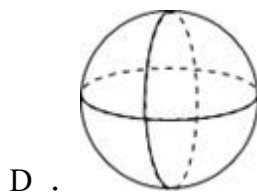
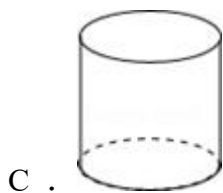
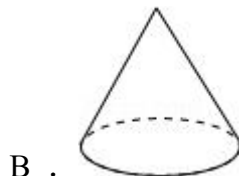
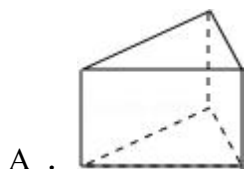


## 复习 7 参考答案与试题解析

### 一. 选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 下列几何体的主视图、左视图、俯视图都相同的是( )



**【解答】**解:  $A$ 、此三棱柱的三视图分别为长方形, 长方形, 三角形, 故  $A$  不符合题意;  
 $B$ 、圆锥的三视图分别为三角形, 三角形, 圆及圆心, 故  $B$  不符合题意;  
 $C$ 、圆柱的三视图分别为长方形, 长方形, 圆, 故  $C$  不符合题意;  
 $D$ 、球的三视图都是圆, 故  $D$  符合题意;

故选:  $D$ .

2. 下列方程中是一元二次方程的是( )

A.  $x+2y=3$

B.  $x^2-5x=1$

C.  $x^2-y^2=2$

D.  $\frac{1}{x}+x=2$

**【解答】**解:  $A$ 、 $x+2y=3$  是二元一次方程, 不符合题意;

$B$ 、 $x^2-5x=1$  是一元二次方程, 符合题意;

$C$ 、 $x^2-y^2=2$  是二元二次方程, 不符合题意;

$D$ 、 $\frac{1}{x}+x=2$  不是整式方程, 不符合题意;

故选:  $B$ .

3. 一个不透明的袋子中装有 2 个红球和若干个黄球, 这些球除颜色外都相同. 经过多次试验发现, 摸出红球的频率稳定在  $\frac{1}{3}$  左右, 则袋子中的黄球个数最有可能是( )

A. 1

B. 2

C. 4

D. 6

**【解答】**解: 设袋子中黄球的个数可能有  $x$  个, 根据题意得:

$$\frac{2}{2+x} = \frac{1}{3},$$

解得:  $x=4$ ,

经检验  $x=4$  是原方程的解，

$\therefore$  袋子中黄球的个数可能是 4 个.

故选: C.

4. 若  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ , 则  $\frac{a-b}{a+b} = ( \quad )$

A.  $\frac{1}{7}$

B.  $-\frac{1}{7}$

C. 7

D. -7

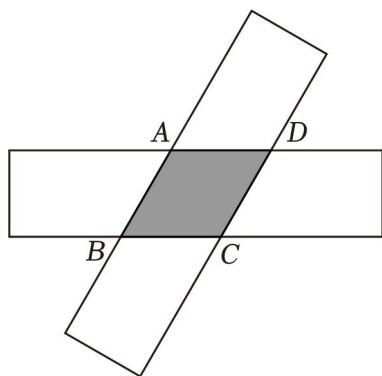
【解答】解:  $\because \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ ,

$$\therefore a = \frac{3}{4}b,$$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b} = \frac{\frac{3}{4}b-b}{\frac{3}{4}b+b} = -\frac{1}{7}.$$

故选: B.

5. 如图, 两张宽为 3 的长方形纸条叠放在一起, 已知  $\angle ABC = 60^\circ$ , 则阴影部分的面积是 ( )



A.  $\frac{9}{2}$

B.  $3\sqrt{3}$

C.  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

D.  $6\sqrt{3}$

【解答】解: 过点 A 作  $AE \perp BC$  于 E,  $AF \perp CD$  于 F,

$\because$  两条纸条宽度相同,

$$\therefore AE = AF.$$

$\because AB \parallel CD, AD \parallel BC,$

$\therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形.

$$\because S_{\square ABCD} = BC \cdot AE = CD \cdot AF.$$

又  $\because AE = AF.$

$$\therefore BC = CD,$$

$\therefore$  四边形 ABCD 是菱形,

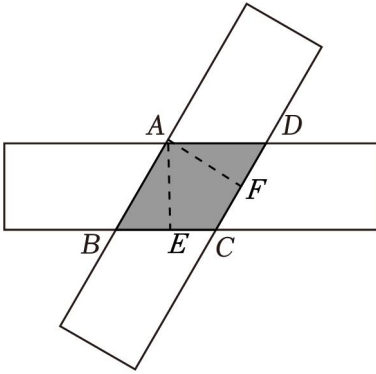
, 在  $\text{Rt}\triangle AEB$  中,  $\angle AEB = 90^\circ, \angle ABC = 60^\circ, AE = 3\text{cm},$

$$\therefore AB = \frac{AE}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}(\text{cm}),$$

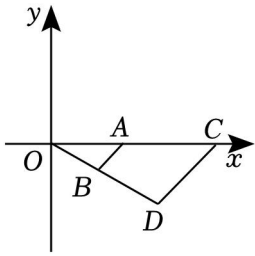
$$\therefore BC = 2\sqrt{3}\text{cm},$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积} = AE \cdot BC = 6\sqrt{3}\text{cm}^2.$$

故选：D.



6. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle AOB$  与  $\triangle COD$  是以点  $O$  为位似中心的位似图形，若  $A(3,0)$ ， $B(2,-1)$ ， $C(6,0)$ ，则点  $B$  的对应点  $D$  的坐标为( )



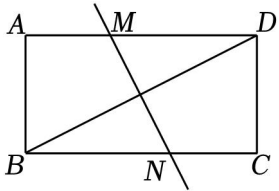
- A. (4,-2)      B. (6,-3)      C. (4,2)      D. (6,3)

**【解答】**解： $\because \triangle AOB$  与  $\triangle COD$  是以点  $O$  为位似中心的位似图形，相似比为  $1:2$ ，

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(2 \times 2, -1 \times 2)$ ，即  $(4, -2)$ ，

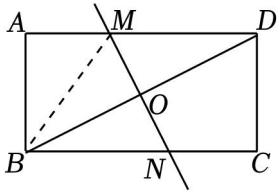
故选：A.

7. 如图，矩形  $ABCD$  中，对角线  $BD$  的垂直平分线  $MN$  分别交  $AD$ ， $BC$  于点  $M$ ， $N$ 。若  $AM = 1$ ， $BN = 2$ ，则  $BD$  的长为( )



- A.  $2\sqrt{3}$       B. 3      C.  $2\sqrt{5}$       D.  $3\sqrt{2}$

**【解答】**解：由题意，连接  $BM$ ，记  $BD$  与  $MN$  交于点  $O$ 。



∵ 线段  $MN$  垂直平分  $BD$ ,

∴  $BO = DO$ ,  $BM = DM$ .

∵ 四边形  $ABCD$  是矩形,

∴  $AD \parallel BC$ .

∴  $\angle MDO = \angle NBO$ .

又  $\angle DOM = \angle BON$ ,

∴  $\triangle DMO \cong \triangle BNO (ASA)$ .

∴  $DM = BN = BM = 2$ .

在  $\text{Rt}\triangle BAM$  中,

∴  $AB = \sqrt{BM^2 - AM^2} = \sqrt{3}$ .

∴ 在  $\text{Rt}\triangle BAD$  中可得,  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2\sqrt{3}$ .

故选:  $A$ .

8. 某棉签生产工厂 2022 年十月棉签产值达 100 万元, 第四季度总产值达 331 万元, 问十一、十二月份的月平均增长率是多少? 设月平均增长率的百分数是  $x$ , 则由题意可得方程为( )

A.  $100(x+1)^2 = 331$

B.  $100(x+1) + 100(x+1)^2 = 331$

C.  $100 + 100(x+1)^2 = 331$

D.  $100 + 100(x+1) + 100(x+1)^2 = 331$

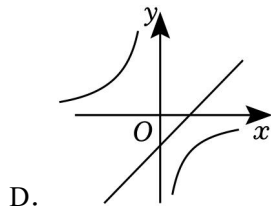
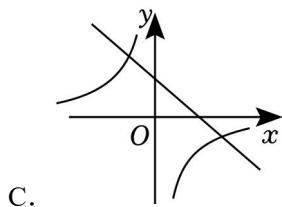
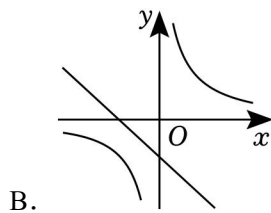
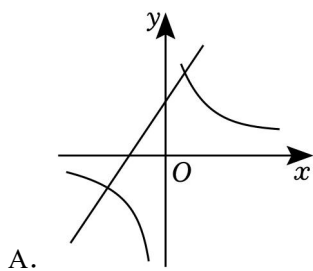
**【解答】**解: ∵ 该棉签生产工厂 2022 年十月棉签产值达 100 万元, 且月平均增长率的百分数是  $x$ ,

∴ 该棉签生产工厂 2022 年十一月棉签产值达  $100(x+1)$  万元, 十二月棉签产值达  $100(x+1)^2$  万元.

根据题意得:  $100 + 100(x+1) + 100(x+1)^2 = 331$ .

故选:  $D$ .

