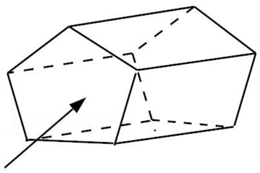
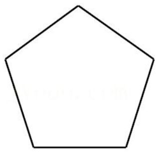
复习 8 参考答案与试题解析

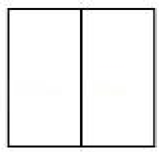
一．选择题（共 10 小题）

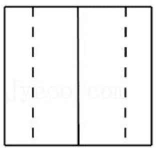
1．如图是一个正五棱柱，它的俯视图是(　　)



正面

A．

B．

C．

D．

【解答】解：从上面看，是一个矩形，矩形的中间有一条纵向的实线，两侧分别有一条纵向的虚线．

故选：C．

2．已知反比例函数 $y=\dfrac{n-2}{x}$ 的图象位于第一、三象限，则 n 的取值可以是(　　)

A．-2　　B．1　　C．2　　D．3

【解答】解：$\because$反比例函数 $y=\dfrac{n-2}{x}$ 的图象位于第一、三象限，

$\therefore n-2>0$，

解得：$n>2$．

故 n 的取值可以是：3．

故选：D．

3．若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是(　　)

A．$k<5$　　B．$k>5$　　C．$k\leqslant 5$，且 $k\neq 1$　　D．$k<5$，且 $k\neq 1$

【解答】解：根据题意得 $k-1\neq 0$ 且$\triangle=4^2-4(k-1)\times 1>0$，

解得：$k<5$，且 $k\neq 1$．

故选：D．

4．在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，下列选项中，不能判定四边形 $ABCD$ 为矩形的是(　　)

A．$AD=BC$ 且 $AC=BD$　　B．$AD=BC$ 且 $\angle A=\angle B$　C．$AB=CD$ 且 $\angle A=\angle C$　　D．$AB//CD$ 且 $AC=BD$

【解答】解：A．$\because AD//BC$，$AD=BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AC=BD$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故选项 A 不符合题意；

B．$\because AD//BC$，$AD=BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A+\angle B=180^{\circ}$，

$\because \angle A=\angle B$，

$\therefore \angle A=\angle B=90^{\circ}$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故选项 B 不符合题意；

C．$\because AD//BC$，

$\therefore \angle A+\angle B=\angle C+\angle D=180^{\circ}$，

$\because \angle A=\angle C$，

$\therefore \angle B=\angle D$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB=CD$，

$\therefore$ 不能判定四边形 $ABCD$ 为矩形，故选项 C 符合题意；

D、$\because AD//BC$，$AB//CD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AC=BD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，故选项 D 不符合题意；

故选：C．

5．在一个不透明的袋子中放有若干个球，其中有 6 个白球，其余是红球，这些球除颜色外完全相同．每次把球充分搅匀后，任意摸出一个球记下颜色再放回袋子．通过大量重复试验后，发现摸到白球的频率稳定在 0.25 左右，则红球的个数约是(　　)

A．2　　B．12　　C．18　　D．24

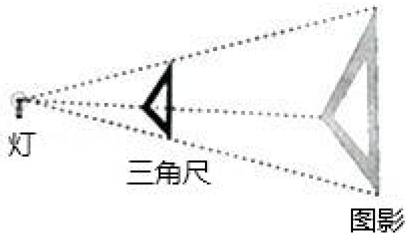
【解答】解：根据题意得$\dfrac{6}{6+a}=0.25$，

解得：$a=18$，

经检验：$a=18$是分式方程的解，

故选：C．

6．如图，位似图形由三角尺与其在灯光照射下的中心投影组成，相似比为$1:2$，且三角尺一边长为$5cm$，则投影三角形的对应边长为(　　)



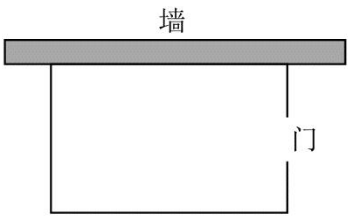
A．$8cm$　　B．$20cm$　　C．$3.2cm$　　D．$10cm$

【解答】解：$\because$位似图形由三角尺与其灯光照射下的中心投影组成，相似比为$1:2$，三角尺的一边长为$5cm$，

$\therefore$投影三角形的对应边长为：$5\div\dfrac{1}{2}=10cm$．

故选：D．

7．如图，有一面积为$600m^2$的长方形鸡场，鸡场的一边靠墙（墙长$35m$），另三边用竹篱笆围成，其中一边开有$1m$的门，竹篱笆的总长为$69m$．设鸡场垂直于墙的一边为$x\ m$，则列方程正确的是(　　)



A．$x(69+1-2x)=600$　　B．$x(69-1-2x)=600$

C．$x(69-2x)=600$　　D．$x(35+1-2x)=600$

【解答】解：$\because$竹篱笆的总长为$69m$，鸡场垂直于墙的一边为$x\ m$，

$\therefore$鸡场平行于墙的一边为$(69+1-2x)m$．

根据题意得：$x(69+1-2x)=600$．

故选：A．

8．下列命题中，错误的是(　　)

