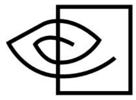
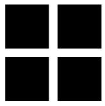
2023年广东省深圳市龙岗区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题有四个选项，其中只有一个是正确的）

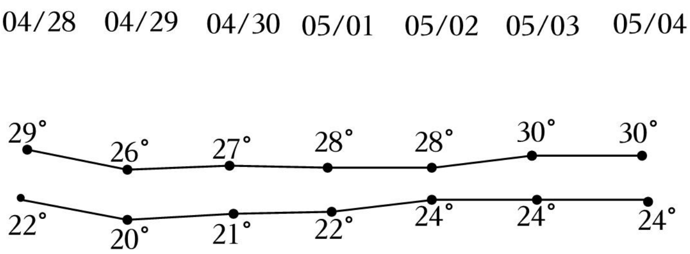
1．（3分）（2023•龙岗区二模）$-\frac{1}{2}$的绝对值是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．﹣2　　C．2　　D．$-\frac{1}{2}$

2．（3分）（2023•龙岗区二模）未来将是一个可以预见的*AI*时代．*AI*一般指人工智能，它研究、开发用于模拟、延伸和扩展人的智能的理论、方法、技术及应用系统的一门新的技术科学．下列是世界著名人工智能品牌公司的图标，其中是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

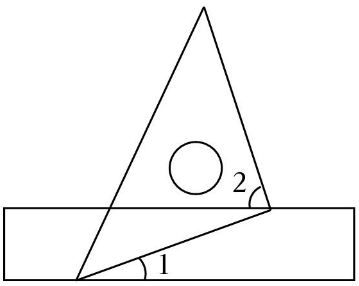
A．　　B．　　C．　　D．

3．（3分）（2023•龙岗区二模）4月28日到5月4日的深圳天气如图所示，其中最低气温分别为：22℃，20℃，21℃，22℃，24℃，24℃，24℃，这组最低气温数据中的众数是（　　）



A．22℃　　B．20℃　　C．21℃　　D．24℃

4．（3分）（2023•龙岗区二模）一个直尺和一个含45°的直角三角板按如图方式叠合在一起（三角板的两个顶点分别在直尺的边上），若∠1＝20°，则∠2的度数是（　　）



A．20°　　B．65°　　C．70°　　D．75°

5．（3分）（2023•龙岗区二模）2023年3月9日消息，市场研究机构*Counterpoint*发布了最

新全球电动汽车市场报告，2022 年总计销量超 1020 万辆，比亚迪、特斯拉和大众集团位列排行榜前三．中国、德国和美国已经成为全球新三大电动车市场．将 1020 万用科学记数法表示正确的是（　　）

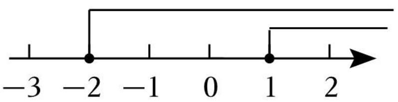
A．0.102×10^{8}　　B．1.02×10^{7}　　C．10.2×10^{7}　　D．102×10^{4}

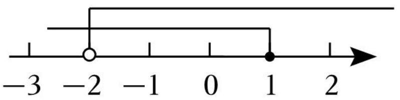
6．（3 分）（2023•龙岗区二模）下列整式运算正确的是（　　）

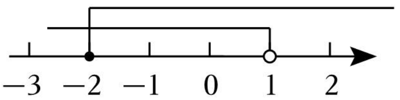
A．$6a+4b=10ab$　　B．$a^{2}b^{3}\div a=b^{3}$

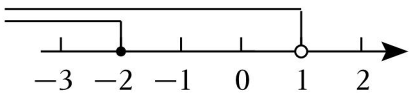
C．$(-a^{3}b)^{2}=-a^{6}b^{2}$　　D．$a^{3}\cdot a^{4}=a^{7}$

7．（3 分）（2023•龙岗区二模）已知不等式组$\begin{cases}x<1\\2x-1\geq-5\end{cases}$，其解集在数轴上表示正确的是（　　）

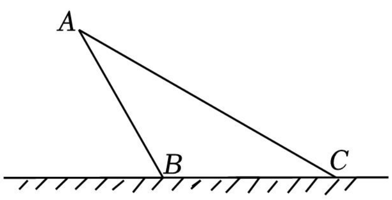
A．

B．

C．

D．

8．（3 分）（2023•龙岗区二模）港珠澳大桥是世界上最长的跨海大桥，被誉为“现代世界七大奇迹”的超级工程，它是我国从桥梁大国走向桥梁强国的里程碑之作．港珠澳大桥主桥为三座大跨度钢结构斜拉桥，其中九洲航道桥主塔造型取自“风帆”，寓意“扬帆起航”，某校九年级学生为了测量该主塔的高度，站在 B 处看塔顶 A，仰角为 60°，然后向后走 160 米（$BC=160$ 米），到达 C 处，此时看塔顶 A，仰角为 30°，则该主塔的高度是（　　）



A．80 米　　B．$80\sqrt{3}$米　　C．160 米　　D．$80\sqrt{2}$米

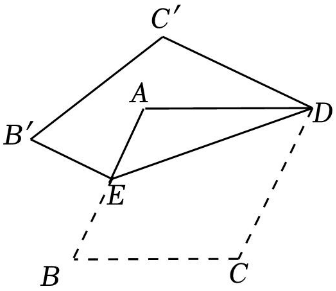
9．（3 分）（2023•霍林郭勒市二模）杨辉是世界上第一个排出丰富的纵横图和讨论其构成规律的数学家．他与秦九韶、李冶、朱世杰并称“宋元数学四大家”．他所著《田亩比类乘

除算法》（1275 年）提出的这样一个问题："直田积（矩形面积）八百六十四步（平方步），只云阔（宽）不及长一十二步（宽比长少一十二步）．问阔及长各几步．" 若设阔为 x 步，则可列方程（　　）

A．$x(x+12)=864$　　　　B．$x(x-12)=864$

C．$x(x+6)=864$　　　　D．$x(x-6)=864$

10．（3 分）（2023•龙岗区二模）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AD=5$，$\tan B=2$，E 是 AB 上一点，将菱形 $ABCD$ 沿 DE 折叠，使 B、C 的对应点分别是 B'、C'，当 $\angle BEB'=90^\circ$ 时，则点 C' 到 BC 的距离是（　　）



A．$5+\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}+2$　　C．6　　D．$3\sqrt{5}$

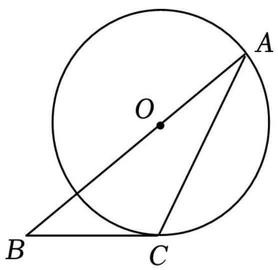
二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11．（3 分）（2023•寿宁县模拟）因式分解：$a^2-16=$________________．

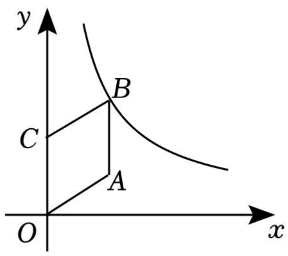
12．（3 分）（2023•龙岗区二模）2022 年 10 月 12 日，"天宫课堂"第三课在中国空间站正式开讲．神舟十四号航天员陈冬、刘洋、蔡旭哲作为"太空教师"，为广大青少年带来了一堂精彩绝伦的太空科普课，点燃了无数青少年心中的科学梦想．深圳某学校组织了首届"航天梦报国情"演讲比赛，共 4 名选手进入决赛．比赛规定，以抽签方式决定决赛选手的出场顺序，主持人将出场顺序的数字 1，2，3，4 分别写在 4 张同样卡片的正面，背面朝上，选手小星第一个抽，恰好抽到"数字 2"的概率是 ____________________．

13．（3 分）（2023•龙岗区二模）如图，BC 与⊙O 相切于点 C，BO 的延长线交⊙O 于点 A，连接 AC，若 $\angle B=40^\circ$，则

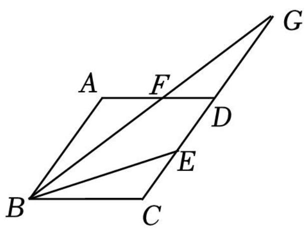
$\angle A$=__________.



14．（3 分）（2023•龙岗区二模）如图，四边形 $OABC$ 是面积为 4 的菱形，$\angle ABC$＝60°，点 C 在 y 轴正半轴上，若反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过点 B，则 k＝_______.



15．（3 分）（2023•龙岗区二模）如图，在▱$ABCD$ 中，E 是 CD 的中点，F 是 AD 上的一点，$\angle ABF=\angle FBE=\angle CBE$，延长 BF 交 CD 的延长线于点 G，若 GF＝8，BF＝10，则 CE＝______________________.