9. 在同一平面直角坐标系中, 一次函数  $y = kx + k$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象可能是( )



**【解答】**解：分两种情况进行讨论：

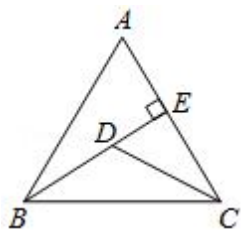
①当  $k > 0$  时，一次函数  $y = kx + k$  经过第一、二、三象限；反比例函数  $y = k/x$  的图象在第一、三象限；

②当  $k < 0$  时，一次函数  $y = kx + k$  经过第二、三、四象限；反比例函数  $y = k/x$  的图象在第二、四象限；

∴ 一次函数  $y = kx + k$  与反比例函数  $y = k/x$  的图象可能是 A .

故选：A .

10. 如图， $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 10$ ， $BE \perp AC$  于点  $E$ ， $BE = 2AE$ ， $D$  是线段  $BE$  上的一个动点，则  $CD + \frac{\sqrt{5}}{5}BD$  的最小值是( )



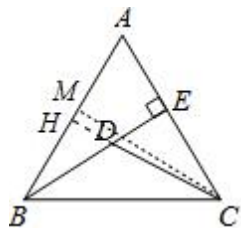
A.  $2\sqrt{5}$

B.  $4\sqrt{5}$

C.  $5\sqrt{5}$

D. 10

**【解答】**解：过点  $D$  作  $DH \perp AB$ ，垂足为  $H$ ，过点  $C$  作  $CM \perp AB$ ，垂足为  $M$ ，



∵  $BE \perp AC$ ，

∴  $\angle AEB = 90^\circ$ ，

∵  $BE = 2AE$ ， $AB = 10$ ，

∴  $AE^2 + BE^2 = AB^2$ ，

$$\therefore 5AE^2 = 100,$$

$$\therefore AE = 2\sqrt{5} \text{ 或 } AE = -2\sqrt{5} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore BE = 2AE = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \sin \angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\because \angle A = \angle A, \angle AEB = \angle AMC = 90^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AMC (AAS),$$

$$\therefore CM = BE = 4\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BHD \text{ 中, } DH = BD \sin \angle ABE = \frac{\sqrt{5}}{5}BD,$$

$$\therefore CD + \frac{\sqrt{5}}{5}BD = CD + DH,$$

$$\because CD + DH = CM,$$

$$\therefore CD + \frac{\sqrt{5}}{5}BD = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore CD + \frac{\sqrt{5}}{5}BD \text{ 的最小值是: } 4\sqrt{5},$$

故选: B.

## 二. 填空题 (每题 3 分, 共 15 分)

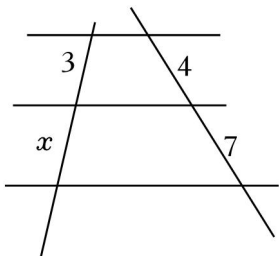
11. 已知  $C$  是线段  $AB$  的黄金分割点,  $AC > BC$ , 若  $AB = 2$ , 则  $AC$  的长为  $\sqrt{5} - 1$ . (结果保留根号)

**【解答】**解:  $\because C$  是线段  $AB$  的黄金分割点,  $AC > BC$ ,  $AB = 2$ ,

$$\therefore AC = AB \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \sqrt{5}-1,$$

故答案为:  $\sqrt{5}-1$ .

12. 已知两条直线被三条平行线所截, 截得线段的长度如图所示, 则  $x = \frac{21}{4}$ .

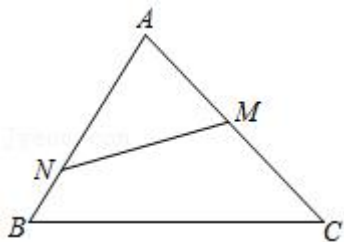


**【解答】**解: 由题意得,  $\frac{3}{x} = \frac{4}{7}$ ,

$$\text{解得 } x = \frac{21}{4}.$$

故答案为:  $\frac{21}{4}$ .

13. 如图, 已知  $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ , 点  $M$  是  $AC$  的中点,  $AB=6$ ,  $AC=8$ , 则  $AN = \frac{16}{3}$ .



【解答】解:  $\because \triangle ABC \sim \triangle AMN$ ,

$$\therefore \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN},$$

$\because M$  是  $AC$  的中点,  $AB=6$ ,  $AC=8$ ,

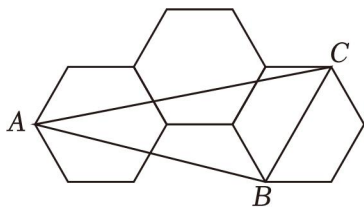
$$\therefore AM = MC = 4,$$

$$\therefore \frac{6}{4} = \frac{8}{AN},$$

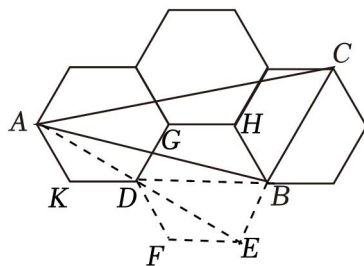
$$\text{解得 } AN = \frac{16}{3},$$

故答案为:  $\frac{16}{3}$ .