A．顺次连接矩形四边的中点所得到的四边形是菱形

B．反比例函数的图象是轴对称图形

C．线段 AB 的长度是 2，点 C 是线段 AB 的黄金分割点且 $AC<BC$，则 $AC=\sqrt{5}-1$

D．对于任意的实数 b，方程 $x^2-bx-3=0$ 有两个不相等的实数根

【解答】解：A、顺次连接矩形四边的中点所得到的四边形是菱形，本选项说法正确，不符合题意；

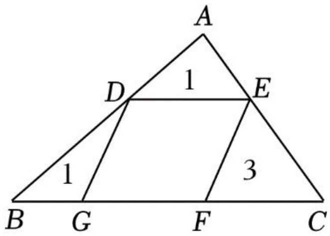
B、反比例函数的图象是轴对称图形，本选项说法正确，不符合题意；

C、线段 AB 的长度是 2，点 C 是线段 AB 的黄金分割点且 $AC<BC$，则 $BC=\sqrt{5}-1$，$AC=3-\sqrt{5}$，本选项说法错误，符合题意；

D、对于任意的实数 b，方程 $x^2-bx-3=0$ 的判别式 $=b^2+12>0$，所以有两个不相等的实数根，本选项说法正确，不符合题意；

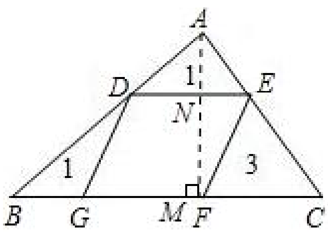
故选：C．

9．如图，平行四边形 $DEFG$ 内接于 ΔABC，已知 ΔADE，ΔEFC，ΔDBG 的面积为 1，3，1，那么 $\square DEFG$ 的面积为(　　)



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【解答】解：作三角形的高 $AM\perp BC$，交 DE 与 N，交 BC 于 M，如图：



设 $AN=1$，$MN=x$．

$\because\Delta ADE$ 的面积为 1．

$\therefore FG=DE=2$，$\square DEFG$ 的面积为 $2x$；

又 $\because DE//BC$，

$\therefore \Delta ADE \backsim \Delta ABC$，

根据面积之比等于高的比的平方，

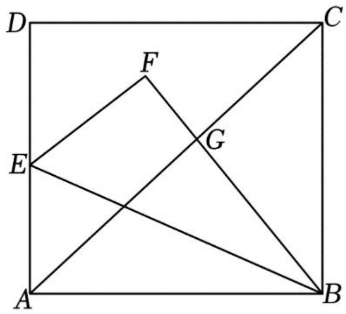
$\therefore S_{\Delta ADE} : S_{\Delta ABC} = 1:(5+2x) = 1^2:(1+x)^2$，

解得 $x=2$，

故▱$DEFG$ 的面积为 4．

故选：B．

10．如图，在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中，点 E 为 AD 的中点．连接 BE，把 ΔABE 沿直线 BE 折叠，使点 A 落在点 F 处，BF 交对角线 AC 于点 G，则 CG 的长是(　　)



A．$\dfrac{4\sqrt{2}}{7}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{2}}{7}$　　C．$\dfrac{3\sqrt{2}}{8}$　　D．$\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$

【解答】解：延长 BF 交 CD 于 H，连接 EH．

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB//CD$，$\angle D=\angle DAB=90^\circ$，$AD=CD=AB=1$，

$\therefore AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，

由翻折的性质可知，$AE=EF$，$\angle EAB=\angle EFB=90^\circ$，$\angle AEB=\angle FEB$，

$\because$ 点 E 是 AD 的中点，

$\therefore AE=DE=EF$，

$\because \angle D=\angle EFH=90^\circ$，

在 RtΔEHD 和 RtΔEHF 中，

$\begin{cases} EH=EH \\ ED=EF \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\Delta\mathrm{EHD} \cong \mathrm{Rt}\Delta\mathrm{EHF(HL)}$，

$\therefore \angle DEH=\angle FEH$，

$\because \angle DEF+\angle AEF=180^\circ$，

$\therefore 2\angle DEH+2\angle AEB=180^\circ$，

$\therefore \angle DEH+\angle AEB=90^\circ$，

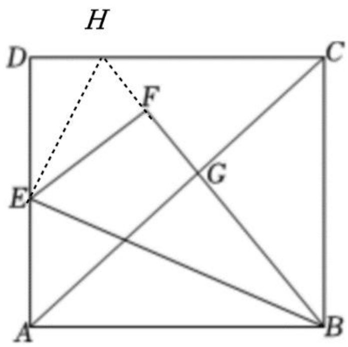
$\because \angle AEB+\angle ABE=90^\circ$，

$\therefore \angle DEH=\angle ABE$，

$\therefore \Delta EDH\backsim\Delta BAE$，

$\therefore \dfrac{ED}{AB}=\dfrac{DH}{EA}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore DH=\dfrac{1}{4}$，$CH=\dfrac{3}{4}$，



$\because CH//AB$，

$\therefore \dfrac{CG}{GA}=\dfrac{CH}{AB}=\dfrac{3}{4}$，

$\therefore CG=\dfrac{3}{7}AC=\dfrac{3\sqrt{2}}{7}$．

故选：B．

二．填空题（共 5 小题）

11．已知$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{2}{3}$，若$b+d\neq 0$，则$\dfrac{a+c}{b+d}=$__$\dfrac{2}{3}$__．

【解答】解：$\because \dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore \dfrac{a+c}{b+d}=\dfrac{2+2}{3+3}=\dfrac{2}{3}$．

