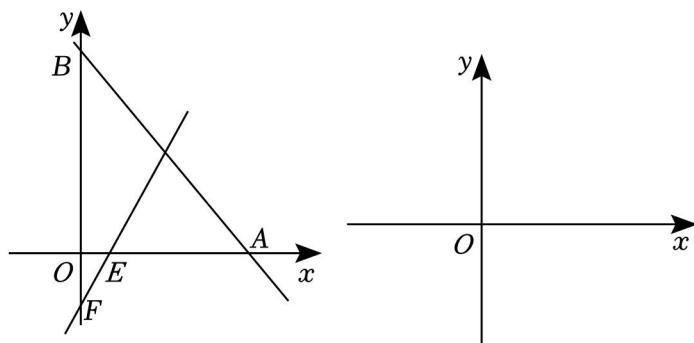


图2

备用图

【分析】(1) 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 根据角平分线的性质可得 $DE = OD$, 证明 $\triangle AOD \cong \triangle AED(AAS)$, 根据全等三角形的性质得 $AE = AO = 6$, 由勾股定理得 $AB = 10$, 则

$BD = 8 - OD$, $BE = AB - AE = 4$, 在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 利用勾股定理求出 BD , 可得 OD 的值, 即可求解;

(2) 若 $\triangle BOC$ 与 $\triangle BAD$ 相似, 点 C 在第一象限, 可得只有一种情况: $\triangle BOC \sim \triangle BAD$ 相似, 根据相似三角形的性质求出 $BC = 4$, 设 $C(a, -\frac{4}{3}a + 8)$. 根据两点的距离求出 a 的值, 将点 C 的坐标代入 $y = kx$, 即可求解;

(3) 分三种情况: ①点 F 在直线 $y = -3$ 的上方, ②点 F 在直线 $y = -3$ 的下方, ③ EF 为对角线时, 根据正方形的性质以及全等三角形的判定和性质即可求解.

【解答】解: (1) $\because y = -\frac{4}{3}x + 8$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B ,

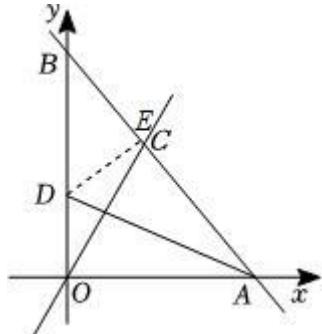
令 $x = 0$, 则 $y = 8$, 令 $y = 0$, 则 $x = 6$,

$$\therefore A(6, 0), B(0, 8),$$

$$\therefore OA = 6, OB = 8,$$

$$\therefore AB = 10,$$

过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ,



$$\therefore \angle AED = \angle AOD = 90^\circ,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAO$,

$$\therefore DE = OD, \angle OAD = \angle EAD,$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle AED (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = AO = 6,$$

$$\therefore BE = AB - AE = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $BD^2 = DE^2 + BE^2$,

$$\therefore (8 - OD)^2 = OD^2 + 4^2,$$

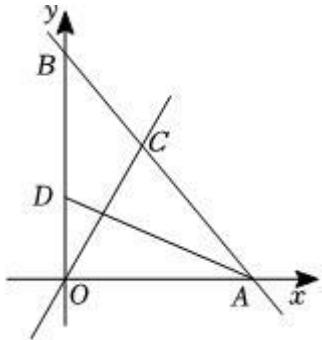
$$\therefore OD = 3,$$

$\therefore D(0,3)$;

(2) 若 $\triangle BOC$ 与 $\triangle BAD$ 相似, 点 C 在第一象限,

\therefore 只有一种情况: $\triangle BOC \sim \triangle BAD$ 相似,

如图,



$$\therefore \frac{BO}{BA} = \frac{BC}{BD}, \text{ 即 } \frac{8}{10} = \frac{BC}{8-3},$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\text{设 } C(a, -\frac{4}{3}a + 8).$$

$$\therefore BC = \sqrt{a^2 + (8 + \frac{4}{3}a - 8)^2} = 4, \text{ 解得 } a = \pm \frac{12}{5} \text{ (负值不合题意, 舍去),}$$

