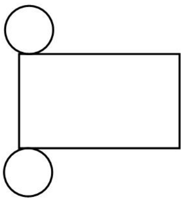
2023年广东省深圳市宝安区中考数学二模试卷

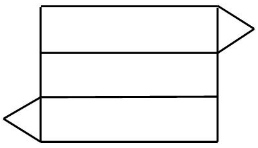
一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题有四个选项，其中只有一个是正确的）

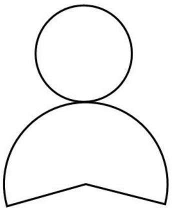
1．（3分）（2023•宝安区二模）下列实数中，比4大的是（　　）

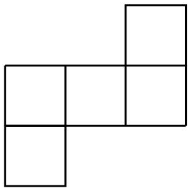
A．-5　　　B．$|-4|$　　　C．$\sqrt{17}$　　　D．$3.\dot{9}$

2．（3分）（2023•宝安区二模）下面图形经过折叠可以围成一个棱柱的是（　　）


A．


B．

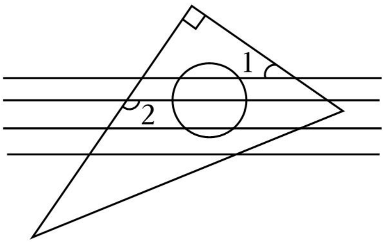

C．


D．

3．（3分）（2023•宝安区二模）下列运算正确的是（　　）

A．$x^2 \cdot x^3=x^6$　　　B．$3x-2x=1$　　　C．$(-x^3)^2=x^6$　　　D．$x^{12}\div x^2=x^6$

4．（3分）（2023•宝安区二模）如图，小明在做英语作业时，无意中把直角三角板放在了英文本上，他用量角器测量出∠1＝38°，则∠2的度数是（　　）



A．128°　　　B．138°　　　C．142°　　　D．152°

5．（3分）（2023•茶陵县模拟）实施青少年生涯规划教育，有助于加深青少年的自我认知，引导青少年设立人生目标，提高学习自主性，促进身心健康发展．近日，宝安区某初中学校开展了“国际未来商业菁英生涯规划模拟挑战赛”的预选赛，甲、乙、丙、丁四位候选人进行了现场模拟和即兴演讲，他们的成绩如表：

候选人	甲	乙	丙	丁
现场模拟	9	9	7	10

即兴演讲	9	7	9	8

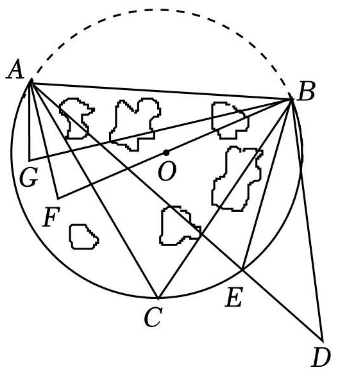
若规定现场模拟成绩与即兴演讲成绩依次按60%和40%的比例确定最终成绩，（　　）将以第一名的成绩胜出．

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

6．（3分）（2023•宝安区二模）关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+m=0$ 的一个根是 $x=-1$，则方程的另一个根为（　　）

A．-2　　B．2　　C．3　　D．-3

7．（3分）（2023•滕州市模拟）船在航行过程中，船长常常通过测量角度来判断是否有触礁危险．如图，A、B 表示灯塔，暗礁分布在经过 A、B 两点的一个圆形区域内，优弧 ACB 是有触礁危险的临界线，$\angle ACB$ 是"危险角"．当船分别位于 D、E、F、G 四个位置时，则船与两个灯塔的夹角小于"危险角"$\angle ACB$ 的是（　　）



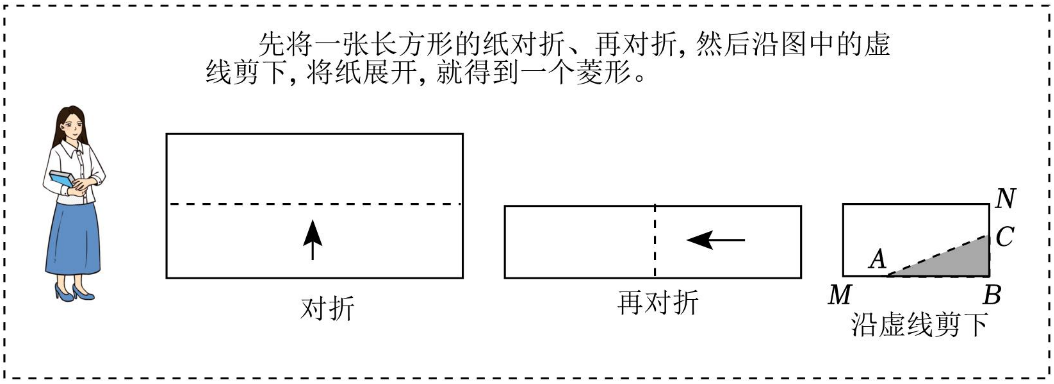
A．$\angle ADB$　　B．$\angle AEB$　　C．$\angle AFB$　　D．$\angle AGB$