12．若实数a，b是一元二次方程$x^2-3x-1=0$的两根，则$2a+2b-ab+1=$__8__．

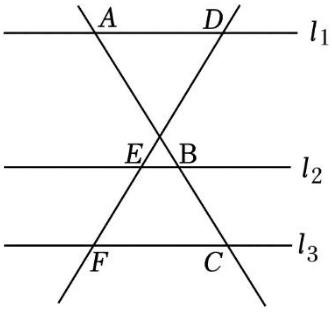
【解答】解：$\because$实数a，b是一元二次方程$x^2-3x-1=0$的两根，

$\therefore a+b=3$，$ab=-1$，

$\therefore 2a+2b-ab+1=2(a+b)-ab+1=2\times 3-(-1)+1=8$．

故答案为：8．

13．如图，直线$l_1//l_2//l_3$，另两条直线分别交l_1、l_2、l_3于点A、B、C及点D、E、F，且$AB=3$，$DE=4$，$EF=2$，则$AC=$__$\dfrac{9}{2}$__．



【解答】解：$\because l_1//l_2//l_3$，

$\therefore \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{DE}{DF}$，

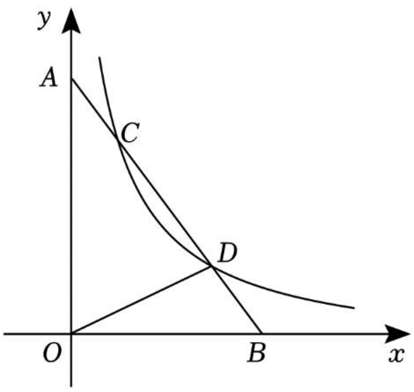
$\because AB=3$，$DE=4$，$EF=2$，

$\therefore \dfrac{3}{AC}=\dfrac{4}{4+2}$，

解得$AC=\dfrac{9}{2}$．

故答案为：$\dfrac{9}{2}$．

14．如图，在平面直角坐标系中，$\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{AOB}$的边$OA$在$y$轴上，$OB$在$x$轴上，反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$与斜边$AB$交于点$C$、$D$，连接$OD$，若$AC:CD=2:3$，$S_{\Delta OBD}=\dfrac{7}{2}$，则$k$的值为__5__．



【解答】解：过点D作$DE\perp OA$于点E，过点C做$CF\perp OA$于点F，如图，

设$D(m,n)$，则$DE=m$，$OE=n$，

$\because$点D在反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$的图象上，

$\therefore k=mn$．

$\because DE\perp OA$，$CF\perp OA$，

$\therefore DE//CF$，

$\therefore \Delta ACF\backsim\Delta ADE$，

$\therefore \dfrac{AC}{AD}=\dfrac{CF}{DE}$，

$\because AC:CD=2:3$，

$\therefore AC:AD=2:5$，

$\therefore \dfrac{CF}{DE}=\dfrac{2}{5}$，

$\therefore CF=\dfrac{2}{5}m$．

$\because$点C在反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$的图象上，

$\therefore C(\dfrac{2}{5}m，\ \dfrac{5}{2}n)$，

设直线AB的解析式为$y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases} mk+b=n \\ \dfrac{2}{5}m+b=\dfrac{5}{2}n \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k=-\dfrac{5n}{2m} \\ b=\dfrac{7}{2}n \end{cases}$，

$\therefore$直线AB的解析式为$y=-\dfrac{5n}{2m}x+\dfrac{7}{2}n$．

令$y=0$，则$-\dfrac{5n}{2m}x+\dfrac{7}{2}n=0$，

$\therefore x=\dfrac{7}{5}m$，

$\therefore B(\dfrac{7}{5}m，\ 0)$．

$\therefore OB=\dfrac{7}{5}m$．

$\because S_{\Delta OBD}=\dfrac{7}{2}$，

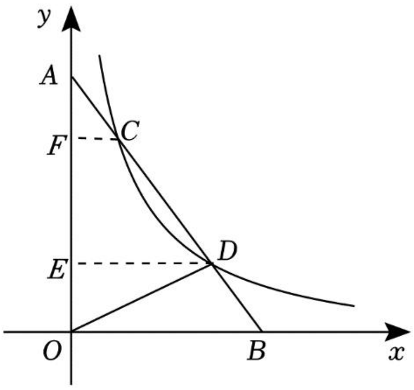
$\therefore \dfrac{1}{2}OB\cdot OE=\dfrac{7}{2}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{5}m\cdot n=\dfrac{7}{2}$，

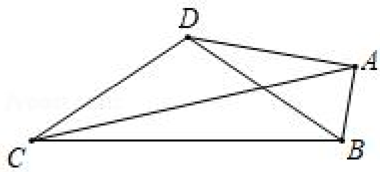
$\therefore mn=5$，

$\therefore k=mn=5$．

故答案为：5．



15．如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD = 90^{\circ}$，$\angle ABC + 2\angle BCD = 180^{\circ}$，分别连接 AC、BD，且 $\angle BCD = 2\angle ADB$，若 $AD = 3$，$BC = 5$，则 AC 的长度为__ $\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$ __.



