

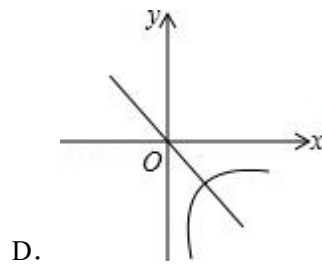
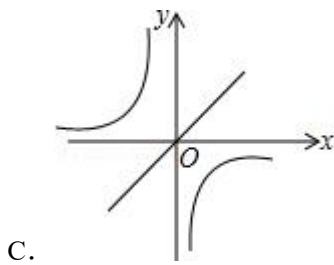
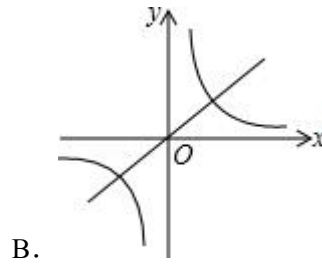
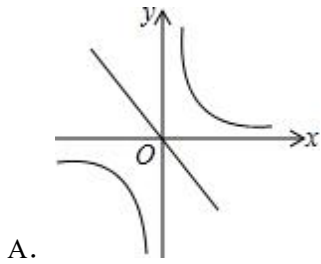
## 复习 9

### 一. 选择题 (共 10 小题)

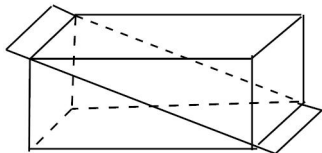
1. 下列哪种光线形成的投影是平行投影( )

- A. 太阳                      B. 探照灯                      C. 手电筒                      D. 路灯

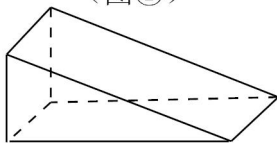
2. 指出当  $k > 0$  时, 下列图象中哪些可能是  $y = kx$  与  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  在同一坐标系中的图象( )



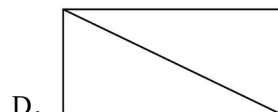
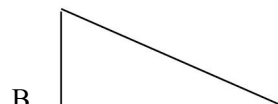
3. 如图①, 用一个平面截长方体, 得到如图②的几何体, 它在我国古代数学名著《九章算术》中被称为“堑堵”. 图②“堑堵”的俯视图是( )



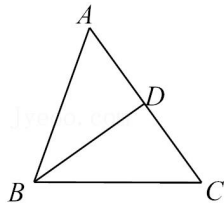
(图①)



(图②)



4. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 48^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 则  $\angle BDC$  的度数是( )



- A.  $82^\circ$                       B.  $80^\circ$                       C.  $84^\circ$                       D.  $70^\circ$

5. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + x + 1 = 0$  的根的情况是( )

- A. 两个不等的实数根                      B. 两个相等的实数根  
C. 没有实数根                      D. 无法确定

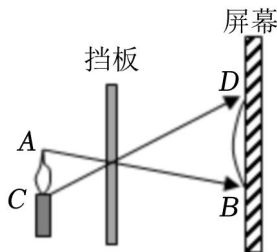
6. “二十四节气”是中华上古农耕文明的智慧结晶，被国际气象界誉为“中国第五大发明”. 小文购买了“二十四节气”主题邮票，他要将“立春”“立夏”“秋分”“大寒”四张邮票中的两张送给好朋友小乐. 小文将它们背面朝上放在桌面上（邮票背面完全相同），让小乐从中随机抽取一张（不放回），再从中随机抽取一张，则小乐抽到的两张邮票恰好是“立春”和“立夏”的概率是( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{8}$

7. 下列命题中，说法正确的是( )

- A. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形  
B. 若点  $P$  是线段  $AB$  的黄金分割点，则  $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$   
C. 三角形三条角平分线的交点到三角形三个顶点的距离相等  
D. 一组对角相等，一组对边平行的四边形一定是平行四边形

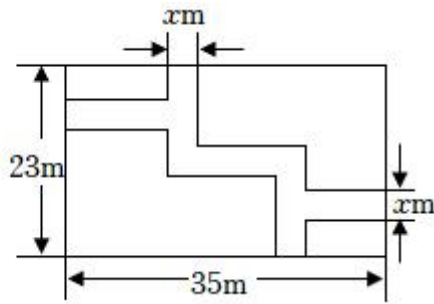
8. 如图是“小孔成像”的原理示意图，蜡烛到挡板距离与挡板到屏幕距离之比是1:2，若烛焰  $AC$  的高是  $4\text{cm}$ ，则实像  $DB$  的高是( )



- A.  $12\text{cm}$                       B.  $10\text{cm}$                       C.  $8\text{cm}$                       D.  $6\text{cm}$

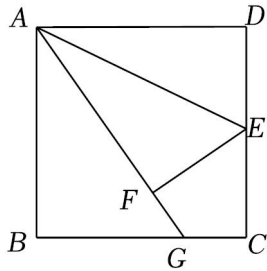
9. 如图是某公园在一长  $35\text{m}$ ，宽  $23\text{m}$  的矩形湖面上修建的等宽的人行观景曲桥，它的面积恰好为原矩形湖面面积的  $\frac{1}{5}$ ，求人行观景曲桥的宽. 若设人行观景曲桥的宽为  $x\text{m}$ ，则  $x$  满

足的方程为( )



- A.  $(35 - 2x)(23 - x) = \frac{1}{5} \times 23 \times 35$       B.  $(35 - x)(23 - x) + 2x^2 = 23 \times 35$   
 C.  $(35 - x)(23 - x) = \frac{4}{5} \times 23 \times 35$       D.  $(35 - x)(23 - x) = 23 \times 35$

10. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  是边  $CD$  的中点, 将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  折叠后得到  $\triangle AFE$ , 且点  $F$  在矩形  $ABCD$  的内部, 将  $AF$  延长后交边  $BC$  于点  $G$ , 且  $\frac{CG}{GB} = \frac{4}{5}$ , 则  $\frac{AB}{AD}$  的值为( )

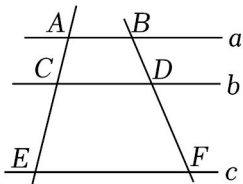


- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{5}{6}$       C. 1      D.  $\frac{\sqrt{14}}{7}$

## 二. 填空题 (共 6 小题)

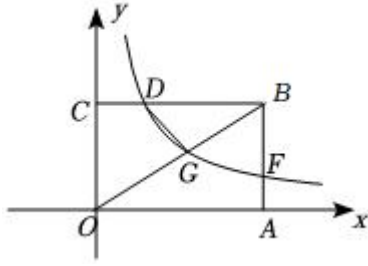
11. 已知  $a$  为方程  $x^2 - 3x - 6 = 0$  的一个根, 则代数式  $6a - 2a^2 + 2023 =$  \_\_\_\_.