三、解答题（本题共 7 小题，共 55 分）

16．（5 分）（2023•龙岗区二模）计算：$(\pi-2023)^0-2\cos45°-|-\sqrt{2}|+\sqrt{8}$.

17．（7 分）（2023•龙岗区二模）先化简，再求值：$\left(\frac{2x}{x+1}-1\right)\div\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}$，其中 x＝3．

18．（8 分）（2023•龙岗区二模）青少年体重指数（BMI）是评价青少年营养状况、肥胖的一种衡量方式，其中体重指数 BMI 计算公式：$BMI=\frac{G}{h^2}$（kg/m^2），G 表示体重（kg），h 表示身高（m），《国家学生体质健康标准》将学生体重指数（BMI）分成四个等级（如表）.

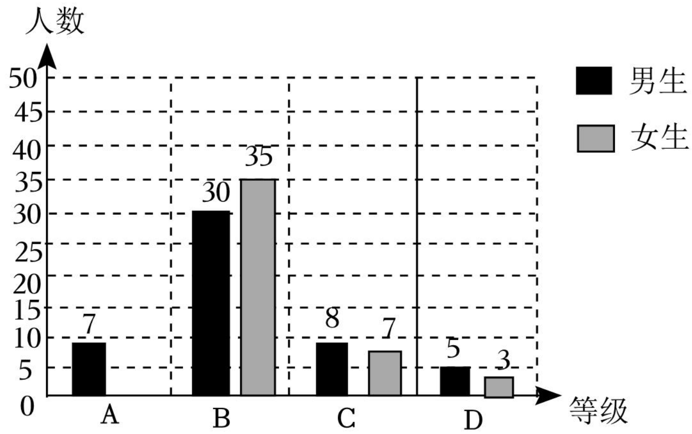
等级	偏度（A）	标准（B）	超重（C）	肥胖（D）
男	$BMI\leqslant15.7$	$15.7<BMI\leqslant22.5$	$22.5<BMI\leqslant25.4$	$BMI>25.4$
女	$BMI\leqslant15.4$	$15.4<BMI\leqslant22.2$	$22.2<BMI\leqslant24.8$	$BMI>24.8$

深圳市某中学调查小组为了解本校学生体重指数分布情况，进行了相应数据的收集、整理、描述和分析．

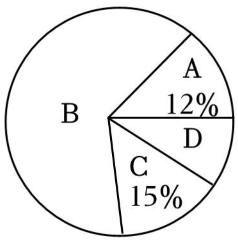
【数据收集】调查小组从本校学生中随机抽取部分学生进行问卷调查，并收集数据．

【数据整理】根据收集的数据，绘制了以下两幅不完整的统计图．

男、女生体重指数（BMI）等级的人数分布情况



所有调查学生体重指数 (BMI) 等级人数占比情况



【问题解决】：请根据以上信息，解决下列问题：

（1）根据统计表的信息，本次调查的样本容量是 ＿＿＿＿＿＿；

（2）请补全条形统计图；

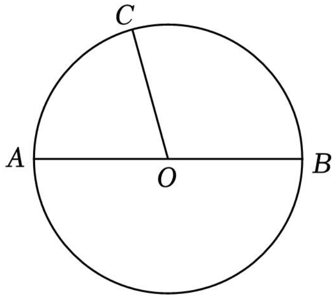
（3）所调查的男生体重指数（BMI）的中位数落在 ＿＿＿＿等级；（只填字母）

（4）每年 5 月 11 日是世界防治肥胖日，若该校共 2000 名学生，请你估计全校体重指标为“肥胖”的学生人数约为多少人？请对该校学生体重情况作出评价，并提出合理化建议．

19．（7 分）（2023•龙岗区二模）如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上的一点．

（1）实践与操作：在$\widehat{AC}$上求作点 P，使得 P 为$\widehat{AC}$的中点；（要求：尺规作图并保留作图痕迹，不写作法，标明字母）

（2）推理与计算：在（1）的条件下，连接 AP，AC，若$AP=\sqrt{10}$，AC＝6，求⊙O 的半径．



20．（8 分）（2023•龙岗区二模）中国是茶的故乡，中国茶文化博大精深，源远流长．某校为让学生学习茶道文化，感受茶艺的魅力，弘扬并传承民族文化．拟开设“茶艺社团”，现需采购 A、B 两种不同的茶具．已知 B 种茶具每套的采购价是 A 种茶具的$\frac{4}{3}$倍，且用 3000 元采购 A 种茶具的数量比用 3000 元采购 B 种茶具的数量的多 10 套．

（1）A、B 两种茶具每套采购价分别为多少元？

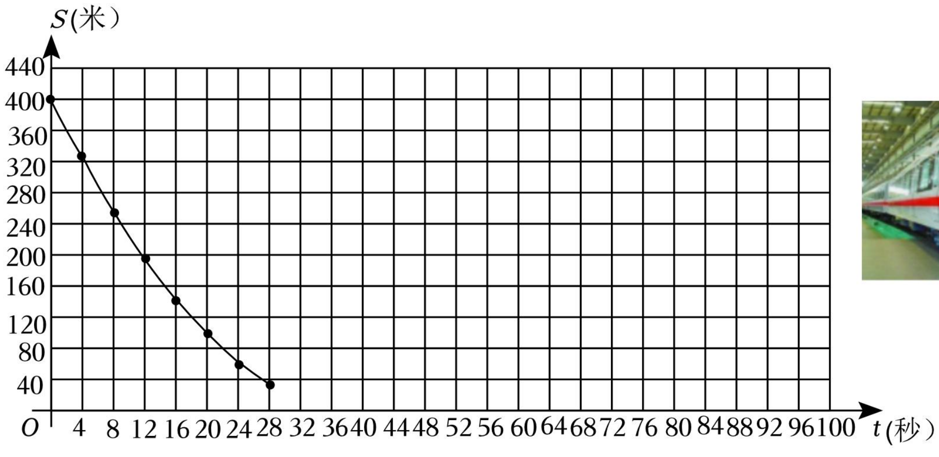
（2）若学校需要采购 A、B 两种茶具共 80 套，供货商对 B 种茶具按采购价的八折进行供货，总费用不超过 6240 元，则学校最少购进 A 种茶具多少套？

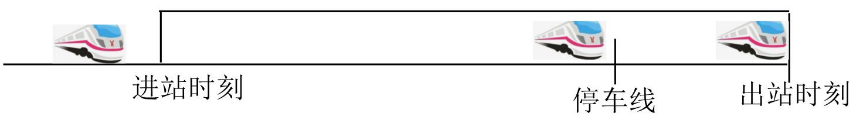
21．（10 分）（2023•龙岗区二模）深圳地铁 16 号线（*Shenzhen Metro Line* 16），又称“深圳地铁龙坪线”，是深圳市境内第 16 条建成运营的地铁线路，于 2022 年 12 月 28 日开通运营一期工程（大运站至田心站）．数学小组成员了解到 16 号线地铁进入某站时在距离停车线 400 米处开始减速．他们想了解地铁从减速开始，经过多少秒在停车线处停下？为解决这一问题，数学小组建立函数模型来描述地铁列车车头离停车线的距离 s（米）与时间 t（秒）的函数关系，再应用该函数解决相应问题．

（1）【建立模型】①收集数据：

t（秒）	0	4	8	12	16	20	24	28	…
s（米）	400	324	256	196	144	100	64	36	…

②绘制图象：在平面直角坐标系中描出所收集数据对应的点，并用光滑的曲线依次连接．





③猜想模型：观察这条曲线的形状，它可能是 ________函数的图象．（请填写选项）

A．一次　*B*．二次　*C*．反比例

④求解析式：请根据表格的数据，求出 s 关于 t 的解析式（自变量 t 的取值范围不作要求）；

⑤验证结论：将数据中的其余几对值代入所求的解析式，发现它们 ________满足该函数解析式；（填"都"或"不都"）

（2）【问题解决】：地铁从减速开始，经过 __________秒在停车线处停下；

（3）【拓展应用】：已知 16 号地铁列车在该地铁站经历的过程如下：进站：车头从进站那一刻起到停车线处停下，用时 24 秒；停靠：列车停靠时长为 40 秒（即列车停稳到再次启动停留的时间为 40 秒）；出站：列车再次启动到列车车头刚好出站，用时 5 秒．数学小组经计算得知，在地铁列车出站过程中，列车车头离停车线的距离 s（米）与时间 t（秒）的函数关系变为$s=\frac{1}{2}(t-80)^2(80\le t\le 100)$，请结合函数图象，求出该地铁站的长度是 _____________米．