【解答】解：如图，延长 CD，交 BA 的延长线于点 E，分别过 B，A 作 DE 的垂线，垂足分别为 F，H，

$\because \angle ABC + 2\angle BCD = 180^{\circ}$，$\angle ABC + \angle BCD + \angle E = 180^{\circ}$，

$\therefore \angle BCD = \angle E$，

$\therefore BC = BE = 5$，

设 $\angle ADB = \alpha$，则 $\angle BCD = \angle E = 2\alpha$，

在 RtΔBAD 中，

$\angle ABD = 90^{\circ} - \alpha$，

$\therefore$ 在 ΔBDE 中，

$\angle BDE = 180^{\circ} - \angle ABD - \angle E$

$= 180^{\circ} - (90^{\circ} - \alpha) - 2\alpha$

$= 90^{\circ} - \alpha$，

$\therefore \angle ABD = \angle BDE$，

$\therefore EB = ED = 5$，

$\therefore$ 在 RtΔEDA 中，

$AE = \sqrt{ED^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$，

$\because \sin\angle E=\dfrac{AH}{AE}=\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{AD}{DE}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore AH=\dfrac{12}{5}$， $BF=3$，

在 RtΔBEF 中，

$EF=\sqrt{BE^2-BF^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

$\therefore CF=EF=4$， $EC=8$，

在 RtΔEHA 中，

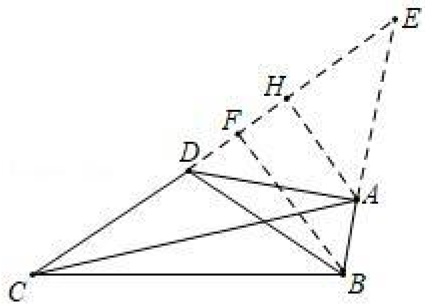
$EH=\sqrt{AE^2-AH^2}=\sqrt{4^2-(\dfrac{12}{5})^2}=\dfrac{16}{5}$，

$\therefore CH=EC-EH=\dfrac{24}{5}$，

在 RtΔACH 中，

$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{(\dfrac{12}{5})^2+(\dfrac{24}{5})^2}=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$，

故答案为：$\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$．



三．解答题（共 3 小题）

16．按照指定方法解下列方程：

（1） $2x^2+4x+1=5$ （配方法）；

（2） $3x^2-4x-1=0$ （公式法）．

【解答】解：（1） $2x^2+4x+1=5$，

移项、合并同类项，得 $2x^2+4x=4$，

$x^2+2x=2$，

配方，得 $x^2+2x+1=2+1$，

$(x+1)^2=3$，

开方，得 $x+1=\pm\sqrt{3}$，

解得：$x_1=-1+\sqrt{3}$，$x_2=-1-\sqrt{3}$；

（2）$3x^2-4x-1=0$，

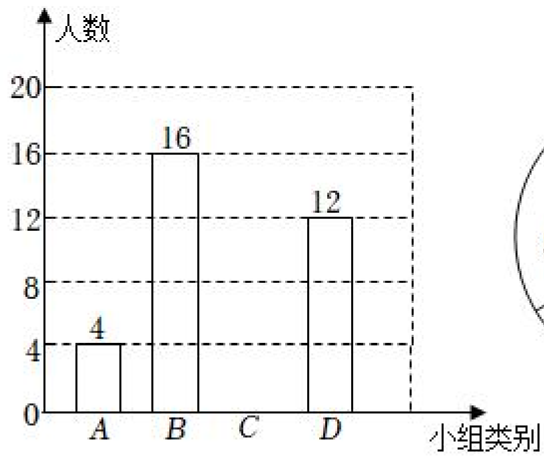
这里 $a=3$，$b=-4$，$c=-1$，

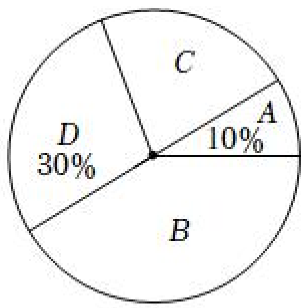
$\because \triangle=b^2-4ac=(-4)^2-4\times3\times(-1)=28>0$，

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{4\pm\sqrt{28}}{2\times3}$，

解得：$x_1=\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}, x_2=\dfrac{2-\sqrt{7}}{3}$.

17．为提高学生的综合素养，某校开设了四个兴趣小组，A“健美操”、B“跳绳”、C“剪纸”、D“书法”．为了了解学生对每个兴趣小组的喜爱情况，随机抽取了部分同学进行调查，并将调查结果绘制出下面不完整的统计图，请结合图中的信息解答下列问题：





（1）本次共调查了 <u>40</u> 名学生；并将条形统计图补充完整；

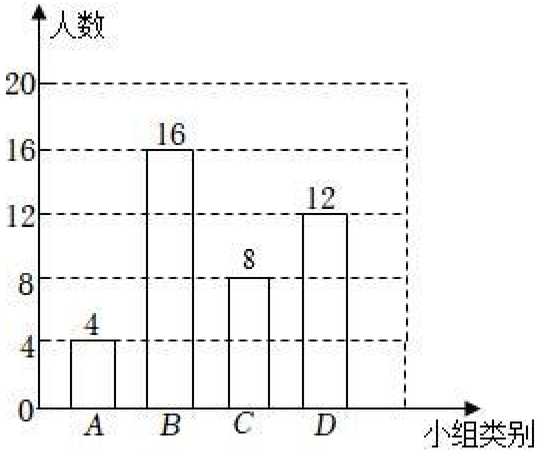
（2）C 组所对应的扇形圆心角为 ____度；

（3）若该校共有学生 1400 人，则估计该校喜欢跳绳的学生人数约是 ____；

（4）现选出了 4 名跳绳成绩最好的学生，其中有 1 名男生和 3 名女生．要从这 4 名学生中任意抽取 2 名学生去参加比赛，请用列表法或画树状图法，求刚好抽到 1 名男生与 1 名女生的概率．