8．（3分）（2023•宝安区二模）某车间共有30名工人，现要加工 A 零件630个和 B 零件480个．已知每人每天可以加工 A 零件15个或 B 零件10个，如何分工才能确保同时完成两种零件的加工任务（每人每天只能加工一种零件）．设安排 x 名工人加工 A 零件，由题意，可列方程（　　）

A．$\frac{630}{x}=\frac{480}{30-x}$　　B．$\frac{630}{15x}=\frac{480}{10(30-x)}$

C．$\frac{630}{10(30-x)}=\frac{480}{15x}$　　D．$\frac{630}{30-x}=\frac{480}{x}$

9．（3分）（2023•宝安区二模）小颖将一个长为10cm，宽为8cm 的矩形通过以下方式进行两次对折和一次裁剪，在沿虚线 AC 进行裁剪时，两侧各留1cm 长度（$AM=CN=1cm$），随后将剪下的△ABC 展开得到的图形面积为（　　）cm^2．



A．$\frac{27}{2}$　　B．12　　C．24　　D．48

10．（3 分）（2023•宝安区二模）已知点（x_1，y_1），（x_2，y_2）（x_1＜x_2）在 $y=-x^2+2x+m$ 的图象上，下列说法错误的是（　　）

A．当 m＞0 时，二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 与 x 轴总有两个交点

B．若 x_2＝2，且 y_1＞y_2，则 0＜x_1＜2

C．若 x_1+x_2＞2，则 y_1＞y_2

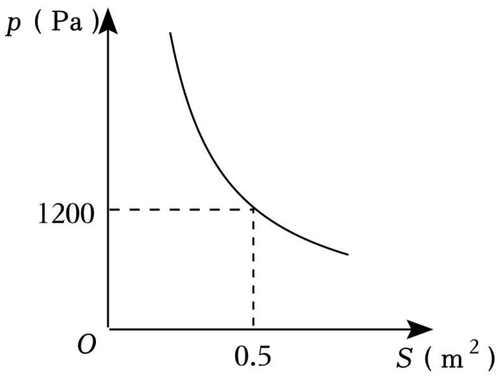
D．当﹣1≤x≤2 时，y 的取值范围为 $m-3$≤y≤m

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

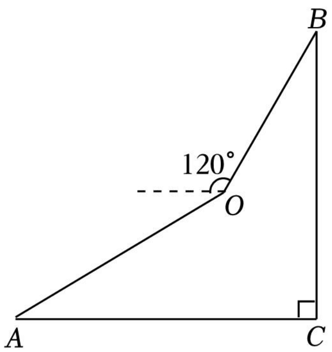
11．（3 分）（2023•宝安区二模）3 月 21 日是国际森林日，今年的主题是森林与可持续生产和消费．党的十八大以来，我国深入推进大规模国土绿化行动，我国森林植被总碳储量净增 13.75 亿吨，数据 13.75 亿用科学记数法表示为 ________．

12．（3 分）（2023•宝安区二模）木箱里装有白色卡片若干张，在不允许将卡片倒出来的情况下，为了估计其数量，小强将 5 张黑色卡片放入木箱，搅匀后随机摸出一张卡片记下颜色，再放回木箱中，经过多次重复试验，发现摸到黑色卡片的频率稳定在 0.2 附近，则木箱中大约有白色卡片 ______张．

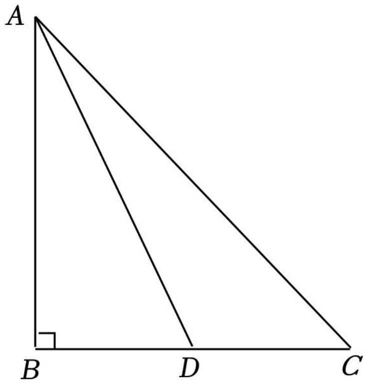
13．（3 分）（2023•宛城区二模）某校科技小组进行野外考察，利用铺垫木板的方式通过了一片烂泥湿地，这是因为人和木板对湿地的压力 F 一定时，人和木板对地面的压强 p（Pa）与木板面积 S（m^2）存在函数关系：$p=\frac{F}{S}$（如图所示）若木板面积为 $0.2m^2$，则压强为 Pa．