22．（10 分）（2023•龙岗区二模）（1）如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，E、F 分别为 AB、BC 边上的点且 $BE=BF$，延长 AB 至 G 使得 $BG=BC$，延长 GF 交 CE 于点 H，求证：$GH\perp CE$；

（2）如图 2，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$BC=4$，将△ABC 绕点 B 顺时针旋转至△EBF，且点 E 落在 AC 上，求 $\sin\angle CEF$ 的值；

（3）如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD+\angle BCD=90°$，$BC=6$，$CD=3\sqrt{3}$，$\sin\angle BCD=\frac{1}{3}$，连接 AC，BD，当△ABD 是以 BD 为腰的等腰三角形时，直接写出 AC 的值．

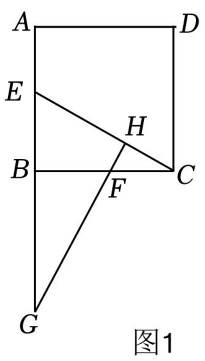


图1

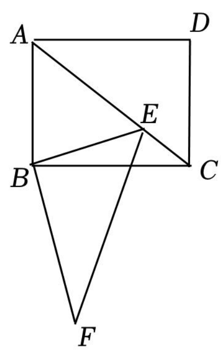


图2

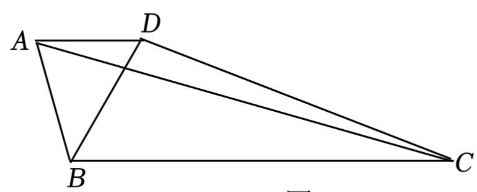
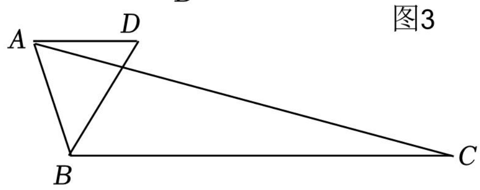


图3



（图3备用图）

2023年广东省深圳市龙岗区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题有四个选项，其中只有一个是正确的）

1．（3分）（2023•龙岗区二模）$-\frac{1}{2}$的绝对值是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．－2　　　　C．2　　　　D．$-\frac{1}{2}$

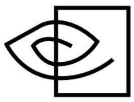
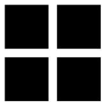
【分析】负有理数的绝对值是它的相反数，由此即可得到答案．

【解答】解：$-\frac{1}{2}$的绝对值是$\frac{1}{2}$．

故选：A．

【点评】本题考查绝对值，关键是掌握绝对值的意义．

2．（3分）（2023•龙岗区二模）未来将是一个可以预见的AI时代．AI一般指人工智能，它研究、开发用于模拟、延伸和扩展人的智能的理论、方法、技术及应用系统的一门新的技术科学．下列是世界著名人工智能品牌公司的图标，其中是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．　　C．　　D．

【分析】根据轴对称图形的定义以及中心对称图形的定义解决此题．

【解答】解：A．该图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不合题意；

B．该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项符合题意；

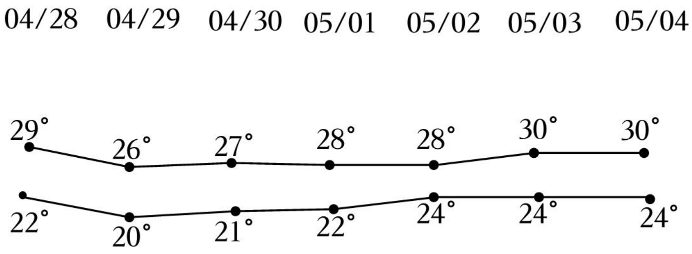
C．该图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不合题意；

D．该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：B．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合．

3．（3分）（2023•龙岗区二模）4月28日到5月4日的深圳天气如图所示，其中最低气温分别为：22℃，20℃，21℃，22℃，24℃，24℃，24℃，这组最低气温数据中的众数是（　　）



A．22℃　　B．20℃　　C．21℃　　D．24℃

【分析】根据众数的定义求解即可．

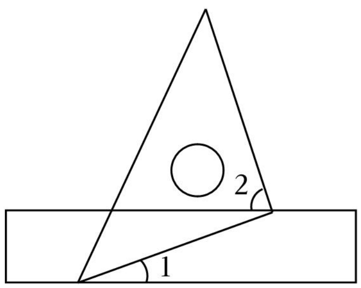
【解答】解：这组数据中 24 出现 3 次，次数最多，

所以这组数据的众数为 24，

故选：D．

【点评】本题主要考查众数，解题的关键是掌握众数的定义．

4．（3 分）（2023•龙岗区二模）一个直尺和一个含 45° 的直角三角板按如图方式叠合在一起（三角板的两个顶点分别在直尺的边上），若∠1＝20°，则∠2 的度数是（　　）



A．20°　　B．65°　　C．70°　　D．75°

【分析】根据两直线平行，内错角相等得出∠3，进而解答即可．

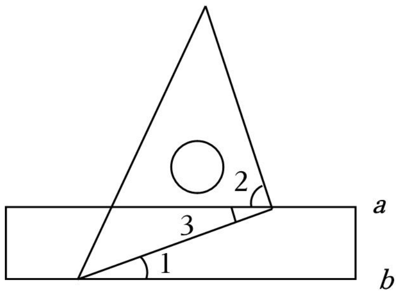
【解答】解：如图：

∵$a // b$，

∴∠1＝∠3＝20°，

∴∠2＝90°﹣20°＝70°，

故选：C．



【点评】此题考查平行线的性质，关键是根据两直线平行，内错角相等解答．

5．（3 分）（2023•龙岗区二模）2023 年 3 月 9 日消息，市场研究机构 *Counterpoint* 发布了最新全球电动汽车市场报告，2022 年总计销量超 1020 万辆，比亚迪、特斯拉和大众集团位列排行榜前三．中国、德国和美国已经成为全球新三大电动车市场．将 1020 万用科学记数法表示正确的是（　　）

A．0.102×10^{8}　　B．1.02×10^{7}　　C．10.2×10^{7}　　D．102×10^{4}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 $\geqslant10$ 时，n 是正整数；当原数的绝对值 <1 时，n 是负整数．

【解答】解：1020 万＝10200000＝1.02×10^{7}．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

6．（3 分）（2023•龙岗区二模）下列整式运算正确的是（　　）

A．$6a+4b=10ab$　　B．$a^{2}b^{3}\div a=b^{3}$

C．$(-a^{3}b)^{2}=-a^{6}b^{2}$　　D．$a^{3}\cdot a^{4}=a^{7}$

【分析】利用整式的除法的法则，合并同类项的法则，同底数幂的乘法的法则，积的乘方的法则对各项进行运算即可．

【解答】解：A、$6a$ 与 $4b$ 不属于同类项，不能合并，故 A 不符合题意；

B、$a^{2}b^{3}\div a=ab^{3}$，故 B 不符合题意；

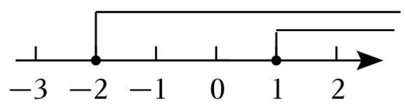
C、$(-a^{3}b)^{2}=a^{6}b^{2}$，故 C 不符合题意；

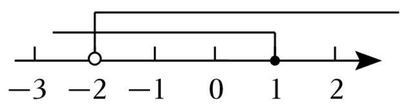
D、$a^{3}\cdot a^{4}=a^{7}$，故 D 符合题意；

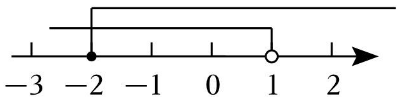
故选：D．

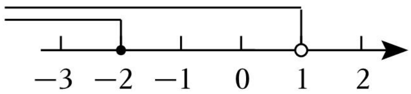
【点评】本题主要考查整式的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握．

7．（3 分）（2023•龙岗区二模）已知不等式组$\begin{cases}x<1\\2x-1\geq-5\end{cases}$，其解集在数轴上表示正确的是（　　）

A．

B．

C. 

D. 