【解答】解：（1）本次调查的学生总人数为 $4\div10\%=40$（名），C 组人数为 $40-(4+16+12)=8$（名），

补全图形如下：



故答案为：40；

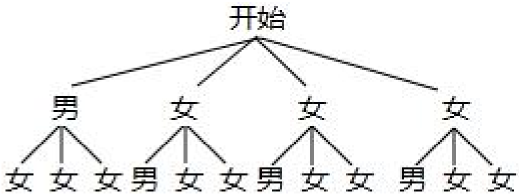
（2）C 组所对应的扇形圆心角为$360^{\circ}\times\dfrac{8}{40}=72^{\circ}$，

故答案为：72；

（3）估计该校喜欢跳绳的学生人数约是$1400\times\dfrac{16}{40}=560$（人），

故答案为：560 人；

（4）画树状图如下：



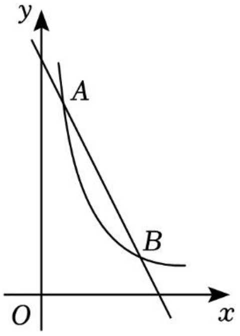
共有 12 种等可能的结果，其中选出的 2 名学生恰好为一名男生、一名女生的结果有 6 种，

$\therefore$选出的 2 名学生恰好为一名男生、一名女生的概率为$\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$.

18．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知反比例函数 $y_1=\dfrac{k}{x}(k\neq 0,x>0)$ 与一次函数 $y_2=ax+b(a\neq 0)$ 的图象相交于点 $A(1,8)$ 和 $B(4,m)$.

（1）分别求反比例函数和一次函数的表达式；

（2）请直接写出当 $x>0$ 时，$\dfrac{k}{x}>ax+b$ 的解集；



【专题】一次函数及其应用；几何直观；反比例函数及其应用；运算能力

【解答】解：（1）$\because$点$A(1,8)$和$B(4,m)$在反比例函数$y_1=\dfrac{k}{x}(k\neq 0,x>0)$的图象上，

$\therefore k=1\times 8=4m$，

$\therefore k=8$，$m=2$．

$\therefore$反比例函数表达式为$y_1=\dfrac{8}{x}(x>0)$，点B的坐标为$B(4,2)$．

$\because$点$A(1,8)$和$B(4,2)$在一次函数$y_2=ax+b$的图象上，

$\therefore \begin{cases} a+b=8 \\ 4a+b=2 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} a=-2 \\ b=10 \end{cases}$，

$\therefore$一次函数表达式为$y_2=-2x+10$；

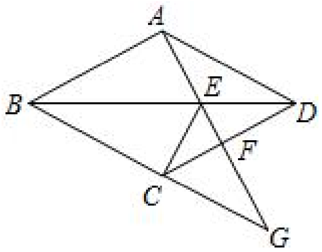
（2）由图象可知，当$x>0$时，$\dfrac{k}{x}>ax+b$的解集是$0<x<1$或$x>4$；

19．如图，四边形$ABCD$是菱形，点G是BC延长线上一点，连接AG，分别交BD、CD于点E、F，连接CE．

（1）求证：$\angle DAE=\angle DCE$；

（2）求证：$\Delta ECF\backsim\Delta EGC$；

（3）当$AE=2EF$时，判断FG与EF有何等量关系？并证明你的结论．



【解答】（1）证明：$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AD=CD$，$\angle ADE=\angle CDB$；

在ΔADE和ΔCDE中，

$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADE=\angle CDB \\ DE=DE \end{cases}$

$\therefore \Delta ADE\cong\Delta CDE(SAS)$，

$\therefore \angle DAE=\angle DCE$.

（2）证明：$\because AD//BC$ ，

$\therefore \angle DAE=\angle G$ ，

又$\because \angle DAE=\angle DCE$ ，

$\therefore \angle G=\angle DCE$ ，

又$\because \angle CEF=\angle GEC$ ，

$\therefore \Delta ECF\backsim \Delta EGC$ ；

（3）解：判断$FG=3EF$.

$\because$ 四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AD//BC$ ，

$\therefore \angle DAE=\angle G$ ，

由题意知：$\Delta ADE\cong \Delta CDE$

$\therefore \angle DAE=\angle DCE$ ，

则$\angle DCE=\angle G$ ，

$\because \angle CEF=\angle GEC$ ，

$\therefore \Delta ECF\backsim \Delta EGC$ ，

$\therefore \dfrac{EF}{EC}=\dfrac{EC}{EG}$ ，

$\because \Delta ADE\cong \Delta CDE$ ，

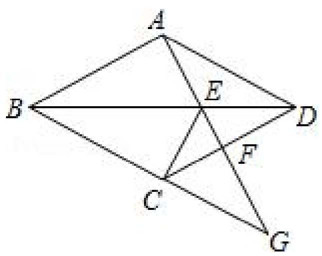
$\therefore AE=CE$ ，

$\because AE=2EF$ ，

$\therefore \dfrac{EF}{AE}=\dfrac{1}{2}$ ，

$\therefore EG=2AE=4EF$ ，

$\therefore FG=EG-EF=4EF-EF=3EF$.