12. 如图,  $a \parallel b \parallel c$ , 若  $\frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}$ ,  $DF = 12$ , 则  $BD$  的长为 \_\_\_\_.

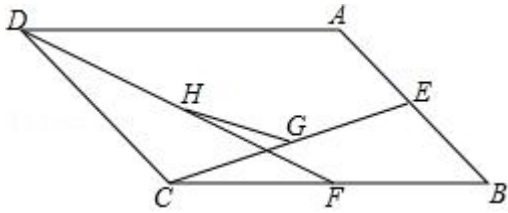


13. 一个不透明的袋子中装有 4 个红球和若干个白球, 它们除颜色外其余都相同. 现随机从袋中摸出一个球, 若颜色是白色的概率为  $\frac{2}{3}$ , 则袋中白球的个数是 \_\_\_\_.

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形  $OABC$  的  $OA$  边在  $x$  轴的正半轴上,  $OC$  边在  $y$  轴的正半轴上, 反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象与  $BC$  交于点  $D$ , 与  $AB$  交于点  $F$ , 与  $OB$  交于点  $G$ , 当点  $G$  是  $OB$  的中点时, 连接  $DG$ , 若  $\triangle DBG$  的面积为 9, 则  $k =$  \_\_\_\_.



15. 如图，平行四边形  $ABCD$  中， $\angle B = 45^\circ$ ， $BC = 7$ ， $CD = 5\sqrt{2}$ ．点  $E$ ， $F$  分别是边  $AB$ ， $BC$  的中点，连接  $CE$ ， $DF$ ，取  $CE$ ， $DF$  的中点  $G$ ， $H$ ，连接  $GH$ ，则  $GH$  的长度为 \_\_\_\_\_．



### 三. 解答题（共 6 小题）

16. 解方程： $x^2 - 6x + 9 = 16$ ．

17. 为弘扬中华民族传统文化，某市举办了中小学生“国学经典大赛”，比赛项目为： $A$ ．唐诗； $B$ ．宋词； $C$ ．论语； $D$ ．三字经．比赛形式分“单人组”和“双人组”．

(1) 小华参加“单人组”，他从中随机抽取一个比赛项目，恰好抽中“论语”的概率是 \_\_\_\_\_．

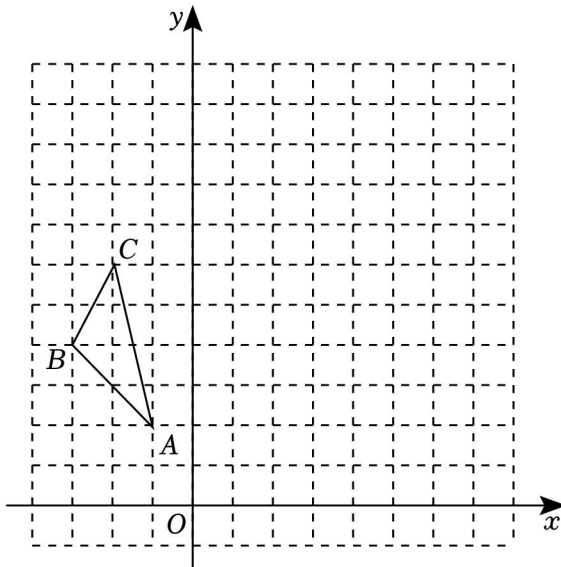
(2) 小明和小红组成一个小组参加“双人组”比赛，比赛规则是：同一小组的两名队员的比赛项目不能相同，且每人只能随机抽取一次．则小明和小红都没有抽到“三字经”的概率是多少？请用画树状图或列表的方法进行说明．

18. 如图，在平面直角坐标系中，已知  $\triangle ABC$  三个顶点的坐标分别为  $A(-1, 2)$ ， $B(-3, 4)$ ， $C(-2, 6)$ ．

(1) 画出  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2)  $\triangle ABC$  的面积是 \_\_\_\_\_（直接填结果）；

(3) 在网格内以原点  $O$  为位似中心，画出将  $\triangle A_1B_1C_1$  三条边放大为原来的 2 倍后的  $\triangle A_2B_2C_2$ ．



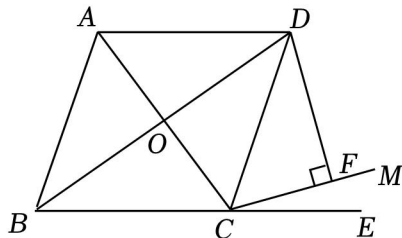
19. 在水果销售旺季, 某水果店购进一优质水果, 进价为 20 元/千克, 售价不低于 20 元/千克, 且不超过 32 元/千克, 根据销售情况, 发现该水果一天的销售量  $y$  (千克) 与该天的售价  $x$  (元/千克) 满足如下表所示的函数关系.

销售量 $y$ (千克)	...	34.8	32	29.6	28	...
售价 $x$ (元/千克)	...	22.6	24	25.2	26	...

- (1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式.
- (2) 某天这种水果的售价为 23.5 元/千克, 求当天该水果的销售量.
- (3) 如果某天销售这种水果获利 150 元, 那么该天水果的售价为多少元?

20. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $BD$  平分  $\angle ABC$ .

- (1) 求证: 四边形  $ABCD$  是菱形;
- (2) 连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$ , 延长  $BC$  到点  $E$ , 在  $\angle DCE$  的内部作射线  $CM$ , 使得  $\angle ECM = 15^\circ$ , 过点  $D$  作  $DF \perp CM$  于点  $F$ . 若  $\angle ABC = 70^\circ$ ,  $DF = \sqrt{5}$ , 求  $\angle ACD$  的度数及  $BD$  的长.



21. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = kx + 7$  ( $k \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $B(14, 0)$ , 与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0$ ) 的图象交于  $A(a, 6)$ .