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到确定不等式组的解集，即可得出答案．

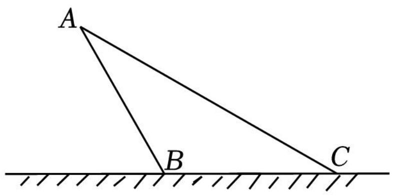
【解答】解：解不等式 $2x-1\geqslant-5$ 得，$x\geqslant-2$，

∴原不等式组的解集为 $-2\leqslant x<1$．

故选：C．

【点评】本题考查解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式的解集是基础，熟知“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到”的原则是解答本题的关键．

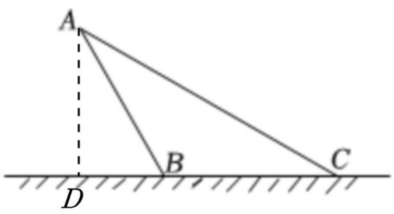
8．（3 分）（2023•龙岗区二模）港珠澳大桥是世界上最长的跨海大桥，被誉为“现代世界七大奇迹”的超级工程，它是我国从桥梁大国走向桥梁强国的里程碑之作．港珠澳大桥主桥为三座大跨度钢结构斜拉桥，其中九洲航道桥主塔造型取自“风帆”，寓意“扬帆起航”，某校九年级学生为了测量该主塔的高度，站在 B 处看塔顶 A，仰角为 60°，然后向后走 160 米（$BC=160$ 米），到达 C 处，此时看塔顶 A，仰角为 30°，则该主塔的高度是（　　）



A．80 米　　B．$80\sqrt{3}$米　　C．160 米　　D．$80\sqrt{2}$米

【分析】过点 A 作 $AD\perp CB$，垂足为 D，先根据三角形的外角性质可得 $\angle BAC=\angle ACD=30^\circ$，从而可得 $AB=BC=160$ 米，然后在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 AD 的长，即可解答．

【解答】解：过点 A 作 $AD\perp CB$，垂足为 D，



∵$\angle ABD$ 是$\triangle ABC$ 的一个外角，$\angle ABD=60^\circ$，$\angle ACD=30^\circ$，

$\therefore \angle BAC=\angle ABD-\angle ACD=30°$，

$\therefore \angle BAC=\angle ACD=30°$，

$\therefore AB=BC=160$ 米，

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AD=AB\cdot\sin60°=160\times\frac{\sqrt{3}}{2}=80\sqrt{3}$（米），

$\therefore$该主塔的高度是 $80\sqrt{3}$米，

故选：B．

【点评】本题考查了解直角三角形的应用－仰角俯角问题，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

9．（3 分）（2023•霍林郭勒市二模）杨辉是世界上第一个排出丰富的纵横图和讨论其构成规律的数学家．他与秦九韶、李冶、朱世杰并称“宋元数学四大家”．他所著《田亩比类乘除算法》（1275 年）提出的这样一个问题：“直田积（矩形面积）八百六十四步（平方步），只云阔（宽）不及长一十二步（宽比长少一十二步）．问阔及长各几步．”若设阔为 x 步，则可列方程（　　）

A．$x(x+12)=864$　　B．$x(x-12)=864$

C．$x(x+6)=864$　　D．$x(x-6)=864$

【分析】根据矩形长与宽之间的关系，可得出长为（$x+12$）步，再结合矩形的面积为八百六十四平方步，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解．

【解答】解：$\because$宽比长少一十二步，且阔（宽）为 x 步，

$\therefore$长为（$x+12$）步，

又$\because$直田积（矩形面积）八百六十四步（平方步），

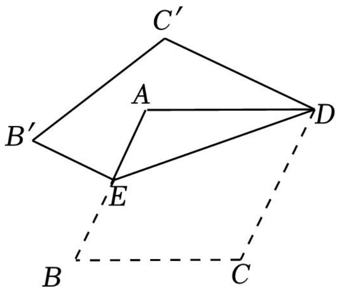
$\therefore$根据题意可列出方程 $x(x+12)=864$．

故选：A．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程以及数学常识，找准等量关系，正

确列出一元二次方程是解题的关键.

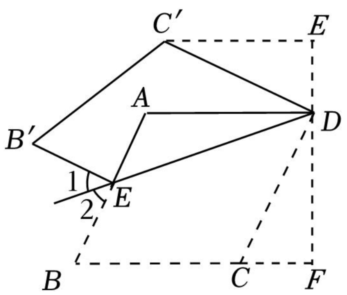
10.（3分）（2023•龙岗区二模）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AD=5$，$\tan B=2$，E 是 AB 上一点，将菱形 $ABCD$ 沿 DE 折叠，使 B、C 的对应点分别是 B'、C'，当 $\angle BEB'=90^{\circ}$ 时，则点 C' 到 BC 的距离是（　　）



A．$5+\sqrt{5}$　　　B．$2\sqrt{5}+2$　　　C．6　　　D．$3\sqrt{5}$

【分析】延长 DE，将 $\angle BEB'$ 分为 $\angle 1$ 和 $\angle 2$，过点 C' 作 $C'E\parallel AD$，过点 D 作 $DE\perp C'E$ 于点 E，延长 ED 交 BC 的延长线于点 F，由折叠可知 $CD=C'D=5$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle CDE=\angle C'DE$，由 $\angle BEB'=90^{\circ}$ 得 $\angle 1=\angle 2=45^{\circ}$，根据平行线的性质得到 $\angle 2=\angle CDE=45^{\circ}$，于是得到 $\angle CDC'=90^{\circ}$，根据同角的余角相等得 $\angle DCF=\angle C'DE$，以此可通过 AAS 证明 $\triangle DCF\cong\triangle C'DE$，得到 $CF=DE$，再由平行线的性质得到 $\tan B=\tan\angle DCF=2$，以此算出 CF 和 DF，则点 C' 到 BC 的距离为线段 EF 的长度，以此即可求解.

【解答】解：如图，延长 DE，将 $\angle BEB'$ 分为 $\angle 1$ 和 $\angle 2$，过点 C' 作 $C'E\parallel AD$，过点 D 作 $DE\perp C'E$ 于点 E，延长 ED 交 BC 的延长线于点 F，



∵四边形 $ABCD$ 为菱形，$AD=5$，

∴$AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$，$AB=BC=CD=AD=5$，

∵$C'E\parallel AD$，

∴$C'E\parallel AD\parallel BC$，

∵$DE\perp C'E$，

∴$DF\perp BF$，

根据折叠的性质可得，$CD=C'D=5$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle CDE=\angle C'DE$，

∵$\angle BEB'=90°$，

∴$\angle 1=\angle 2=45°$，

∵$BE\parallel CD$，

∴$\angle 2=\angle CDE=45°$，

∴$\angle CDC'=\angle CDE+\angle C'DE=90°$，

∴$\angle C'DE+\angle CDF=90°$，

∵$DCF+\angle\angle CDF=90°$，

∴$\angle DCF=\angle C'DE$，

在$\triangle DCF$和$\triangle C'DE$中，

$$\begin{cases}\angle CFD=\angle DEC'\\ \angle DCF=\angle C'DE，\\ CD=C'D\end{cases}$$

∴$\triangle DCF\cong\triangle C'DE$（$AAS$），

∴$CF=DE$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle B=\angle DCF$，

∴$\tan B=\tan\angle DCF=2$，

在 $Rt\triangle DCF$ 中，$\tan\angle DCF=\frac{DF}{CF}=2$，即 $DF=2CF$，

在 $Rt\triangle DCF$ 中，$CF^2+DF^2=CD^2$，

∴$CF^2+(2CF)^2=5^2$，

解得：$CF=\sqrt{5}$，

∴$CF=DE=\sqrt{5}$，$DF=2CF=2\sqrt{5}$，

∴$EF=DE+DF=3\sqrt{5}$，

即点 C' 到 BC 的距离是 $3\sqrt{5}$.

故选：D.

【点评】本题主要考查菱形的性质、折叠的性质、全等三角形的判定与性质、解直角三角形、勾股定理，根据题意正确作出辅助线，熟练掌握折叠的性质是解题关键.

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11.（3 分）（2023•寿宁县模拟）因式分解：$a^2-16=$ ___（$a+4$）（$a-4$）___.