20．公安交警部门提醒市民，骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定．某头盔经销商统计了某品牌头盔4月份到6月份的销量，该品牌头盔4月份销售150个，6月份销售216个，且从4月份到6月份销售量的月增长率相同．

（1）求该品牌头盔销售量的月增长率；

（2）若此种头盔的进价为30元/个，测算在市场中，当售价为40元/个时，月销售量为600个，若在此基础上售价每上涨1元/个，则月销售量将减少10个，为使月销售利润达到10000元，而且尽可能让顾客得到实惠，则该品牌头盔的实际售价应定为多少元/个？

【专题】一元二次方程及应用；应用意识

【解答】解：（1）设该品牌头盔销售量的月增长率为x，

依题意，得：$150(1+x)^2=216$，

解得：$x_1=0.2=20\%$，$x_2=-2.2$（不合题意，舍去）．

答：该品牌头盔销售量的月增长率为20%．

（2）设该品牌头盔的实际售价为y元，

依题意，得：$(y-30)[600-10(y-40)]=10000$，

整理，得：$y^2-130y+4000=0$，

解得：$y_1=80$（不合题意，舍去），$y_2=50$，

答：该品牌头盔的实际售价应定为50元．

21．阅读材料：各类方程的解法

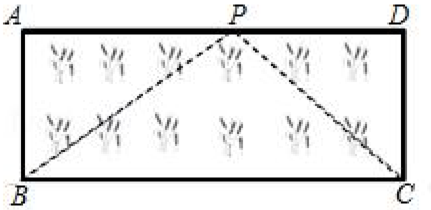
求解一元一次方程，根据等式的基本性质，把方程转化为$x=a$的形式．求解二元一次方程组，把它转化为一元一次方程来解；类似的，求解三元一次方程组，把它转化为解二元一次方程组．求解一元二次方程，把它转化为两个一元一次方程来解．求解分式方程，把它转化为整式方程来解，由于“去分母”可能产生增根，所以解分式方程必须检验．各类方程的解法不尽相同，但是它们有一个共同的基本数学思想－－转化，把未知转化为已知．

用“转化”的数学思想，我们还可以解一些新的方程．例如，一元三次方程$x^3+x^2-2x=0$，可以通过因式分解把它转化为$x(x^2+x-2)=0$，解方程$x=0$和$x^2+x-2=0$，可得方程$x^3+x^2-2x=0$的解．

（1）问题：方程$x^3+x^2-2x=0$的解是$x_1=0$，$x_2=$__-2__，$x_3=$____；

（2）拓展：用“转化”思想求方程$\sqrt{2x+3}=x$的解；

（3）应用：如图，已知矩形草坪 $ABCD$ 的长 $AD=8m$，宽 $AB=3m$，小华把一根长为 $10m$ 的绳子的一端固定在点 B，沿草坪边沿 BA，AD 走到点 P 处，把长绳 PB 段拉直并固定在点 P，然后沿草坪边沿 PD、DC 走到点 C 处，把长绳剩下的一段拉直，长绳的另一端恰好落在点 C．求 AP 的长．



【解答】解：（1）$x^3+x^2-2x=0$，

$x(x^2+x-2)=0$，

$x(x+2)(x-1)=0$

所以 $x=0$ 或 $x+2=0$ 或 $x-1=0$

$\therefore x_1=0$，$x_2=-2$，$x_3=1$；

故答案为：-2，1；

（2）$\sqrt{2x+3}=x$，

方程的两边平方，得 $2x+3=x^2$

即 $x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

$\therefore x-3=0$ 或 $x+1=0$

$\therefore x_1=3$，$x_2=-1$，

当 $x=-1$ 时，$\sqrt{2x+3}=\sqrt{1}=1\neq-1$，

所以 -1 不是原方程的解．

所以方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解是 $x=3$；

（3）因为四边形 $ABCD$ 是矩形，

所以 $\angle A=\angle D=90^\circ$，$AB=CD=3m$

设 $AP=xm$，则 $PD=(8-x)m$

因为 $BP+CP=10$，

$BP=\sqrt{AP^2+AB^2}$，$CP=\sqrt{CD^2+PD^2}$

$\therefore \sqrt{9+x^2}+\sqrt{(8-x)^2+9}=10$

$\therefore \sqrt{(8-x)^2+9}=10-\sqrt{9+x^2}$

两边平方，得 $(8-x)^2+9=100-20\sqrt{9+x^2}+9+x^2$

整理，得 $5\sqrt{x^2+9}=4x+9$

两边平方并整理，得 $x^2-8x+16=0$

即 $(x-4)^2=0$

所以 $x=4$．

经检验，$x=4$ 是方程的解．

答：AP 的长为 $4m$．

22．如图 1，在 ΔABC 中，$AB=AC=10$，$BC=16$，点 D 为 BC 边上的动点（点 D 不与点 B，C 重合）．以 D 为顶点作 $\angle ADE=\angle B$，射线 DE 交 AC 边于点 E，过点 A 作 $AF\perp AD$ 交射线 DE 于点 F，连接 CF．