14. 如图, 3 个大小完全相同的正六边形无缝隙、不重叠的拼在一起, 连接正六边形的三个顶点得到  $\triangle ABC$ , 则  $\tan \angle ACB$  的值是  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .



【解答】解: 以  $BH$ ,  $HG$ ,  $GD$  为边, 作正六边形  $BHGDFE$ , 连接  $BD$ ,  $DE$ ,  $AD$ , 如图:



由正六边形性质可知  $\angle HBC = 60^\circ$ ,  $\angle HBE = 120^\circ$ ,

$$\therefore \angle HBC + \angle HBE = 180^\circ,$$

$\therefore C, B, E$  共线;

由正六边形性质可得  $\angle KDG = 120^\circ = \angle AKD$ ,  $AK = DK$ ,

$$\therefore \angle ADK = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADG = \angle KDG - \angle ADK = 90^\circ,$$

$$\text{同理 } \angle EDG = \angle FDG - \angle FDE = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADG + \angle EDG = 180^\circ,$$

$\therefore A, D, E$  共线;

$$\because \angle BDE = \angle EDG - \angle BDG = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \quad \angle DBE = \angle DBH = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ, \text{ 即 } \angle AEC = 90^\circ,$$

设正六边形的边长为  $m$ , 则  $BD = 2BE = 2m = BC$ ,

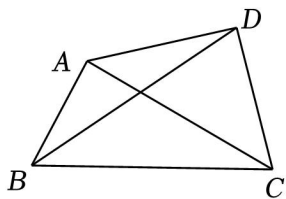
$$\therefore DE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3}m = AD, \quad CE = BC + BE = 3m,$$

$$\therefore AE = 2\sqrt{3}m,$$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AE}{CE} = \frac{2\sqrt{3}m}{3m} = \frac{2\sqrt{3}}{3};$$

故答案为:  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

15. 如图, 四边形  $ABCD$  的两条对角线  $AC$  和  $BD$  所成的锐角为  $60^\circ$ ,  $AC + BD = 8$ , 则  $S_{\text{四边形}ABCD}$  的最大值为  $4\sqrt{3}$ .



**【解答】**解: 作  $AM \perp BD$  于  $M$ ,  $CN \perp BD$  于  $N$ ,

$$\because \angle AOM = 60^\circ,$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}AO,$$

$$\therefore AM = \sqrt{AO^2 - OM^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}AO,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积} = \frac{1}{2}BD \cdot AM = \frac{\sqrt{3}}{4}BD \cdot AO,$$

$$\text{同理: } \triangle CBD \text{ 的面积} = \frac{\sqrt{3}}{4}BD \cdot CO,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积} = \triangle ABD \text{ 的面积} + \triangle CBD \text{ 的面积} = \frac{\sqrt{3}}{4}BD \cdot AO + \frac{\sqrt{3}}{4}BD \cdot CO = \frac{\sqrt{3}}{4}BD \cdot AC,$$

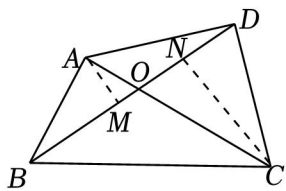
令  $BD = x$ , 则  $AC = 8 - x$ ,

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}x(8-x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}(x-4)^2 + 4\sqrt{3},$$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}$  的最大值是  $4\sqrt{3}$ .



故答案为：  $4\sqrt{3}$  .



### 三. 解答题 (共 55 分)

16. (8 分) 解下列方程:

(1)  $(y-2)(y-3)=12$  ;

(2)  $2x^2+3x-1=0$  (请用配方法解).

**【解答】**解: (1)  $\because (y-2)(y-3)=12$ ,

$$\therefore y^2-5y-6=0,$$

$$\therefore (y-6)(y+1)=0,$$

$$\therefore y-6=0 \text{ 或 } y+1=0,$$

$$\therefore y_1=6, y_2=-1.$$

(2)  $\because 2x^2+3x-1=0$ ,

$$\therefore 2(x^2+\frac{3}{2}x)=1,$$

$$2(x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16})=1,$$

$$\therefore 2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{9}{8}=1,$$

$$\therefore 2(x+\frac{3}{4})^2=\frac{17}{8},$$

$$\therefore (x+\frac{3}{4})^2=\frac{17}{16},$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}.$$

$$\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}, x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}.$$

17. (6 分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-6x+2m-1=0$  有  $x_1, x_2$  两个实数根.