【分析】利用平方差公式，进行分解即可解答．

【解答】解：$a^2-16=(a+4)(a-4)$，

故答案为：$(a+4)(a-4)$．

【点评】本题考查了因式分解－运用公式法，熟练掌握平方差公式是解题的关键．

12．（3分）（2023•龙岗区二模）2022年10月12日，“天宫课堂”第三课在中国空间站正式开讲．神舟十四号航天员陈冬、刘洋、蔡旭哲作为“太空教师”，为广大青少年带来了一堂精彩绝伦的太空科普课，点燃了无数青少年心中的科学梦想．深圳某学校组织了首届“航天梦报国情”演讲比赛，共4名选手进入决赛．比赛规定，以抽签方式决定决赛选手的出场顺序，主持人将出场顺序的数字1，2，3，4分别写在4张同样卡片的正面，背面朝上，选手小星第一个抽，恰好抽到“数字2”的概率是 __$\frac{1}{4}$__．

【分析】用“数字2”的个数除以数字的总个数即可求得答案．

【解答】解：四张卡片中有1张是数字2，

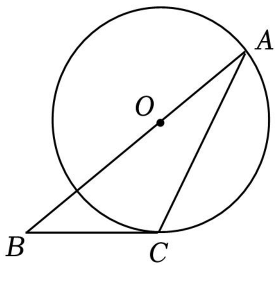
∴恰好抽到“数字2”的概率是$\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$．

【点评】本题考查了概率公式的知识，解题的关键是了解概率的求法，难度不大．

13．（3分）（2023•龙岗区二模）如图，BC与⊙O相切于点C，BO的延长线交⊙O于点A，连接AC，若$\angle B=40°$，则

$\angle A=$__25°__．



【分析】先根据切线的性质得到$\angle OCB=90°$，则利用互余计算出$\angle BOC=50°$，然后根据圆周角定理得到$\angle A$的度数．

【解答】解：连接OC，

∵BC与⊙O相切于点C，

∴$OC\perp AC$，

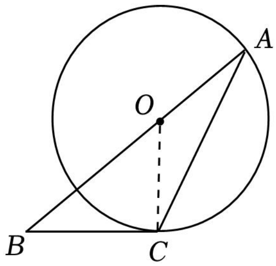
∴$\angle OCB=90°$，

∵$\angle B=40°$，

∴$\angle BOC=90°-\angle A=50°$，

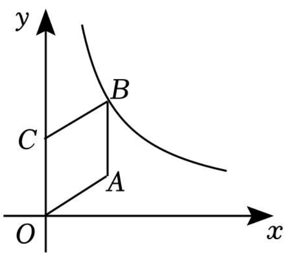
∴$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=25°$．

故答案为：25°．



【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了圆周角定理．

14．（3 分）（2023•龙岗区二模）如图，四边形 $OABC$ 是面积为 4 的菱形，$\angle ABC=60°$，点 C 在 y 轴正半轴上，若反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过点 B，则 k=__6__．



【分析】连接 OB，延长 BA 交 x 轴于 D，设 OD 为 m，表示出 AD 与 AB 的关系，进而求出三角形 OAD 和三角形 OAB 的面积比，根据菱形面积求出三角形 OAB 的面积，再求出三角形 OBD 的面积，利用反比例函数的几何意义求出 k 即可．

【解答】解：连接 OB，延长 BA 交 x 轴于 D，

∴$BD\perp x$ 轴，

∵四边形 $OABC$ 为菱形，

∴$\angle OBD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 60°=30°$，

∴$\angle BOD=60°$，

设 $OD=m$，

∴$AD=OD\cdot\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}m$，

∴$BD=OD\cdot\tan 60°=\sqrt{3}m$，

∴AD：$AB=1$：2，

∴$S_{\triangle OAD}$：$S_{\triangle OAB}=1$：2，

∵四边形 $OABC$ 是面积为 4，

∴$S_{\triangle OAB}=2$，

∴$S_{\triangle OBD}=3$，

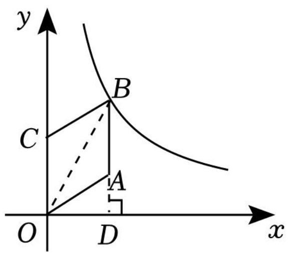
∴$\frac{|k|}{2}=3$，

∴$k=\pm 6$，

∵反比例函数的图象位于第一象限，

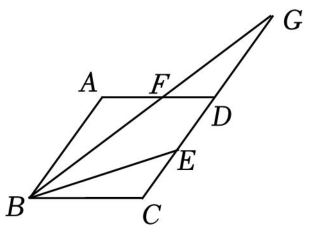
∴$k=6$.

故答案为：6.



【点评】本题考查了反比例函数的关系式的求法，反比例函数的几何意义和菱形的性质及三角函数的运用是解题关键.

15.（3 分）（2023•龙岗区二模）如图，在▱$ABCD$ 中，E 是 CD 的中点，F 是 AD 上的一点，$\angle ABF=\angle FBE=\angle CBE$，延长 BF 交 CD 的延长线于点 G，若 $GF=8$，$BF=10$，则 CE ＝__$\frac{15\sqrt{10}}{13}$__.



【分析】根据平行四边形的性质证明$\triangle ABF\backsim\triangle DGF$，得$\frac{AB}{DG}=\frac{AF}{FD}=\frac{BF}{FG}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$，设 $AB=5a$，则 $DG=4a$，过点 E 作 $EM\perp BG$ 于点 M，$EH\perp BC$ 延长线于点 H，然后证明$\triangle ABF\backsim\triangle CBE$，求出 a 的值，进而可以解决问题.

【解答】解：在▱$ABCD$ 中，$GF=8$，$BF=10$，

∵$AB/\!/CD$，$AB=CD$，

∴$\triangle ABF\backsim\triangle DGF$，

$\therefore \frac{AB}{DG}=\frac{AF}{FD}=\frac{BF}{FG}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$,

设 $AB=5a$，则 $DG=4a$，

$\because E$ 是 CD 的中点，

$\therefore CE=DE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}a$，

$\therefore GE=DG+DE=\frac{13}{2}a$，

如图，过点 E 作 $EM\perp BG$ 于点 M，$EH\perp BC$ 延长线于点 H，

$\because \angle FBE=\angle CBE$，

$\therefore EM=EH$，

$\because \frac{S_{\triangle BEG}}{S_{\triangle BEC}}=\frac{\frac{1}{2}EG\cdot EM}{\frac{1}{2}BC\cdot EH}=\frac{BG}{BC}$, $\frac{S_{\triangle BGE}}{S_{\triangle BCE}}=\frac{EG}{EC}$,

$\therefore \frac{BG}{BC}=\frac{EG}{EC}$,

$\therefore \frac{18}{BC}=\frac{\frac{13}{2}a}{\frac{5}{2}a}$,

$\therefore BC=\frac{90}{13}$,

$\therefore AD=\frac{90}{13}$,

$\because \frac{AF}{FD}=\frac{5}{4}$, $AF+FD=AD$，

$\therefore AF=\frac{5}{9}AD=\frac{50}{13}$,

$\because \angle ABF=\angle CBE$，$\angle A=\angle ECB$，

$\therefore \triangle ABF\backsim\triangle CBE$，

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{AF}{CE}$,

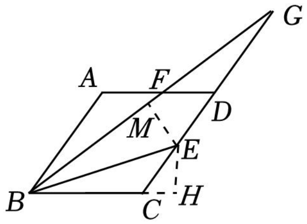
$\therefore AB\cdot CE=AF\cdot BC$，

$\therefore 5a\cdot\frac{5}{2}a=\frac{50}{13}\times\frac{90}{13}$,

解得 $a=\frac{6\sqrt{10}}{13}$或$-\frac{6\sqrt{10}}{13}$（舍去），

$\therefore CE=\frac{5}{2}a=\frac{15\sqrt{10}}{13}$.

故答案为：$\frac{15\sqrt{10}}{13}$.



【点评】本题考查了平行四边形的性质，相似三角形的判定与性质，角平分线的性质，解决本题的关键是得到$\triangle ABF\backsim\triangle CBE$.

三、解答题（本题共 7 小题，共 55 分）

16.（5 分）（2023•龙岗区二模）计算：$(\pi-2023)^0-2cos45°-|-\sqrt{2}|+\sqrt{8}$.

【分析】直接利用零指数幂的性质以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质、二次根式的性质分别化简，进而得出答案.

【解答】解：原式$=1-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=1-\sqrt{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=1$.

【点评】此题主要考查了实数的运算，正确化简各数是解题关键.

17.（7 分）（2023•龙岗区二模）先化简，再求值：$(\frac{2x}{x+1}-1)\div\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}$，其中 $x=3$.

【分析】先算括号内的式子，再算括号外的除法，然后将 $x=3$ 代入化简后的式子计算即可.