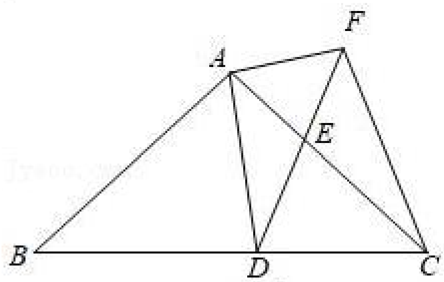


图1

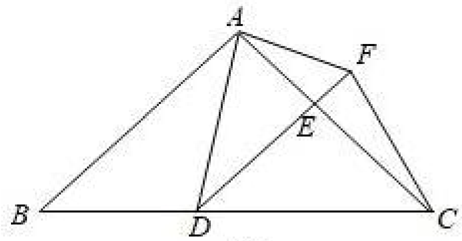


图2

（1）求证：$\Delta ABD\backsim\Delta DCE$；

（2）当 $DE//AB$ 时（如图 2)，求 AE 的长；

（3）点 D 在 BC 边上运动的过程中，是否存在某个位置，使得 $DF=CF$？若存在，求出此时 BD 的长；若不存在，请说明理由．

【专题】几何综合题；图形的相似；推理能力

【解答】（1）证明：$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle ACB$，

$\because \angle ADE+\angle CDE=\angle B+\angle BAD$，$\angle ADE=\angle B$，

$\therefore \angle BAD=\angle CDE$，又 $\angle B=\angle ACB$，

$\therefore \Delta BAD\backsim\Delta DCE$．

（2）解：$\because DE//AB$，

$\therefore \Delta CDE \backsim \Delta CBA$，

$\because \Delta CDE \backsim \Delta ABD$，

$\therefore \Delta ABD \backsim \Delta CBA$，

$\therefore \dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BD}{AB}$，即$\dfrac{10}{16}=\dfrac{BD}{10}$，

解得，$BD=\dfrac{25}{4}$，

$\because DE//AB$，

$\therefore \dfrac{AE}{AC}=\dfrac{BD}{BC}$，即$\dfrac{AE}{10}=\dfrac{\frac{25}{4}}{16}$，

解得，$AE=\dfrac{125}{32}$；

（3）点D在BC边上运动的过程中，存在某个位置，使得$DF=CF$．

理由如下：如图3，作$FH\perp BC$于H，$AM\perp BC$于M，$AN\perp FH$于N．

则四边形$AMHN$为矩形，

$\therefore \angle MAN=90^\circ$，$MH=AN$，

$\because AB=AC$，$AM\perp BC$，

$\therefore BM=CM=\dfrac{1}{2}BC=8$，

在RtΔABM中，由勾股定理，得$AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，

$\therefore \tan B=\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{3}{4}$，

$\because \angle ADE=\angle B$，

$\therefore \tan\angle ADE=\dfrac{AF}{AD}=\dfrac{3}{4}$，

$\because AN\perp FH$，$AM\perp BC$，

$\therefore \angle ANF=90^\circ=\angle AMD$，

$\because \angle DAF=90^\circ=\angle MAN$，

$\therefore \angle NAF=\angle MAD$，

$\therefore \Delta AFN \backsim \Delta ADM$，

$\therefore \dfrac{AN}{AM}=\dfrac{AF}{AD}=\dfrac{3}{4}$，即$\dfrac{AN}{6}=\dfrac{3}{4}$，

解得，$AN=\dfrac{9}{2}$，

$\therefore MH=AN=\dfrac{9}{2}$，

$\therefore CH=CM-MH=\dfrac{7}{2}$，

$\because FD=FC$，$FH\perp CD$，

$\therefore CD=2CH=7$，

$\therefore BD=BC-CD=9$．

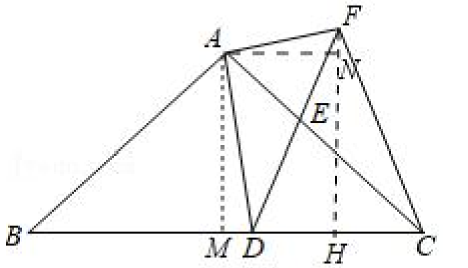


图3

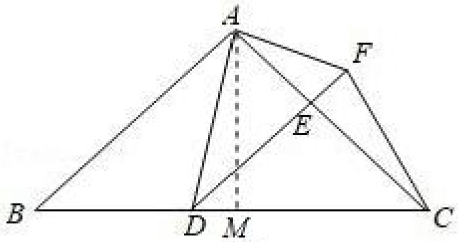


图2

22．在数学综合与实践活动课上，小红以“矩形的旋转”为主题开展探究活动．

（1）操作判断

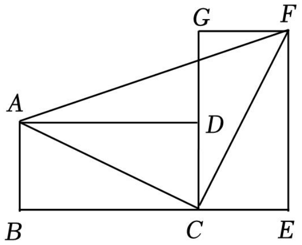
小红将两个完全相同的矩形纸片 $ABCD$ 和 $CEFG$ 拼成“L”形图案，如图①．试判断：$\triangle ACF$ 的形状为 等腰直角三角形 ．

（2）深入探究

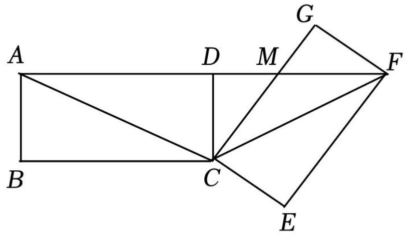
小红在保持矩形 $ABCD$ 不动的条件下，将矩形 $CEFG$ 绕点 C 旋转，若 $AB=2$，$AD=4$．