一. 选择题 (共 10 小题)

1. 下列哪种光线形成的投影是平行投影 ( )

- A. 太阳                      B. 探照灯                      C. 手电筒                      D. 路灯

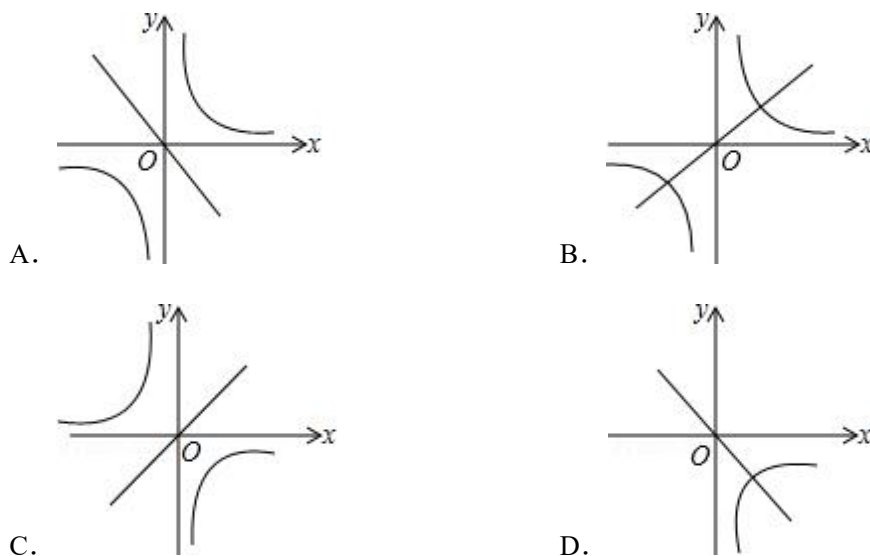
**【分析】**判断投影是平行投影的方法是看光线是否是平行的, 如果光线是平行的, 所得到的投影就是平行投影.

**【解答】**解: 四个选项中只有太阳光可认为是平行光线; 故太阳光线下形成的投影是平行投影.

故选: A.

**【点评】**本题考查平行投影的概念, 属于基础题, 注意基本概念的理解是关键.

2. 指出当  $k > 0$  时, 下列图象中哪些可能是  $y = kx$  与  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  在同一坐标系中的图象 ( )



**【分析】**根据题意, 结合正比例函数、反比例函数的图象与系数的关系, 分析选项可得答案.

**【解答】**解: 根据题意,

当  $k > 0$  时, 函数  $y = kx$  经过一三象限, 而  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象在一、三象限,

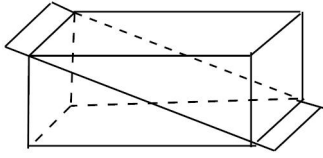
分析选项可得, 只有 B 符合,

故选: B.

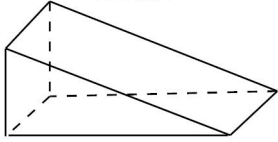
**【点评】**本题考查正比例函数与反比例函数的图象的性质, 要求学生牢记解析式的系数与图象的关系.

3. 如图①, 用一个平面截长方体, 得到如图②的几何体, 它在我国古代数学名著《九章算

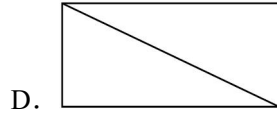
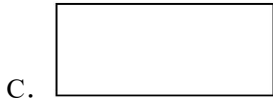
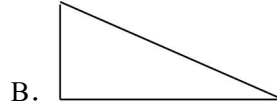
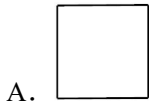
术》中被称为“堑堵”. 图②“堑堵”的俯视图是( )



(图①)



(图②)



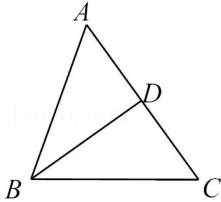
**【分析】**根据从上面看得到的图形是俯视图, 可得答案.

**【解答】**解: 图②“堑堵”从上面看, 是一个矩形,

故选: C.

**【点评】**本题考查了简单几何体的三视图, 从上面看得到的图形是俯视图.

4. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 48^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 则  $\angle BDC$  的度数是( )



A.  $82^\circ$

B.  $80^\circ$

C.  $84^\circ$

D.  $70^\circ$

**【分析】**先根据  $\angle A = 48^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$  得出  $\angle ABC$  的度数, 再由  $BD$  平分  $\angle ABC$  求出  $\angle ABD$  的度数, 再根据三角形的外角等于和它不相邻的内角的和解答.

**【解答】**解:  $\because \angle A = 48^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 48^\circ - 60^\circ = 72^\circ,$$

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 48^\circ + 36^\circ = 84^\circ,$$

故选: C.





故选：C.

【点评】本题考查列表法与树状图法，解答本题的关键是明确题意，画出相应的树状图.

7. 下列命题中，说法正确的是( )

- A. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形
- B. 若点  $P$  是线段  $AB$  的黄金分割点，则  $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
- C. 三角形三条角平分线的交点到三角形三个顶点的距离相等
- D. 一组对角相等，一组对边平行的四边形一定是平行四边形

【分析】根据菱形的判定方法对  $A$  进行判断；根据黄金分割的定义对  $B$  进行判断；根据三角形内心的性质对  $C$  进行判断；根据平行四边形的性质对  $D$  进行判断.

【解答】解： $A$ 、对角线互相平分且垂直的四边形是菱形，所以  $A$  选项的说法错误；

$B$ 、若点  $P$  是线段  $AB$  的黄金分割点， $AP > BP$ ，则  $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，所以  $B$  选项的说法错误；

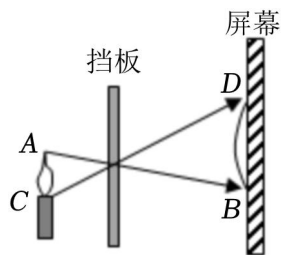
$C$ 、三角形三条角平分线的交点到三角形三边的距离相等，所以  $C$  选项的说法错误；

$D$ 、一组对角相等，一组对边平行的四边形一定是平行四边形，所以  $D$  选项的说法正确.

故选：D.