【解答】解：$(\frac{2x}{x+1}-1)\div\frac{x^2-2x+1}{x^2+x}$

$=\frac{2x-x-1}{x+1}\cdot\frac{x(x+1)}{(x-1)^2}$

$=\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{x(x+1)}{(x-1)^2}$

$=\frac{x}{x-1}$,

当 $x=3$ 时，原式$=\frac{3}{3-1}=\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查分式的化简求值，熟练掌握运算法则和运算顺序是解答本题的关键.

18.（8 分）（2023•龙岗区二模）青少年体重指数（BMI）是评价青少年营养状况、肥胖的一种衡量方式，其中体重指数 BMI 计算公式：$BMI=\frac{G}{h^2}$（kg/m^2），G 表示体重（kg），h 表示身高（m），《国家学生体质健康标准》将学生体重指数（BMI）分成四个等级（如表）.

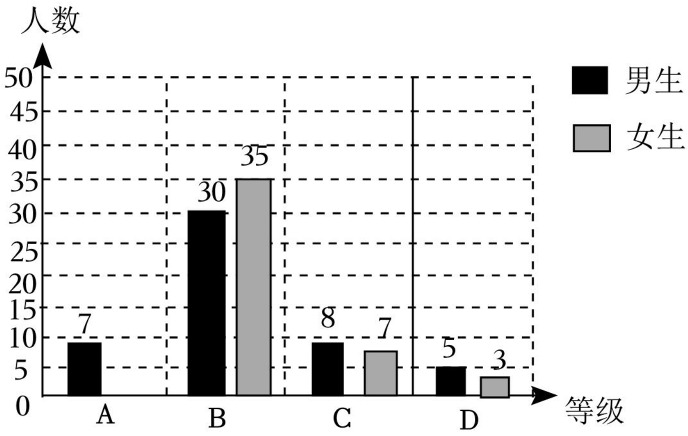
等级	偏度（A）	标准（B）	超重（C）	肥胖（D）
男	$BMI≤15.7$	$15.7<BMI≤22.5$	$22.5<BMI≤25.4$	$BMI>25.4$
女	$BMI≤15.4$	$15.4<BMI≤22.2$	$22.2<BMI≤24.8$	$BMI>24.8$

深圳市某中学调查小组为了解本校学生体重指数分布情况，进行了相应数据的收集、整理、描述和分析．

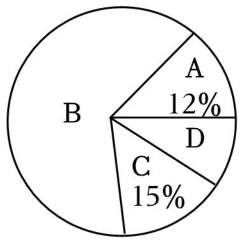
【数据收集】调查小组从本校学生中随机抽取部分学生进行问卷调查，并收集数据．

【数据整理】根据收集的数据，绘制了以下两幅不完整的统计图．

男、女生体重指数（BMI）等级的人数分布情况



所有调查学生体重指数 (BMI) 等级人数占比情况



【问题解决】：请根据以上信息，解决下列问题：

（1）根据统计表的信息，本次调查的样本容量是 __100__；

（2）请补全条形统计图；

（3）所调查的男生体重指数（BMI）的中位数落在 __B__ 等级；（只填字母）

（4）每年 5 月 11 日是世界防治肥胖日，若该校共 2000 名学生，请你估计全校体重指标为“肥胖”的学生人数约为多少人？请对该校学生体重情况作出评价，并提出合理化建议．

【分析】（1）用 C 等级的人数除以 15%可得样本容量；

（2）用样本容量乘 12 可得 A 等级人数，进而得出 A 等级的女生人数，再补全条形统计图即可；

（3）根据中位数的定义解答即可；

（4）利用样本估计总体，可估计出全校体重指标为“肥胖”的学生人数，再根据该数据作出评价即可．

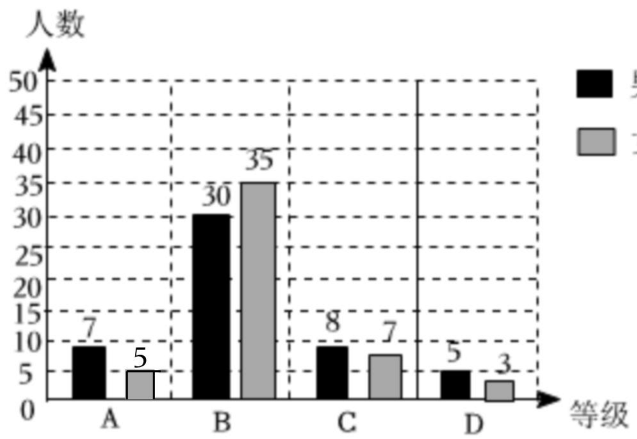
【解答】解：（1）本次调查的样本容量是：（8+7）÷15%＝100，

故答案为：100；

（2）A 等级的女生人数为：100×12% - 7＝5（人），

补全条形统计图如下：

男、女生体重指数（BMI）等级的人数分布情况



（3）所调查的男生人数为：7+30+8+5＝50（人），

所调查的男生体重指数（BMI）从小到大排列，排在中间的两个数均在 B 等级，故所调查的男生体重指数（BMI）的中位数落在 B 等级．

故答案为：B；

（4）$2000\times\frac{5+3}{100}=160$（人），

所以全校体重指标为“肥胖”的学生人数约为 160 人；

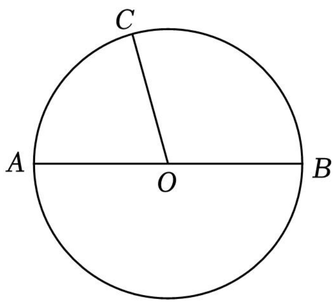
该校大多数学生体重标准，存在少数同学体重不标准，甚至肥胖，这部分同学应该健康饮食，多锻炼身体（答案不唯一，言之有理即可）．

【点评】本题考查条形统计图、折线统计图，用样本估计总体、中位数，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

19．（7 分）（2023•龙岗区二模）如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上的一点．

（1）实践与操作：在$\widehat{AC}$上求作点 P，使得 P 为$\widehat{AC}$的中点；（要求：尺规作图并保留作图痕迹，不写作法，标明字母）

（2）推理与计算：在（1）的条件下，连接 AP，AC，若$AP=\sqrt{10}$，AC＝6，求⊙O 的半径．



【分析】(1)根据角平分线作法作出图形即可;

(2)设 OP 与 AC 交于 H,根据垂径定理得到 $OP\perp AC$,$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6=3$,根据勾股定理得到 $PH=\sqrt{AP^2-AH^2}=\sqrt{10-9}=1$,设 $OA=OP=r$,则 $OH=r-1$,根据勾股定理即可得到结论.

【解答】解:(1)如图所示,点 P 即为所求;

(2)设 OP 与 AC 交于 H,

∵P 为$\widehat{AC}$的中点,

∴$\widehat{AP}=\widehat{CP}$,

∴$OP\perp AC$,$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6=3$,

∴$PH=\sqrt{AP^2-AH^2}=\sqrt{10-9}=1$,

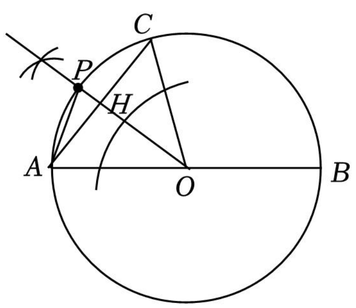
设 $OA=OP=r$,则 $OH=r-1$,

∵$AO^2=AH^2+OH^2$,

∴$r^2=3^2+(r-1)^2$,

解得 $r=5$,

∴⊙O 的半径为 5.



【点评】本题考查了作图-复杂作图,垂径定理,勾股定理,正确地作出图形是解题的关键.