探究一：当点 F 恰好落在 AD 的延长线上时，设 CG 与 DF 相交于点 M，如图②．求△CMF 的面积．

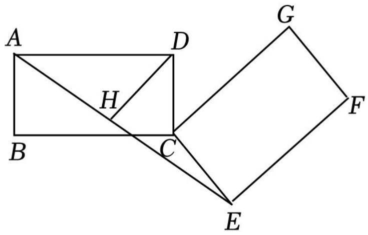
探究二：连接 AE，取 AE 的中点 H，连接 DH，如图③．求线段 DH 长度的最大值和最小值．



图①



图②



图③

【分析】（1）在 Rt△ABC 中，$AC=\sqrt{BC^2+AB^2}$，在 Rt△CFG 中，$CF=\sqrt{CG^2+GF^2}$，由 $AC=CF$，可知△ACF 是等腰三角形，再由△ABC≌△FGC（SAS），推导出∠ACF＝90°，即可判断出△ACF 是等腰直角三角形，

（2）探究一：证明△CDM≌△FGM（AAS），可得 CM＝MF，再由等腰三角形的性质可得 AD＝DF，在 Rt△CDM 中，$CM^2=2^2+(4-CM)^2$，解得 $CM=\frac{5}{2}$，则 $MF=\frac{5}{2}$，即可求△CMF 的面积$=\frac{1}{2}\times2\times\frac{5}{2}=\frac{5}{2}$;

探究二：连接 DE，取 DE 的中点 P，连接 HP，取 AD、BC 的中点为 M、N，连接 MN，MH，NH，分别得出四边形 $MHPD$ 是平行四边形，四边形 $HNCP$ 是平行四边形，则∠MHN＝90°，可知 H 点在以 MN 为直径的圆上，设 MN 的中点为 T，$DT=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，所以 DH 的最大值为$\sqrt{5}+1$，最小值为$\sqrt{5}-1$.

【解答】解：（1）在 Rt△ABC 中，$AC=\sqrt{BC^2+AB^2}$，

在 Rt△CFG 中，$CF=\sqrt{CG^2+GF^2}$，

∵AB＝GF，BC＝CG，

∴AC＝CF，

∴△ACF 是等腰三角形，

∵AB＝GF，∠FGC＝∠ABC＝90°．BC＝CG，

∴△ABC≌△FGC（SAS），

∴∠ACG＝∠GFC，

∵∠GCF+∠GFC＝90°，

∴∠ACG+∠GCF＝90°，

∴∠ACF＝90°，

∴△ACF 是等腰直角三角形，

故答案为：等腰直角三角形；

（2）探究一：∵CD＝GF，∠FMG＝∠DMC，∠G＝∠CDF＝90°，

∴△CDM≌△FGM（AAS），

∴$CM=MF$，

∵$AC=CF$，$CD\perp AF$，

∴$AD=DF$，

∵$AB=CD=2$，$AD=DF=4$，

∴$DM=4-CM$，

在Rt△CDM中，$CM^2=CD^2+DM^2$，

∴$CM^2=2^2+(4-CM)^2$，

解得$CM=\frac{5}{2}$，

∴$MF=\frac{5}{2}$，

∴△CMF的面积$=\frac{1}{2}\times2\times\frac{5}{2}=\frac{5}{2}$；

探究二：连接DE，取DE的中点P，连接HP，取AD、BC的中点为M、N，连接MN，MH，NH，

∵H是AE的中点，

∴$MH\parallel DE$，且$MH=\frac{1}{2}DE$，

∵$CD=CE$，

∴$CP\perp DE$，$DP=PE$，

∵$MH\parallel DP$，且$MH=DP$，

∴四边形$MHPD$是平行四边形，

∴$MD=HP$，$MD\parallel HP$，

∵$AD\parallel BC$，$MD=CN$，

∴$HP\parallel CN$，$HP=CN$，

∴四边形$HNCP$是平行四边形，

∴$NH\parallel CP$，

∴$\angle MHN=90^\circ$，

∴H点在以MN为直径的圆上，

设MN的中点为T，

∴$DT=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴DH 的最大值为$\sqrt{5}+1$，最小值为$\sqrt{5}-1$.

方法二：设 AC 的中点为 T，连接 HT，

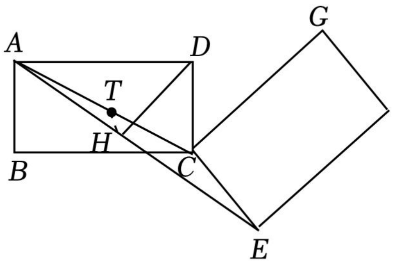
∵HT 是△ACE 的中位线，

∴$HT=\frac{1}{2}CE=1$，

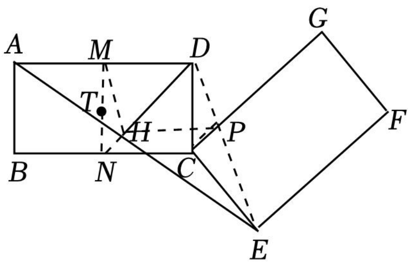
∴H 在以 T 为圆心，1 为半径的圆上，

∵$DT=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴DH 的最大值为$\sqrt{5}+1$，最小值为$\sqrt{5}-1$.



图③



图③

【点评】本题考查四边形的综合应用，熟练掌握矩形的性质，直角三角形的性质，三角形全等的判定及性质，平行四边形的性质，圆的性质，能够确定 H 点的运动轨迹是解题的关键.