【点评】本题考查了命题与定理：命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

8. 如图是“小孔成像”的原理示意图，蜡烛到挡板距离与挡板到屏幕距离之比是1:2，若烛焰  $AC$  的高是  $4\text{cm}$ ，则实像  $DB$  的高是( )



- A.  $12\text{cm}$
- B.  $10\text{cm}$
- C.  $8\text{cm}$
- D.  $6\text{cm}$

【分析】根据题意知： $\triangle AOC \sim \triangle BOD$ ，进而利用“相似三角形对应边上的高线之比等于相似比”求得相似比，由“相似三角形对应边成比例”求得答案.

【解答】解：根据题意知， $\triangle AOC \sim \triangle BOD$ .

$\therefore$  蜡烛到挡板距离与挡板到屏幕距离之比是1:2.

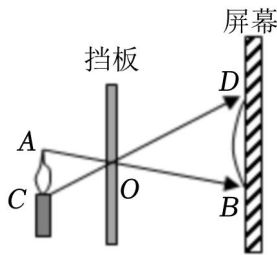
∴ 相似比为1:2 .

∴  $AC : BD = 1 : 2$  .

∴  $BD = 2AC = 8\text{cm}$  .

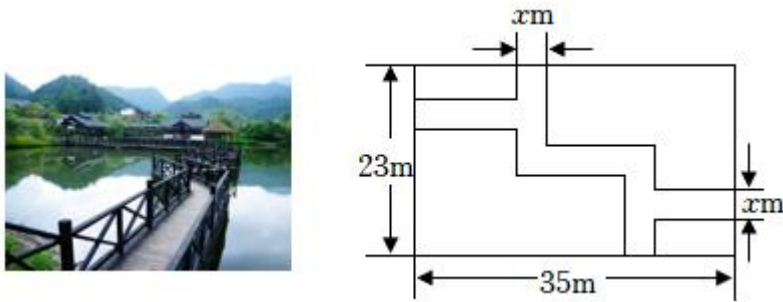
即实像  $DB$  的高是  $8\text{cm}$  .

故选:  $C$  .



**【点评】** 本题考查相似三角形的判定与性质的实际应用及分析问题、解决问题的能力. 利用数学知识解决实际问题 是中学数学的重要内容. 解决此问题的关键在于正确理解题意的基础上建立数学模型, 把实际问题转化为数学问题.

9. 如图是某公园在一长  $35\text{m}$  , 宽  $23\text{m}$  的矩形湖面上修建的等宽的人行观景曲桥, 它的面积恰好为原矩形湖面面积的  $\frac{1}{5}$ , 求人行观景曲桥的宽. 若设人行观景曲桥的宽为  $x\text{m}$  , 则  $x$  满足的方程为( )



A.  $(35 - 2x)(23 - x) = \frac{1}{5} \times 23 \times 35$

B.  $(35 - x)(23 - x) + 2x^2 = 23 \times 35$

C.  $(35 - x)(23 - x) = \frac{4}{5} \times 23 \times 35$

D.  $(35 - x)(23 - x) = 23 \times 35$

**【分析】** 分别表示出长和宽, 根据矩形的面积公式列方程即可.

**【解答】** 解: 若设人行观景曲桥的宽为  $x\text{m}$  ,

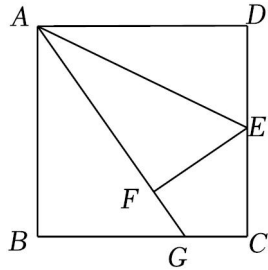
根据题意得:  $(35 - x)(23 - x) = \frac{4}{5} \times 23 \times 35$  ,

故选:  $C$  .

**【点评】** 考查了由实际问题抽象出一元二次方程的知识, 解题的关键是表示出矩形的长和宽,

难度不大.

10. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  是边  $CD$  的中点, 将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  折叠后得到  $\triangle AFE$ , 且点  $F$  在矩形  $ABCD$  的内部, 将  $AF$  延长后交边  $BC$  于点  $G$ , 且  $\frac{CG}{GB} = \frac{4}{5}$ , 则  $\frac{AB}{AD}$  的值为( )



A.  $\frac{4}{3}$

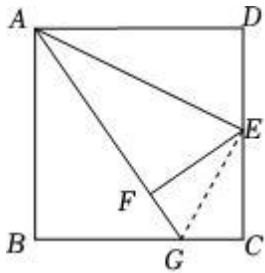
B.  $\frac{5}{6}$

C. 1

D.  $\frac{\sqrt{14}}{7}$

**【分析】** 连接  $GE$ , 利用  $HL$  证明  $Rt\triangle ECG \cong Rt\triangle EFG$ , 得  $CG = FG$ , 设  $CG = FG = 4a$ , 则  $BG = 5a$ ,  $AF = AD = BC = 9a$ , 再利用勾股定理得出  $AB$  的长, 从而解决问题.

**【解答】** 解: 如图, 连接  $GE$ ,



$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore AD = BC$ ,

$\because$  点  $E$  是  $CD$  的中点,

$\therefore DE = CE$ ,

$\because$  将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  折叠后得到  $\triangle AFE$ ,

$\therefore DE = EF$ ,  $AF = AD$ ,  $\angle AFE = \angle D = 90^\circ$ ,

$\therefore CE = EF$ ,

在  $Rt\triangle ECG$  与  $Rt\triangle EFG$  中,

$$\begin{cases} EG = EG \\ EF = CE \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle ECG \cong Rt\triangle EFG(HL)$ ,

$\therefore CG = FG$ ,

$$\therefore \frac{CG}{GB} = \frac{4}{5},$$

设  $CG = FG = 4a$ ，则  $BG = 5a$ ，

$$\therefore AF = AD = BC = 9a,$$

$$\therefore AG = 13a,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AG^2 - BG^2} = \sqrt{(13a)^2 - (5a)^2} = 12a,$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{12a}{9a} = \frac{4}{3},$$

故选：A.

**【点评】** 本题主要考查了矩形的性质，翻折的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理等知识，运用参数表示出各线段的长是解题的关键.

## 二. 填空题 (共 6 小题)

11. 已知  $a$  为方程  $x^2 - 3x - 6 = 0$  的一个根，则代数式  $6a - 2a^2 + 2023 = \underline{2011}$ .