20.(8 分)(2023•龙岗区二模)中国是茶的故乡,中国茶文化博大精深,源远流长.某校

为让学生学习茶道文化，感受茶艺的魅力，弘扬并传承民族文化．拟开设“茶艺社团”，现需采购 A、B 两种不同的茶具．已知 B 种茶具每套的采购价是 A 种茶具的$\frac{4}{3}$倍，且用 3000 元采购 A 种茶具的数量比用 3000 元采购 B 种茶具的数量的多 10 套．

（1）A、B 两种茶具每套采购价分别为多少元？

（2）若学校需要采购 A、B 两种茶具共 80 套，供货商对 B 种茶具按采购价的八折进行供货，总费用不超过 6240 元，则学校最少购进 A 种茶具多少套？

【分析】（1）设 A 种茶具每套的采购价为 x 元，则 B 种茶具每套的采购价为$\frac{4}{3}x$ 元，利用数量＝总价÷单价，结合用 3000 元采购 A 种茶具的数量比用 3000 元采购 B 种茶具的数量的多 10 套，可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后，可得出 A 种茶具每套的采购价，再将其代入$\frac{4}{3}x$ 中，即可得出 B 种茶具每套的采购价；

（2）设学校购进 m 套 A 种茶具，则购进（$80-m$）套 B 种茶具，利用总价＝单价×数量，结合总价不超过 6240 元，可得出关于 m 的一元一次不等式，解之取其中的最小值，即可得出结论．

【解答】解：（1）设 A 种茶具每套的采购价为 x 元，则 B 种茶具每套的采购价为$\frac{4}{3}x$ 元，

根据题意得：$\frac{3000}{x}-\frac{3000}{\frac{4}{3}x}=10$，

解得：$x=75$，

经检验，$x=75$ 是所列方程的解，且符合题意，

$\therefore\frac{4}{3}x=\frac{4}{3}\times75=100$．

答：A 种茶具每套的采购价为 75 元，B 种茶具每套的采购价为 100 元；

（2）设学校购进 m 套 A 种茶具，则购进（$80-m$）套 B 种茶具，

根据题意得：$75m+100\times0.8(80-m)\leqslant6240$，

解得：$m\geqslant32$，

$\therefore m$ 的最小值为 32．

答：学校最少购进 A 种茶具 32 套．

【点评】本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出分式方程；（2）根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式．

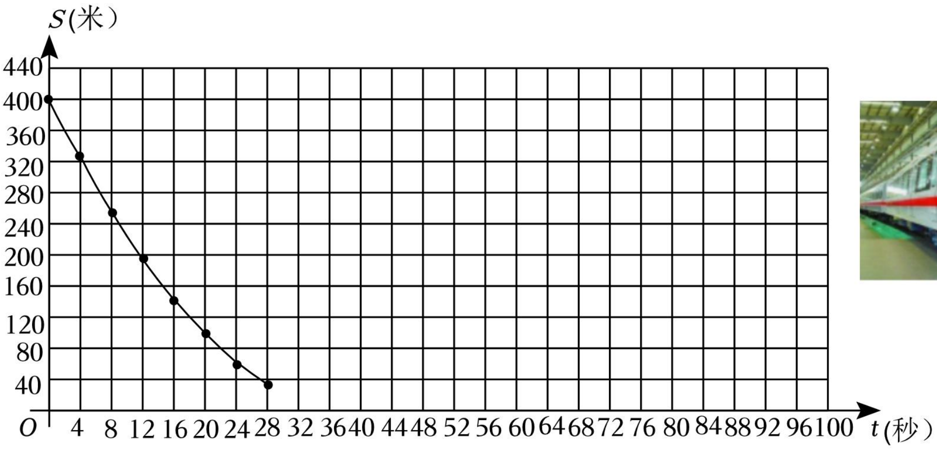
21．（10 分）（2023•龙岗区二模）深圳地铁 16 号线（*Shenzhen Metro Line* 16），又称“深圳

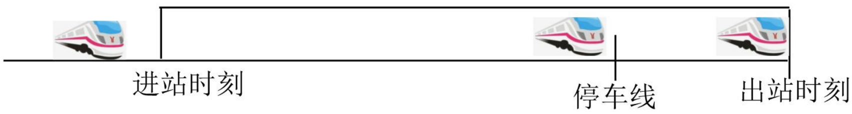
地铁龙坪线”，是深圳市境内第16条建成运营的地铁线路，于2022年12月28日开通运营一期工程（大运站至田心站）．数学小组成员了解到16号线地铁进入某站时在距离停车线400米处开始减速．他们想了解地铁从减速开始，经过多少秒在停车线处停下？为解决这一问题，数学小组建立函数模型来描述地铁列车车头离停车线的距离 s（米）与时间 t（秒）的函数关系，再应用该函数解决相应问题．

（1）【建立模型】①收集数据：

t（秒）	0	4	8	12	16	20	24	28	…
s（米）	400	324	256	196	144	100	64	36	…

②绘制图象：在平面直角坐标系中描出所收集数据对应的点，并用光滑的曲线依次连接．





③猜想模型：观察这条曲线的形状，它可能是 ____B____函数的图象．（请填写选项）

A．一次

B．二次

C．反比例

④求解析式：请根据表格的数据，求出 s 关于 t 的解析式（自变量 t 的取值范围不作要求）；

⑤验证结论：将数据中的其余几对值代入所求的解析式，发现它们 ____都____满足该函数解析式；（填“都”或“不都”）

（2）【问题解决】：地铁从减速开始，经过 ____40____秒在停车线处停下；

（3）【拓展应用】：已知16号地铁列车在该地铁站经历的过程如下：进站：车头从进站

那一刻起到停车线处停下，用时 24 秒；停靠：列车停靠时长为 40 秒（即列车停稳到再次启动停留的时间为 40 秒）；出站：列车再次启动到列车车头刚好出站，用时 5 秒．数学小组经计算得知，在地铁列车出站过程中，列车车头离停车线的距离 s（米）与时间 t（秒）的函数关系变为$s=\frac{1}{2}(t-80)^2(80\leq t\leq 100)$，请结合函数图象，求出该地铁站的长度是 __156.5__ 米．

【分析】（1）③根据图象可判断是二次函数；

④利用待定系数法求出二次函数解析式；

⑤把其他数值代入进行验证即可；

（2）把 s－0 代入可得的值；

（3）由题意可得：地铁从减速开始，经过 40 秒在停车线处停下，车头从进站那一刻起到停车线处停下，用时 24 秒；当 t－16 时，s＝144，可得此时站内长度为：144（米），在地铁列车出站过程中，列车车头离停车线的距离与时间 t（秒）的函数关系变为 $s=\frac{1}{2}$（t－80）^{2}，可得当 t＝85 时，s＝12.5，从而可得答案．

【解答】解：（1）③根据图象可得：观察这条曲线的形状，它可能是二次函数的图象，故答案为：B；

④设函数为 $s=at^2+bt+c$，

把（0，400），（4，324），（8，256）代入可得：

$$\begin{cases}c=400\\16a+4b+c=324,\\64a+8b+c=256\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}a=\frac{1}{4}\\b=-20,\\c=400\end{cases}$

∴s 关于 t 的解析式为 $s=\frac{1}{4}t^2-20t+400$；

⑤当 t＝12 时，$s=\frac{1}{4}\times12^2-20\times12+400=196$；

当 t＝16 时，$s=\frac{1}{4}\times16^2-20\times16+400=144$；

当 t＝20 时，$s=\frac{1}{4}\times20^2-20\times20+400=100$；

当 t＝24 时，$s=\frac{1}{4}\times24^2-20\times24+400=64$；

当 t＝28 时，$s=\frac{1}{4}\times28^2-20\times28+400=36$；

故答案为：都；

（2）在 $s=\frac{1}{4}t^2-20t+400$ 中，令 $s=0$ 得；

$0=\frac{1}{4}t^2-20t+400$，

解得 $t_1=t_2=40$，

∴地铁从减速开始，经过 40 秒在停车线处停下；

故答案为：40；

（3）由题意可得：地铁从减速开始，经过 40 秒在停车线处停下，车头从进站那一刻起到停车线处停下，用时 24 秒，

∴当 $t=16$ 时，$s=144$，此时站内长度为：144（米），

在地铁列车出站过程中，列车车头离停车线的距离与时间 t（秒）的函数关系变为 $s=\frac{1}{2}(t-80)^2$，

∴当 $t=85$ 时，$s=\frac{1}{2}\times(85-80)^2=12.5$，

∴整个站的长度为：144+12.5＝156.5（米）.

故答案为：156.5.

【点评】本题考查的是二次函数的实际应用，理解题意，熟练的求解二次函数的解析式，以及利用二次函数的性质解决问题是解本题的关键.

22.（10 分）（2023•龙岗区二模）（1）如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，E、F 分别为 AB、BC 边上的点且 $BE=BF$，延长 AB 至 G 使得 $BG=BC$，延长 GF 交 CE 于点 H，求证：$GH\perp CE$；

（2）如图 2，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$BC=4$，将△ABC 绕点 B 顺时针旋转至△EBF，且点 E 落在 AC 上，求 $\sin\angle CEF$ 的值；

（3）如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD+\angle BCD=90°$，$BC=6$，$CD=3\sqrt{3}$，$\sin\angle BCD=\frac{1}{3}$，连接 AC，BD，当△ABD 是以 BD 为腰的等腰三角形时，直接写出 AC 的值.