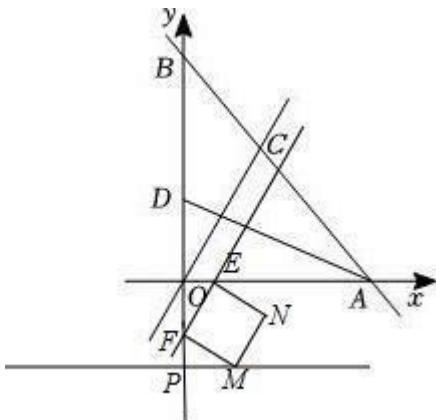
$$\therefore C(\frac{12}{5}, \frac{24}{5}).$$

$$\text{将点 } C \text{ 的坐标代入 } y = kx \text{ 得, } \frac{12}{5}k = \frac{24}{5},$$

$$\therefore k = 2;$$

(3) 分三种情况:

①点 F 在直线 $y = -3$ 的上方, 设直线 $y = -3$ 与 y 轴交于点 P ,



\therefore 四边形 $EFMN$ 是正方形,

$$\therefore EF = FM, \angle EFM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OFE + \angle PFM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OFE + \angle OEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle PFM ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle FPM = 90^\circ,$$

$$\therefore \Delta OEF \cong \Delta PFM (AAS) ,$$

$$\therefore OF = PE \text{ , } OF = PM \text{ .}$$

…占 $M(m-3)$.

$\Omega E + BE = 3$

$$\rightarrow QF = RF = 3$$

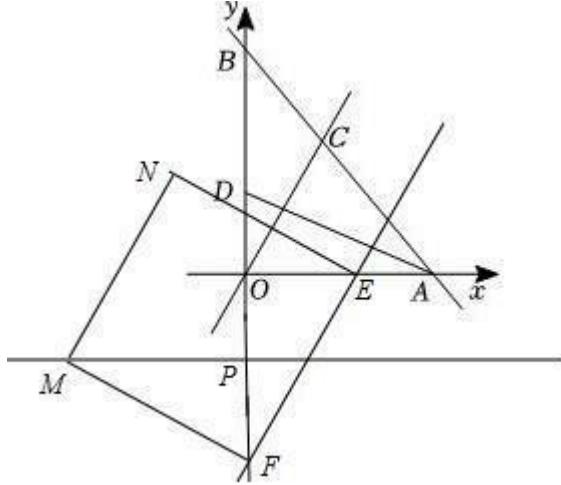
设平移直线 $x = 3y$ 得 $x = 3y - n$

$$\therefore L\left(\frac{1}{2}, -3\right) = T(3, -m), \quad n=m,$$

$$\therefore 3 - m = \frac{m}{2},$$

$$\therefore m = 2 ;$$

②点F在直线 $y=-3$ 的下方, 设直线 $y=-3$ 与 y 轴交于点P,



同理得 $\therefore \triangle OEF \cong \triangle PFM (AAS)$,

$$\therefore OE = PF, \quad OF = PM,$$

\therefore 点 $M(m, -3)$,

$$\therefore OP \equiv 3, \quad OF \equiv OP + PF \equiv -m,$$

$$\therefore QE \equiv PF \equiv -m = 3.$$

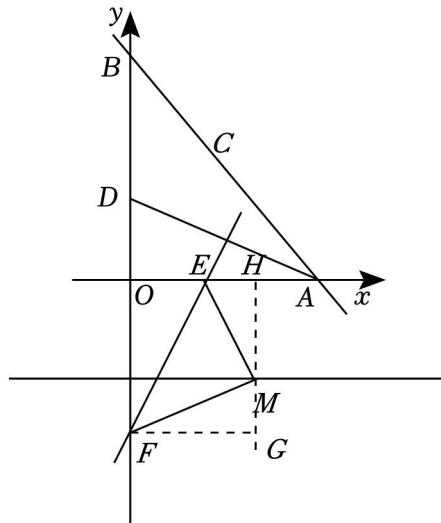
设平移直线 $y \equiv 2x$ 得 $y \equiv 2x - n$ ，

$$\therefore E\left(\frac{n}{2}, 0\right), F(0, m), n = -m,$$

$$\therefore -m - 3 = -\frac{m}{2},$$

$$\therefore m = -6;$$

③ EF 为对角线时,



同理得 $\therefore \triangle MEH \cong \triangle FMG (AAS)$,

$$\therefore EH = MG, HM = GF,$$

\because 点 $M(m, -3)$,

$$\therefore HM = GF = 3,$$

$$\therefore m = 3;$$

综上, m 的值为 2 或 -6 或 3.

【点评】本题是一次函数综合题, 考查了一次函数图象上点的坐标特征, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 平移的性质, 正方形的性质, 解题的关键是正确画图, 学会利用数形结合和分类讨论的思想解决问题.