**【分析】** 先根据一元二次方程解的定义得到  $a^2 - 3a = 6$ ，再把  $6a - 2a^2 + 2023$  变形为  $-2(a^2 - 3a) + 2023$ ，然后利用整体代入的方法计算.

**【解答】** 解：∵  $a$  是方程  $x^2 - 3x - 6 = 0$  的一个根，

$$\therefore a^2 - 3a - 6 = 0,$$

$$\therefore a^2 - 3a = 6,$$

$$\therefore 6a - 2a^2 + 2023$$

$$= -2(a^2 - 3a) + 2023$$

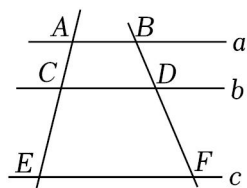
$$= -2 \times 6 + 2023$$

$$= 2011.$$

故答案为：2011.

**【点评】** 本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

12. 如图， $a \parallel b \parallel c$ ，若  $\frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}$ ， $DF = 12$ ，则  $BD$  的长为 6.



【分析】根据平行线分线段成比例定理列出比例式，计算即可.

【解答】解：∵  $a // b // c$ ,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF},$$

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}, \quad DF = 12,$$

$$\therefore \frac{BD}{12} = \frac{1}{2},$$

解得， $BD = 6$ ,

故答案为：6.

【点评】本题考查的是平行线分线段成比例定理，灵活运用定理、找准对应关系是解题的关键.

13. 一个不透明的袋子中装有4个红球和若干个白球，它们除颜色外其余都相同. 现随机从袋中摸出一个球，若颜色是白色的概率为 $\frac{2}{3}$ ，则袋中白球的个数是 8.

【分析】设袋子中白球的个数为 $x$ ，根据白色的概率为 $\frac{2}{3}$ ，列出关于 $x$ 的方程，解之可得答案.

【解答】解：设袋子中白球的个数为 $x$ ，

$$\text{则 } \frac{x}{x+4} = \frac{2}{3},$$

解得： $x = 8$ ,

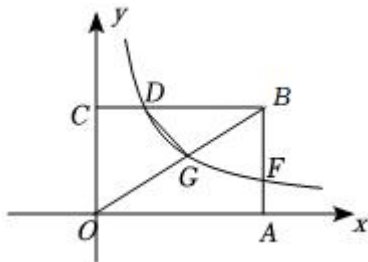
经检验： $x = 8$ 是原分式方程的解，

则袋中白球的个数是8个.

故答案为：8.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的 $OA$ 边在 $x$ 轴的正半轴上， $OC$ 边在 $y$ 轴的正半轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与 $BC$ 交于点 $D$ ，与 $AB$ 交于点 $F$ ，与 $OB$ 交于点 $G$ ，当点 $G$ 是 $OB$ 的中点时，连接 $DG$ ，若 $\triangle DBG$ 的面积为9，则 $k = \underline{12}$ .



**【分析】**连接  $OD$ ，根据题意以及反比例函数系数  $k$  的几何意义得到  $S_{\triangle COD} = \frac{1}{2}k$ ， $S_{\triangle BOD} = 18$ ，即可求得  $S_{\triangle BOC} = 18 + \frac{1}{2}k$ ，进一步求得矩形  $OABC$  的面积为  $36 + k$ ，设  $G(m, \frac{k}{m})$ ，根据矩形的性质则得到  $B(2m, \frac{2k}{m})$ ，根据矩形的面积公式得到  $2m \cdot \frac{2k}{m} = 36 + k$ ，解得  $k = 12$ 。

**【解答】**解：连接  $OD$ ，

$\because$  矩形  $OABC$  的  $OA$  边在  $x$  轴的正半轴上， $OC$  边在  $y$  轴的正半轴上，

$$\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{2}k,$$

$\because$  点  $G$  是  $OB$  的中点， $\triangle DBG$  的面积为 9，

$$\therefore S_{\triangle DOG} = S_{\triangle DBG} = 9,$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = 18,$$

$$\therefore S_{\triangle BOC} = 18 + \frac{1}{2}k,$$

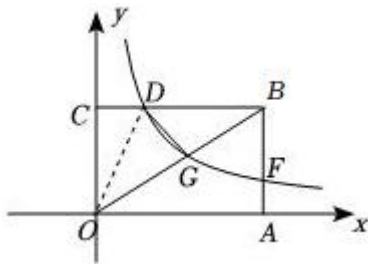
$\therefore$  矩形  $OABC$  的面积为  $36 + k$ ，

设  $G(m, \frac{k}{m})$ ，则  $B(2m, \frac{2k}{m})$ ，

$$\therefore 2m \cdot \frac{2k}{m} = 36 + k,$$

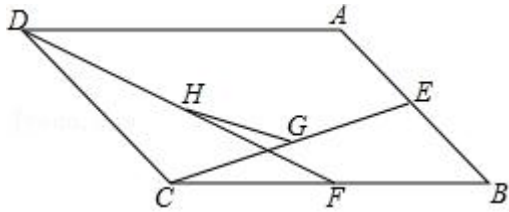
解得  $k = 12$ ，

故答案为：12.



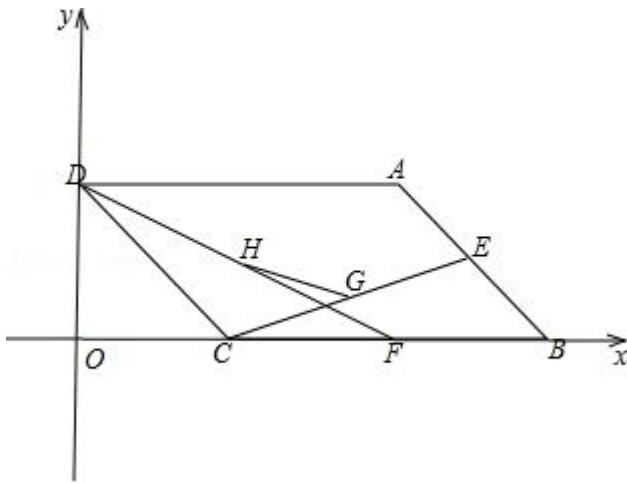
**【点评】**本题考查了反比例函数系数  $k$  的几何意义，反比例函数图象上点的坐标特征，矩形的性质，三角形的面积，表示出矩形的面积以及点  $B$  的坐标是解题的关键。

15. 如图，平行四边形  $ABCD$  中， $\angle B = 45^\circ$ ， $BC = 7$ ， $CD = 5\sqrt{2}$ 。点  $E$ ， $F$  分别是边  $AB$ ， $BC$  的中点，连接  $CE$ ， $DF$ ，取  $CE$ ， $DF$  的中点  $G$ ， $H$ ，连接  $GH$ ，则  $GH$  的长度为  $\frac{13}{4}$ 。



**【分析】**如图，将平行四边形  $ABCD$  放在坐标系里，使点  $D$  在  $y$  轴上， $BC$  与  $x$  轴重合，由平行四边形的性质及直角三角形的性质求出  $D(0,5)$ ， $C(5,0)$ ， $A(7,5)$ ， $B(12,0)$ ，由中点坐标公式可求出  $E$ ， $F$ ， $G$ ， $H$  的坐标，再由两点间的距离公式可求出答案.