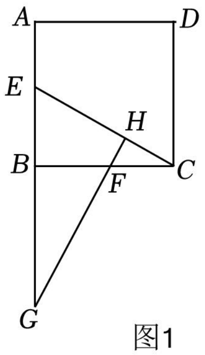


图1

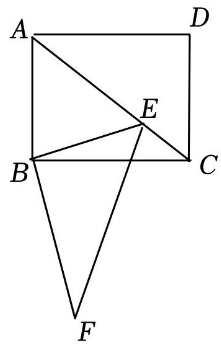


图2

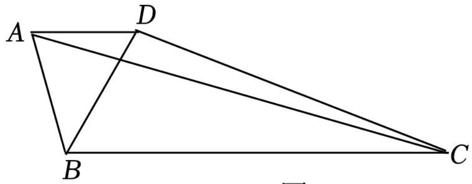
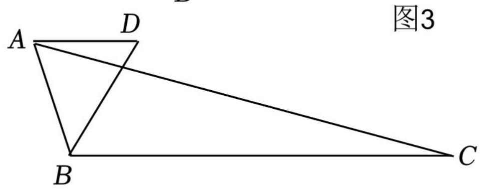


图3



（图3备用图）

【分析】（1）利用 SAS 证明△BCE≌△BGF，得到∠BCE＝∠G，再通过等量代换和三角形内角和公式可证出结论；

（2）过点 E 作 $EG\perp AB$，证明∠CEF＝∠ABE＝∠EBG，在 Rt△EBG 中，求出 sin∠EBG 即可；

（3）分 BD＝BA 和 BD＝AD 两种情况讨论．①当 BD＝BA 时，过点 B 作 $BH\perp AD$ 于点 H，将△ABC 绕点 B 顺时针旋转至△DBE，连接 CE，则△ABC≌△DBE，△ABD∽△CBE，求出 CE，再在 Rt△CDE 中，利用勾股定理即可求出 DE，即可得 AC；②当 BD＝AD 时，在①思路的基础上，有△ABC∽△DBE，△ABD∽△CBE，由此求出 CE，再在 Rt△CDE 中，利用勾股定理即可求出 DE，利用 AC 与 DE 的关系即可求出 AC．

【解答】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴∠CBE＝∠GBF＝90°，

在△BCE 和△BGF 中，

$$\begin{cases} BE=BF, \\ \angle CBE=\angle GBF, \\ BC=BG, \end{cases}$$

∴△BCE≌△BGF（SAS），

∴∠BCE＝∠G，

∵∠BCE+∠BEC＝90°，

∴∠G+∠GEH＝90°，

∴∠GHE＝90°，

∴$GH\perp CE$；

（2）解：∵将△ABC 绕点 B 顺时针旋转至△EBF，且点 E 落在 AC 上，

∴BE＝BA，∠BEF＝∠BAC，

∴$\angle BEA=\angle BAE=\angle BEF$，

∴$\angle CEF=180°-\angle BEF-\angle BEA=180°-2\angle BEA$，

∵$\angle ABE=180°-\angle BAE-\angle BEA=180°-2\angle BEA$，

∴$\angle CEF=\angle ABE$，

过点 E 作 $EG\perp AB$ 于点 G，

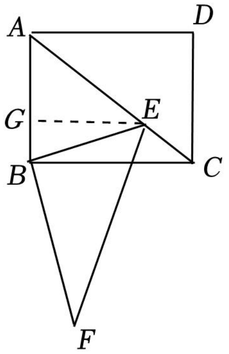


图2

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle ABC=\angle AGE=90°$，

∴$EG/\!/BC$，

∴$\triangle AGE\backsim\triangle ABC$，

∴$\frac{AG}{AB}=\frac{GE}{BC}$,

∵$AB=3$，$BC=4$，

∴$\frac{AG}{GE}=\frac{AB}{BC}=\frac{3}{4}$,

设 $AG=3k$，$GE=4k$，

则 $GB=3-3k$，

在 $Rt\triangle EBG$ 中，

∵$GE^2+GB^2=BE^2$，$BE=AB=3$，

∴$(4k)^2+(3-3k)^2=3^2$，

解得：$k=\frac{18}{25}$，或 $k=0$（舍去），

∴$EG=\frac{72}{25}$,

∴$\sin\angle EBG=\frac{EG}{BE}=\frac{\frac{72}{25}}{3}=\frac{24}{25}$,

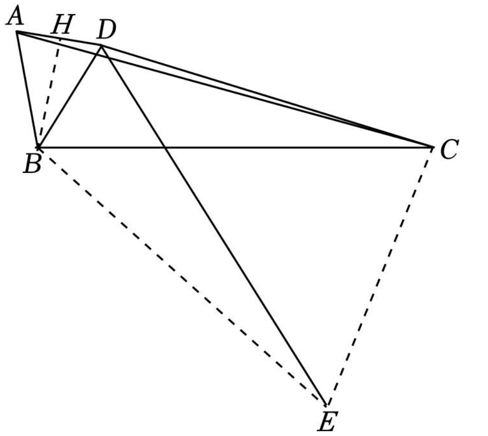
∴$\sin\angle CEF=\frac{24}{25}$;

（3）$\sqrt{43}$或 $4\sqrt{3}$.

理由如下：

△*ABD* 以 *BD* 为腰的等腰三角形有两种情况：

①当 *BD*＝*BA* 时，如图：



过点 *B* 作 *BH*⊥*AD* 于点 *H*，

∵∠*BAD*+∠*BCD*＝90°，∠*BAD*+∠*ABH*＝90°，

∴∠*BCD*＝∠*ABH*，

∵$\sin\angle BCD=\frac{1}{3}$,

∴$\sin\angle ABH=\frac{1}{3}$,

即 *AB*：*BD*：*AD*＝3：3：2，

将△*ABC* 绕点 *B* 顺时针旋转至△*DBE*，连接 *CE*，

则△*ABC*≌△*DBE*，△*ABD*∽△*CBE*，

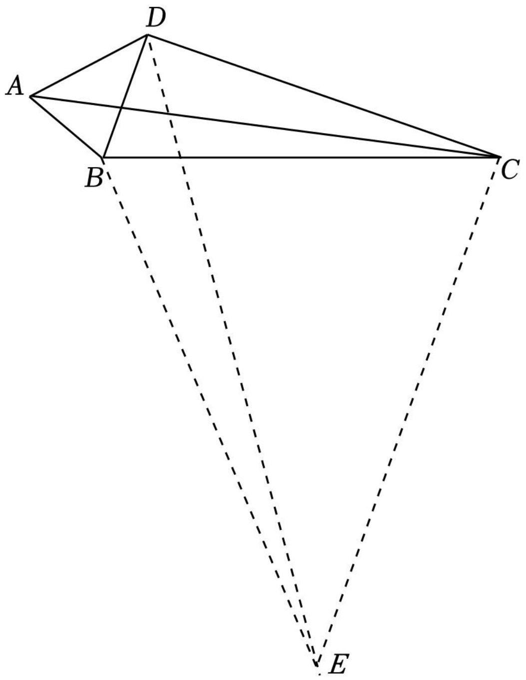
∴$\frac{BC}{CE}=\frac{AB}{AD}=\frac{3}{2}$，∠*BCE*＝∠*BAD*，

∴$CE=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\times 6=4$，

∵∠*DCE*＝∠*BCD*+∠*BCE*＝∠*BCD*+∠*BAD*＝90°，

∴$AC=DE=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+4^2}=\sqrt{43}$；

②当 *BD*＝*AD* 时，如图：



在①思路的基础上，则有：

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$，$\triangle ABD \backsim \triangle CBE$，

$\because \frac{BC}{CE} = \frac{AB}{AD} = \frac{2}{3}$,

$\therefore CE = \frac{3}{2}BC = \frac{3}{2} \times 6 = 9$，

$\because \angle DCE = \angle BCD + \angle BCE = \angle BCD + \angle BAD = 90°$，

$\therefore DE = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 9^2} = 6\sqrt{3}$，

$\because \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BA} = \frac{3}{2}$,

$\therefore AC = \frac{2}{3}DE = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$，

综上所述，AC 的长为$\sqrt{43}$或 $4\sqrt{3}$.

【点评】本题是一道四边形的综合题，考查矩形的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，三角函数，勾股定理，解题还涉及分类讨论，利用好旋转变换和位似变换是解题的关键.