(1) 若  $x_1=1$ , 求  $x_2$  及  $m$  的值;

(2) 若  $x_1-x_2=0$ , 求  $m$  的值, 并求  $x_1, x_2$  的值.

**【解答】**解: (1) 根据根与系数的关系得  $x_1+x_2=6$ ,  $x_1x_2=2m-1$ ,

$$\therefore x_1=1,$$

$$\therefore 1 + x_2 = 6, \quad x_2 = 2m - 1,$$

$$\therefore x_2 = 5, \quad m = 3;$$

(2) 根据根与系数的关系得  $x_1 + x_2 = 6$ ,

$$\therefore x_1 - x_2 = 0,$$

$$\therefore x_1 = x_2 = 3,$$

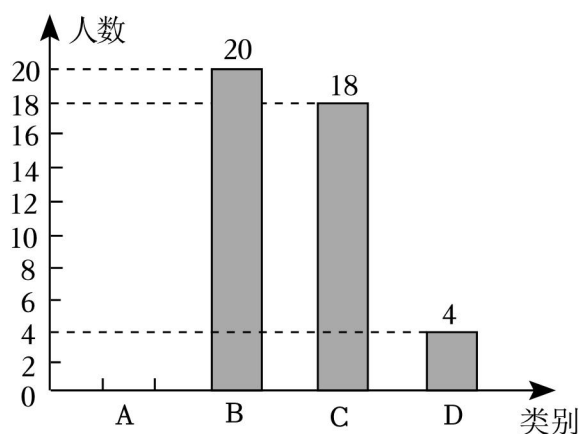
$$\therefore x_1 x_2 = 2m - 1,$$

$$\therefore 2m - 1 = 9,$$

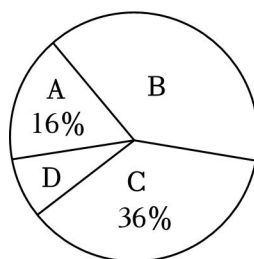
$$\therefore m = 5.$$

18. (7分) 某学校在假期开展了“阳光阅读”活动, 为了解学生的阅读情况, 随机抽取部分学生进行阅读量的调查, 阅读量分为四个类别: A. 1~2本, B. 3~4本, C. 5~6本, D. 6本以上, 将调查结果进行统计, 绘制出如下两幅不完整的统计图. 请根据图中提供的信息解答下列问题:

学生假期阅读量条形统计图



学生假期阅读量扇形统计图



?

(1) 本次调查的学生共有 50 人; 在扇形统计图中, B 所对应的扇形的圆心角的度数是     .

(2) 请补全条形统计图;

(3) 在阅读量为 D 类别的 4 名学生中有正好有 2 名男生和 2 名女生, 现从这 4 人中随机选取两人参加比赛, 请用列表或画树状图的方法求出所选的两人恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率.

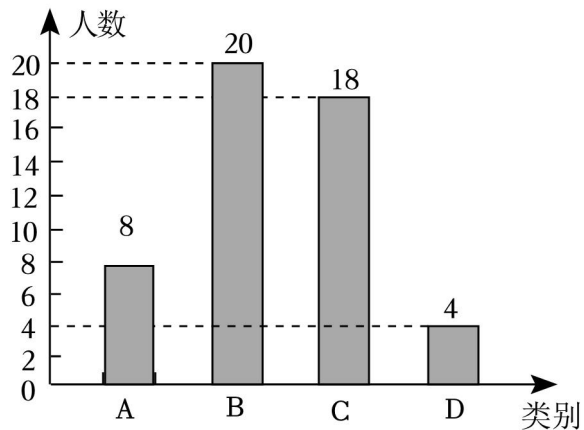
**【解答】** 解: (1) 本题调查的学生人数为  $18 \div 36\% = 50$  (人),

B 所对应的扇形的圆心角的度数是  $360^\circ \times \frac{20}{50} = 144^\circ$ ,

故答案为: 50,  $144^\circ$ ;

(2) A 类别人数:  $50 - 20 - 18 - 4 = 8$  (人), 补全条形统计图如图所示;

学生假期阅读量条形统计图



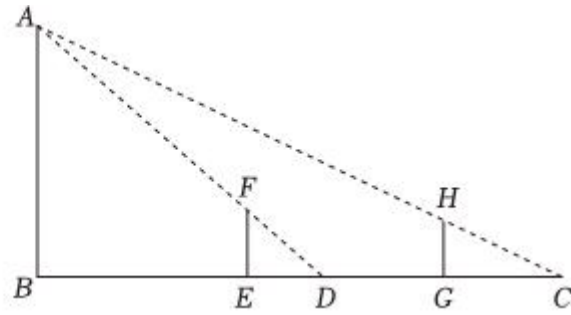
(3) 设两名男生为男<sub>1</sub>, 男<sub>2</sub>, 两名女生为女<sub>1</sub>, 女<sub>2</sub>, 根据题意, 列表如下:

	男 <sub>1</sub>	男 <sub>2</sub>	女 <sub>1</sub>	女 <sub>2</sub>
男 <sub>1</sub>		(男 <sub>2</sub> , 男 <sub>1</sub> )	(女 <sub>1</sub> , 男 <sub>1</sub> )	(女 <sub>2</sub> , 男 <sub>1</sub> )
男 <sub>2</sub>	(男 <sub>1</sub> , 男 <sub>2</sub> )		(女 <sub>1</sub> , 男 <sub>2</sub> )	(女 <sub>2</sub> , 男 <sub>2</sub> )
女 <sub>1</sub>	(男 <sub>1</sub> , 女 <sub>1</sub> )	(男 <sub>2</sub> , 女 <sub>1</sub> )		(女 <sub>2</sub> , 女 <sub>1</sub> )
女 <sub>2</sub>	(男 <sub>1</sub> , 女 <sub>2</sub> )	(男 <sub>2</sub> , 女 <sub>2</sub> )	(女 <sub>1</sub> , 女 <sub>2</sub> )	

由表格可知: 共有 12 种结果, 每种结果出现的可能性相同, 其中正好是 1 名男生和 1 名女生的情况有 8 种, 所以

恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率为  $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

19. (7 分) 拜寺口双塔, 分为东西两塔, 位于宁夏回族自治区银川市贺兰县拜寺口内, 是保存最为完整的西夏佛塔, 已有近 1000 年历史, 是中国佛塔建筑史上不可多得的艺术珍品. 某数学兴趣小组决定采用我国古代数学家赵爽利用影子对物体进行测量的原理, 来测量东塔的高度. 东塔的高度为  $AB$ , 选取与塔底  $B$  在同一水平地面上的  $E$ 、 $G$  两点, 分别垂直地面竖立两根高为  $1.5m$  的标杆  $EF$  和  $GH$ , 两标杆间隔  $EG$  为  $46m$ , 并且东塔  $AB$ 、标杆  $EF$  和  $GH$  在同一竖直平面内. 从标杆  $EF$  后退  $2m$  到  $D$  处 (即  $ED=2m$ ), 从  $D$  处观察  $A$  点,  $A$ 、 $F$ 、 $D$  在一直线上; 从标杆  $GH$  后退  $4m$  到  $C$  处 (即  $CG=4m$ ), 从  $C$  处观察  $A$  点,  $A$ 、 $H$ 、 $C$  三点也在一直线上, 且  $B$ 、 $E$ 、 $D$ 、 $G$ 、 $C$  在同一直线上, 请你根据以上测量数据, 帮助兴趣小组求出东塔  $AB$  的高度.



【解答】解：设  $BD = x m$ ，则  $BC = BD + DG + CG = x + 46 - 2 + 4 = (x + 48)m$ ，

$\because AB \perp BC, EF \perp BC$ ，

$\therefore AB \parallel EF$ ，

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle FED$ ，

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{DE}{BD}, \text{ 即 } \frac{1.5}{AB} = \frac{2}{x},$$

同理可证  $\triangle ABC \sim \triangle HGC$ ，

$$\therefore \frac{GH}{AB} = \frac{CG}{BC}, \text{ 即 } \frac{1.5}{AB} = \frac{4}{x + 48},$$

$$\therefore \frac{2}{x} = \frac{4}{x + 48},$$

解得  $x = 48$ ，

经检验， $x = 48$  是原方程的解，

$$\therefore \frac{1.5}{AB} = \frac{2}{48},$$

$$\therefore AB = 36m,$$

$\therefore$  该古建筑  $AB$  的高度为  $36m$ 。

20. (8分) 一商店销售某种商品，平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元。为了扩大销售、增加盈利，该店采取了降价措施，在每件盈利不少于 25 元的前提下，经过一段时间销售，发现销售单价每降低 1 元，平均每天可多售出 2 件。

(1) 若设降价  $x$  元，降价后的销售量为  $y$  件，请写出  $y$  与  $x$  的函数关系式。

(2) 当每件商品降价多少元时，该商店每天销售利润为 1200 元？

【解答】解：(1) 若设每件商品降价  $x$  元，

根据题意得： $y = 20 + 2x$ ，

即  $y$  与  $x$  的函数关系式为： $y = 20 + 2x$ ；

(2) 设每件商品降价  $x$  元，则每件盈利  $(40 - x)$  元，平均每天销售数量为  $(20 + 2x)$  件，

依题意得： $(40 - x)(20 + 2x) = 1200$ ，

整理得： $x^2 - 30x + 200 = 0$ ，

解得： $x_1 = 10, x_2 = 20$ ，

当  $x=10$  时,  $40-x=30$  (元),  $30>25$ , 符合题意;