**【解答】**解：如图，将平行四边形  $ABCD$  放在坐标系里，使点  $D$  在  $y$  轴上， $BC$  与  $x$  轴重合，



$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$\therefore \angle ABC = \angle DCO = 45^\circ$ ， $AD = BC$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore DC = 5\sqrt{2}$ ， $\angle DOC = 90^\circ$ ，

$\therefore CO = OD = 5$ ，

$\therefore D(0,5)$ ， $C(5,0)$ ，

$\therefore BC = 7$ ，

$\therefore A(7,5)$ ， $B(12,0)$ ，

$\therefore$  点  $E$ 、 $F$  分别是边  $AB$ 、 $BC$  的中点，

$\therefore F(\frac{17}{2}, 0)$ ， $E(\frac{19}{2}, \frac{5}{2})$ ，

$\therefore$  点  $G$ 、 $H$  分别是  $CE$ 、 $DF$  的中点，

$\therefore H(\frac{17}{4}, \frac{5}{2})$ ， $G(\frac{29}{4}, \frac{5}{4})$ ，

$\therefore HG = \sqrt{(\frac{17}{4} - \frac{29}{4})^2 + (\frac{5}{2} - \frac{5}{4})^2} = \frac{13}{4}$ .



故答案为： $\frac{13}{4}$ 。

**【点评】**本题主要考查了平行四边形性质，建立直角坐标系，利用中点的性质求值，建立直角坐标系，熟练正确求点坐标是解决问题的关键。

### 三. 解答题（共 6 小题）

16. 解方程： $x^2 - 6x + 9 = 16$ 。

**【分析】**左边利用因式分解法分解，再两边直接开平方即可得出答案。

**【解答】**解： $\because x^2 - 6x + 9 = 16$ ，

$$\therefore (x-3)^2 = 16,$$

则  $x-3 = \pm 4$ ，

$$\therefore x_1 = 7, \quad x_2 = -1.$$

**【点评】**本题主要考查解一元二次方程，解一元二次方程常用的方法有：直接开平方法、因式分解法、公式法及配方法，解题的关键是根据方程的特点选择简便的方法。

17. 为弘扬中华民族传统文化，某市举办了中小学生“国学经典大赛”，比赛项目为： $A$ . 唐诗； $B$ . 宋词； $C$ . 论语； $D$ . 三字经。比赛形式分“单人组”和“双人组”。

(1) 小华参加“单人组”，他从中随机抽取一个比赛项目，恰好抽中“论语”的概率是  $\frac{1}{4}$ 。

(2) 小明和小红组成一个小组参加“双人组”比赛，比赛规则是：同一小组的两名队员的比赛项目不能相同，且每人只能随机抽取一次。则小明和小红都没有抽到“三字经”的概率是多少？请用画树状图或列表的方法进行说明。

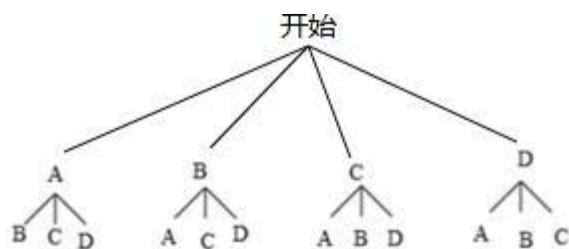
**【分析】**(1) 直接利用概率公式求解；

(2) 先画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出恰好小明和小红都没有抽到“三字经”的结果数，然后根据概率公式求解。

**【解答】**解：(1) 他从中随机抽取一个比赛项目，恰好抽中“三字经”的概率为  $\frac{1}{4}$ ，

故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

(2) 画树状图为：



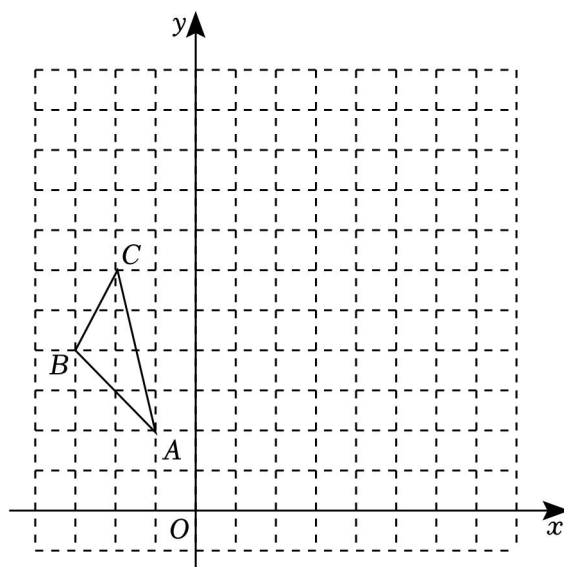
共有 12 种等可能的结果数，其中小明和小红都没有抽到“三字经”的结果数为 6；

所以小明和小红都没有抽到“三字经”的概率  $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

**【点评】** 本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出  $n$ ，再从中选出符合事件  $A$  或  $B$  的结果数目  $m$ ，然后根据概率公式求出事件  $A$  或  $B$  的概率。

18. 如图，在平面直角坐标系中，已知  $\triangle ABC$  三个顶点的坐标分别为  $A(-1, 2)$ ， $B(-3, 4)$ ， $C(-2, 6)$ 。

- (1) 画出  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2)  $\triangle ABC$  的面积是 3（直接填结果）；
- (3) 在网格内以原点  $O$  为位似中心，画出将  $\triangle A_1B_1C_1$  三条边放大为原来的 2 倍后的  $\triangle A_2B_2C_2$ 。

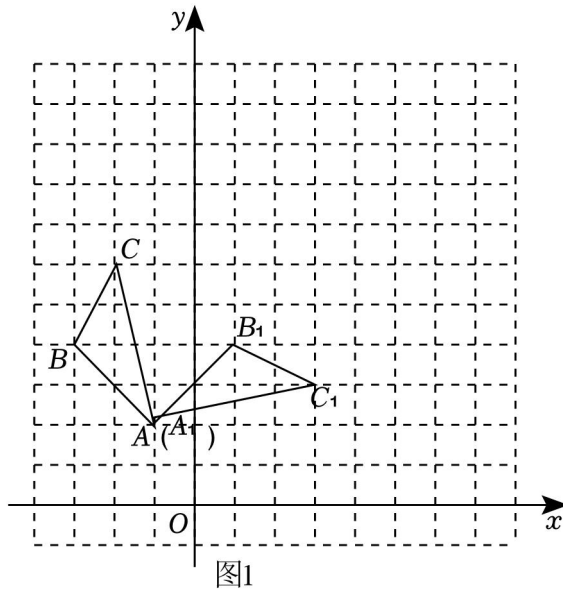


**【分析】** (1) 利用网格特点和旋转的性质画出点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对应点  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ ，从而得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 利用面积计算公式计算即可；

(3) 延长  $OA$  到  $A_2$  使  $A_1A_2 = OA_1$ ，则点  $A$  为点  $A_1$  的对应点，同样方法作出  $B_1$ 、 $C_1$  的对应点  $B_2$ 、 $C_2$ ，从而得到  $\triangle A_2B_2C_2$ 。

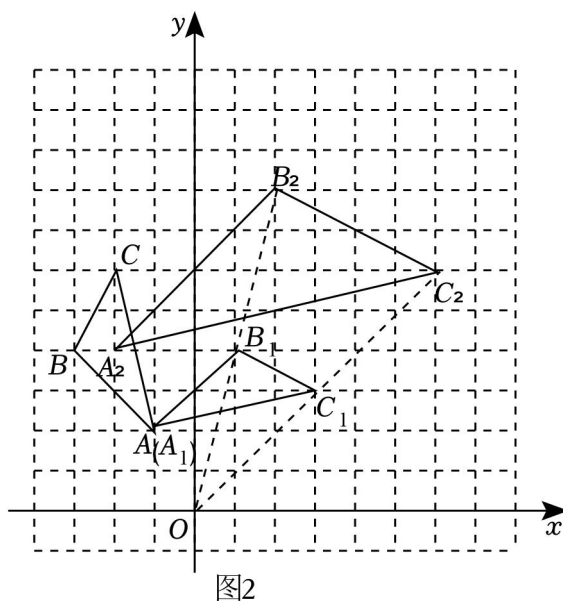
**【解答】** 解：(1) 画出  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ，如下图：



$$(2) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 3;$$

故答案为：3；

(3) 在网格内以原点  $O$  为位似中心，画出将  $\triangle A_1B_1C_1$  三条边放大为原来的 2 倍后的  $\triangle A_2B_2C_2$ ，如图 2：



**【点评】** 本题考查了作图 - 位似变换：先确定位似中心再分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；接着根据位似比，确定能代表所作的位似图形的关键点；然后顺次连接上述各点，得到放大或缩小的图形。

19. 在水果销售旺季，某水果店购进一优质水果，进价为 20 元/千克，售价不低于 20 元/千克，且不超过 32 元/千克，根据销售情况，发现该水果一天的销售量  $y$ （千克）与该天的

售价  $x$  (元/千克) 满足如下表所示的函数关系.

销售量 $y$ (千克)	...	34.8	32	29.6	28	...
售价 $x$ (元/千克)	...	22.6	24	25.2	26	...

(1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式.

(2) 某天这种水果的售价为 23.5 元/千克, 求当天该水果的销售量.

(3) 如果某天销售这种水果获利 150 元, 那么该天水果的售价为多少元?

**【分析】** (1) 我们根据表中的信息, 根据待定系数法可求函数关系式;

(2) 代入  $x = 23.5$  即可求出结论;

(3) 根据总利润 = 每千克利润  $\times$  销售数量, 即可得出关于  $x$  的一元二次方程, 解之取其较小值即可得出结论

**【解答】** 解: (1) 设  $y$  与  $x$  之间的一个函数关系式为  $y = kx + b$ ,

$$\text{则} \begin{cases} 32 = 24k + b \\ 28 = 26k + b \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} k = -2 \\ b = 80 \end{cases},$$

所以,  $y$  与  $x$  之间的关系式为:  $y = -2x + 80$ ;

(2) 当  $x = 23.5$  时,  $y = -2x + 80 = 33$ .

答: 当天该水果的销售量为 33 千克.

(3) 根据题意得:  $(x - 20)(-2x + 80) = 150$ ,

解得:  $x_1 = 35$ ,  $x_2 = 25$ .

$\because 20 < x < 32$ ,

$\therefore x = 25$ .

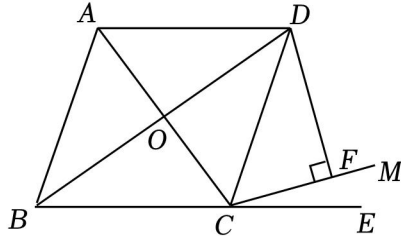
答: 如果某天销售这种水果获利 150 元, 那么该天水果的售价为 25 元.

**【点评】** 本题考查了一元二次方程的应用以及一次函数的应用, 解题的关键是: (1) 根据表格内的数据, 利用待定系数法求出一次函数关系式; (3) 找准等量关系, 正确列出一元二次方程.

20. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $BD$  平分  $\angle ABC$ .

(1) 求证：四边形  $ABCD$  是菱形；

(2) 连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$ ，延长  $BC$  到点  $E$ ，在  $\angle DCE$  的内部作射线  $CM$ ，使得  $\angle ECM = 15^\circ$ ，过点  $D$  作  $DF \perp CM$  于点  $F$ 。若  $\angle ABC = 70^\circ$ ， $DF = \sqrt{5}$ ，求  $\angle ACD$  的度数及  $BD$  的长。



**【分析】**(1) 由平行线的性质和角平分线的定义得  $\angle BDC = \angle DBC$ ，则  $BC = CD$ ，然后由菱形的判定即可得出结论；

(2) 由菱形的性质得  $BO = DO$ ， $\angle DCA = \angle BCA = \frac{1}{2}\angle BCD$ ， $AC \perp BD$ ， $AB \parallel CD$ ，再证  $\angle DCA = \angle DCM$ ，然后由角平分线的性质得  $DO = DF = \sqrt{5}$ ，即可得出结论。