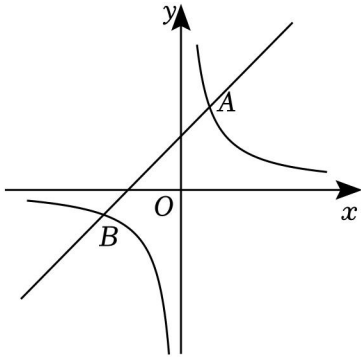
当  $x=20$  时,  $40-x=20$  (元),  $20<25$ , 不符合题意, 舍去.

答: 每件商品可降价 10 元.

21. (9分) 如图, 一次函数  $y=x+2$  与反比例函数  $y=\frac{a}{x}$  的图象相交于  $A, B$  两点, 且点  $A$  的坐标为  $(1, m)$ , 点  $B$  的坐标为  $(n, -1)$ .

(1) 求  $m, n$  的值和反比例函数的解析式;

(2) 点  $A$  关于原点  $O$  的对称点为  $A'$ , 在  $x$  轴上找一点  $P$ , 使  $PA'+PB$  最小, 求出点  $P$  的坐标.



**【解答】** 解: (1) 将点  $A(1, m)$ , 点  $B(n, -1)$  分别代入  $y=x+2$  之中,

得:  $m=1+2, -1=n+2,$

解得:  $m=3, n=-3,$

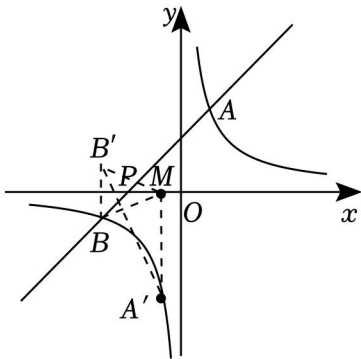
$\therefore$  点  $A(1, 3)$ , 点  $B(-3, -1)$ ,

将点  $(1, 3)$  代入  $y=\frac{a}{x}$  之中, 得:  $a=1 \times 3=3,$

$\therefore$  反比例函数的解析式为:  $y=\frac{3}{x},$

故得  $m=3, n=-3,$  反比例函数的解析式为:  $y=\frac{3}{x}.$

(2) 作点  $B$  关于  $x$  轴的对称点  $B'$ , 连接  $A'B'$  交  $x$  轴于点  $P$ , 连接  $PB$ , 如图:



则  $PA'+PB$  为最小,

故得点  $P$  为所求作的点. 理由如下:

在  $x$  轴上任取一点  $M$ ，连接  $MB$ ， $MB'$ ， $MA'$ ，

$\because$  点  $B$  关于  $x$  轴的对称点  $B'$ ，

$\therefore x$  轴为线段  $BB'$  的垂直平分线，

$\therefore PB = PB'$ ， $MB = MB'$ ，

$\therefore MA' + MB = MA' + MB'$ ， $PA' + PB = PA' + PB' = A'B'$ ，

根据“两点之间线段最短”得： $A'B' \leq MA' + MB'$ ，

即： $PA' + PB \leq MA' + MB$ ，

$\therefore PA' + PB$  为最小。

$\because$  点  $A(1,3)$ ，点  $A$  与点  $A'$  关于原点  $O$  对称，

$\therefore$  点  $A'$  的坐标为  $(-1,-3)$ ，

又  $\because$  点  $B(-3,-1)$ ，点  $B$  和点  $B'$  关于  $x$  轴对称，

$\therefore$  点  $B'$  点的坐标为  $(-3,1)$ ，

设直线  $A'B'$  的解析式为： $y = kx + b$ ，

将点  $A'(-1,-3)$ ， $B'(-3,1)$  代入  $y = kx + b$ ，

$$\text{得：} \begin{cases} -k + b = -3 \\ -3k + b = 1 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} k = -2 \\ b = -5 \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $A'B'$  的解析式为： $y = -2x - 5$ ，

对于  $y = -2x - 5$ ，当  $y = 0$  时， $x = -2.5$ ，

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-2.5, 0)$ 。

22. (10分)  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $DE$  垂直平分  $AB$ ，交线段  $BC$  于点  $E$  (点  $E$  与点  $C$  不重合)，点  $F$  为直线  $AC$  上一点，点  $G$  为边  $AB$  上一点 (点  $G$  与点  $A$  不重合)，且  $\angle GEF + \angle BAC = 180^\circ$ 。