**【解答】**(1) 证明： $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$ ，

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle DBC$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle DBC$ ，

$\therefore BC = CD$ ，

$\therefore \square ABCD$  是菱形；

(2) 解：由 (1) 可知，四边形  $ABCD$  是菱形，

$\therefore BO = DO$ ， $\angle DCA = \angle BCA = \frac{1}{2}\angle BCD$ ， $AC \perp BD$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ， $\angle DCE = \angle ABC = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle DCA = \frac{1}{2}\angle BCD = 55^\circ$ ，

$\because \angle ECM = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle DCM = \angle DCE - \angle ECM = 70^\circ - 15^\circ = 55^\circ$ ，

$\therefore \angle DCA = \angle DCM$ ，

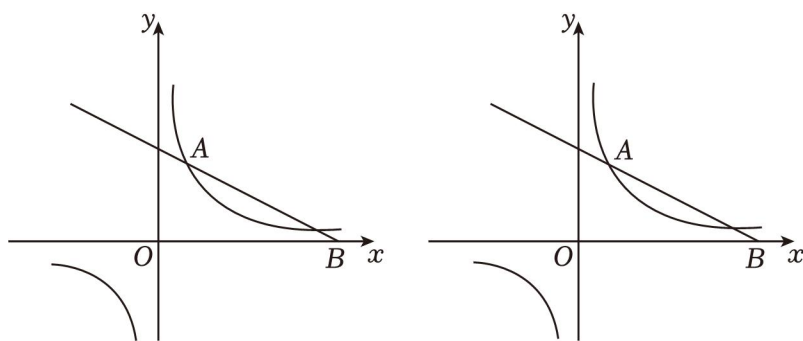
$\therefore DF \perp CM$ ， $BD \perp AC$ ，

$$\therefore DO = DF = \sqrt{5},$$

$$\therefore BD = 2DO = 2\sqrt{5}.$$

**【点评】** 本题考查了菱形的判定与性质、平行四边形的性质、等腰三角形的判定以及角平分线的性质等知识，熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键.

21. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = kx + 7 (k \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $B(14, 0)$ ，与反比例函数  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$  的图象交于  $A(a, 6)$ .



备用图

(1) 求一次函数的解析式和反比例函数的解析式;

(2) 若点  $P$  是第一象限内反比例函数图象上一点. 过点  $P$  作  $x$  轴的平行线  $PQ$  交一次函数图象于点  $Q$ ，作直线  $AP$  交  $x$  轴于点  $C$ ，若  $S_{\triangle APQ} : S_{\triangle ACB} = 1:4$ ，求点  $P$  的坐标;

(3) 定义：若矩形的周长是面积的  $n$  倍 ( $n > 0$ )，则称该矩形为“ $n$  倍积矩形”. 例如，若一个矩形周长为 18，面积为 6， $n = 18 \div 6 = 3$ ，则称该矩形为“3 倍积矩形”. 若点  $D$  是第一象限内反比例函数图象上一点. 过  $D$  作  $DM \perp x$  轴于点  $M$ ，作  $DN \perp y$  轴于点  $N$ . 若矩形  $DNOM$  是“ $n$  倍积矩形”， $n$  最小可以取多少? 当  $n$  取最小值时，求出  $D$  点的坐标.

**【分析】** (1) 先求出一次函数解析式，再求出反比例函数解析式即可;

(2) 利用  $PQ \parallel x$  轴，可得  $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ ，根据  $S_{\triangle APQ} : S_{\triangle ACB} = 1:4$  可得点  $Q$  是线段  $AB$  的中点，易得点  $Q$  坐标，继而求得点  $P$  坐标;

(3) 根据矩形面积一定，设点  $D$  坐标为  $(m, \frac{12}{m})$ ，根据新定义列出  $n = \frac{m^2 + 12}{6m}$ ，( $m > 0$ ， $n$  取自然数)，讨论即可.

**【解答】** 解：(1)  $\because$  一次函数  $y = kx + 7 (k \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $B(14, 0)$ ，

$$\therefore 14k + 7 = 0. \text{ 解得 } k = -\frac{1}{2},$$

∴ 一次函数解析式为： $y = -\frac{1}{2}x + 7$ ；

∴ 一次函数  $y = kx + 7$  与反比例函数  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$  的图象交于  $A(a, 6)$ ，

∴  $-\frac{1}{2}a + 7 = 6$ ，解得  $a = 2$ ，即  $A(2, 6)$ ，

∴  $m = 2 \times 6 = 12$ ，

∴ 反比例函数解析式为： $y = \frac{12}{x}$ ；

(2) ∵  $PQ \parallel BC$ ，

∴  $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ ，

∴  $S_{\triangle APQ} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4$ ，

∴  $\frac{AQ}{AB} = \frac{1}{2}$ ，

∴ 点  $Q$  是线段  $AB$  的中点，

∴  $A(2, 6)B(14, 0)$ ，

∴  $Q(8, 3)$ ，

当  $y = 3$  时， $3 = \frac{12}{x}$ ，解得  $x = 4$ ，

∴ 点  $P$  的坐标为  $(4, 3)$ ；

(3) ∵ 点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{12}{x}$  的图象上，

∴  $S_{\text{矩形}OMDN} = 12$ ，

设点  $D$  的坐标为  $(m, \frac{12}{m})$ ，则周长为  $2(m + \frac{12}{m})$ ，

根据题意： $n = \frac{2(m + \frac{12}{m})}{12} = \frac{1}{6}(m + \frac{12}{m}) = \frac{m^2 + 12}{6m}$ ，( $m > 0$ ， $n$  取自然数)，

当  $n = 1$  时， $m^2 - 6m + 12 = 0$ ， $\Delta = 36 - 48 < 0$ ，无解；

当  $n = 2$  时， $m^2 - 12m + 12 = 0$ ， $\Delta = 144 - 48 = 96 > 0$ ，

∴  $m = \frac{12 \pm \sqrt{96}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{6}$ ，

此时  $n$  为最小，

∴ 点  $D$  的坐标为  $(6 + 2\sqrt{6}, 6 - 2\sqrt{6})$  或  $(6 - 2\sqrt{6}, 6 + 2\sqrt{6})$ 。

**【点评】** 本题考查了反比例函数的性质，矩形的性质以及新定义，熟练掌握反比例函数的性质是解答本题的关键。