(1) 如图 1，当  $\angle B = 45^\circ$  时，求证：线段  $AG = CF$ ；

(2) 如图 2，当  $\angle B = 30^\circ$  时，猜想线段  $AG$  和  $CF$  的数量关系，并说明理由；

(3) 若  $BC = 12$ ， $DG = \frac{16}{5}$ ， $\frac{DB}{BE} = \frac{3}{4}$ ，请在备用图中补全图形并求线段  $CF$  的长。

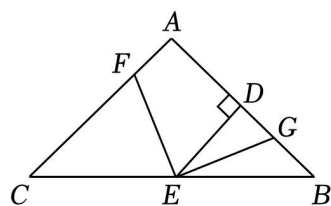


图1

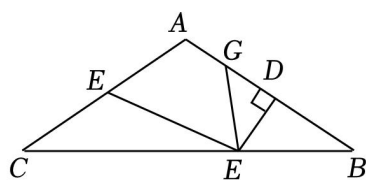
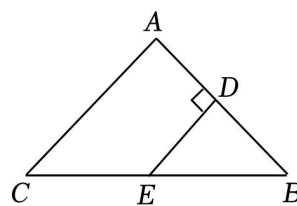


图2



备用图

**【解答】** (1) 证明： $AG = CF$ ，理由如下：

如图 1，连接  $AE$ ，

$\because DE$  垂直平分  $AB$  ,  
 $\therefore AE = BE$  ,  
 $\therefore \angle BAE = \angle B = 45^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AEB = 90^\circ$  ,  
 $\therefore AE \perp BC$  ,  
 $\because AB = AC$  ,  
 $\therefore BE = EC = AE$  ,  $\angle BAE = \angle EAC = \angle C = 45^\circ$  ,  
 $\because \angle GEF + \angle BAC = 180^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AGE + \angle AFE = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$  ,  
 $\because \angle AFE + \angle CFE = 180^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AGE = \angle CFE$  ,  
 $\because \angle GAE = \angle C = 45^\circ$  ,  
 $\therefore \triangle AEG \cong \triangle CEF (AAS)$  ,  
 $\therefore AG = CF$  ;

(2) 解:  $AG = \frac{1}{2}CF$  , 理由如下:

如图 2, 连接  $AE$  ,

$\because AB = AC$  ,  
 $\therefore \angle C = \angle B = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle BAC = 120^\circ$  ,  
 $\because DE$  垂直平分  $AB$  ,  
 $\therefore AE = BE$  ,  
 $\therefore \angle BAE = \angle B = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle CAE = 90^\circ$  ,  $\angle BAE = \angle C = 30^\circ$  ,  
 $\because \angle GEF + \angle BAC = 180^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AGE + \angle AFE = 180^\circ$  ,  
 $\because \angle CFE + \angle AFE = 180^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AGE = \angle CFE$  ,  
 $\therefore \triangle AGE \sim \triangle CFE$  ,  
 $\therefore \frac{AG}{CF} = \frac{AE}{CE}$  ,

在  $\text{Rt}\triangle ACE$  中,  $\angle C = 30^\circ$ ,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}CE,$$

$$\therefore \frac{AG}{CF} = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AG = \frac{1}{2}CF;$$

(3) 解: 过  $A$  作  $AH \perp BC$  于  $H$ ,

$$\therefore AB = AC, BC = 12,$$

$$\therefore BH = CH = \frac{1}{2}BC = 6,$$

$$\therefore \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore AB = \frac{4}{3}BH = 8,$$

①当  $G$  在  $DA$  上时, 如图 3, 连接  $AE$ ,

$\therefore DE$  垂直平分  $AB$ ,

$$\therefore AD = BD = 4, AE = BE,$$

$$\therefore AG = AD - DG = 4 - \frac{16}{5} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \cos B = \frac{BD}{BE} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BE = \frac{4}{3}BD = \frac{16}{3},$$

$$\therefore AE = BE = \frac{16}{3} < BH,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle B, E \text{ 在 } H \text{ 的左侧}, CE = BC - BE = 12 - \frac{16}{3} = \frac{20}{3},$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle GEF + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AGE + \angle AFE = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE + \angle CFE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle AGE,$$

$$\therefore \triangle CFE \sim \triangle AGE,$$

$$\therefore \frac{CF}{AG} = \frac{CE}{AE},$$



$$\text{即 } \frac{CF}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{16}{3}},$$

解得：  $CF = 1$ ；

②当点  $G$  在  $BD$  上，如图 4，连接  $AE$ ，

同 (1) 可得，  $\triangle CFE \sim \triangle AGE$ ，

$$\therefore \frac{CF}{AG} = \frac{CE}{AE},$$

$$\because AG = AD + DG = 4 + \frac{16}{5} = \frac{36}{5},$$

$$\therefore \frac{CF}{\frac{36}{5}} = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{16}{3}},$$

解得：  $CF = 9$ ；

综上所述，  $CF$  的长为 1 或 9.