14．（3 分）（2023•薛城区二模）如图所示，这是一款在某商城热销的笔记本电脑散热支架，在保护颈椎的同时能让笔记本电脑更好地散热．根据产品介绍，当显示屏与水平线夹角为 120° 时为最佳健康视角．如图，小翼希望通过调试和计算对购买的散热架 OAC 进行简单优化，现在笔记本电脑下垫入散热架，散热架角度为$\angle OAC=30°$，调整显示屏 OB 与水平线夹角保持 120°，已知 $OA=24cm$，$OB=18cm$，若要 $BC\perp AC$，则底座 AC 的长度应设计为 ______ cm．（结果保留根号）



15．（3 分）（2023•宝安区二模）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，点 D 为 BC 中点，$\angle C=2\angle BAD$，则$\frac{AD}{AC}$的值为 ______．



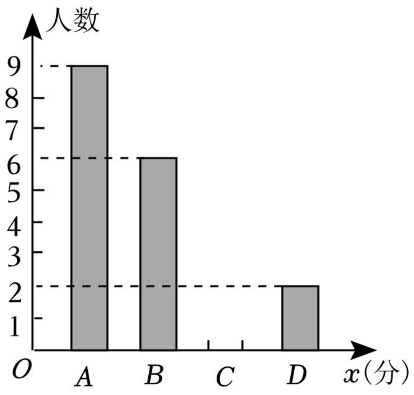
三、解答题（本题共 7 小题，共 55 分）

16．（5 分）（2023•宝安区二模）计算：$\sqrt{9}+(\pi-3)^0-2\sin45°+(-\frac{1}{2})^{-2}$．

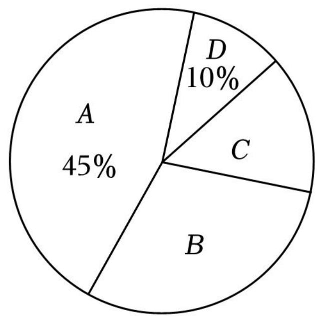
17．（7 分）（2023•宝安区二模）先化简，再求值：$(1-\frac{2}{x+1})\div\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$，其中 $x=3$．

18．（8 分）（2023•宝安区二模）“走进数学世界，感受完美生活．”为增进全体学生对数学文化的了解，临海学校组织了趣味数学知识竞赛，随机抽取若干名学生的成绩，对数据进行整理和分析，现将抽取的学生成绩用 x（分）表示，并将调查数据分成四组：$A.90<x\leqslant100$，$B.80<x\leqslant90$，$C.70<x\leqslant80$，$D.60<x\leqslant70$，其中 A 组分数段内，所有学生得分各不相同，B 组学生的成绩分别为：86、86、88、86、83、86．

根据调查数据绘制了以下不完整的统计图：



抽取的学生竞赛成绩
条形统计图



抽取的学生竞赛成绩
扇形统计图

根据图中信息回答下列问题：

（1）本次共抽查了 ________名学生，请补全条形统计图；

（2）扇形统计图中，C 组所对应的圆心角的度数为 ________°；

（3）本次抽查的学生成绩的众数为 ________，中位数为 ________；

（4）竞赛成绩超过 80 分视作优秀，若该校有 2400 名学生，根据抽样调查结果，估计该校有 __________名学生获得优秀．

19．（8 分）（2023•宝安区二模）某电子购物平台销售 A、B 两种型号的电子手环．购买 1 个 A 种型号的电子手环和 1 个 B 种型号的电子手环共需 600 元，购买 3 个 A 种型号的电子手环和 5 个 B 种型号的电子手环共需 2500 元．

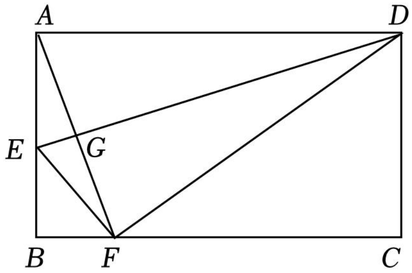
（1）求 A、B 两种型号的电子手环的单价；

（2）某单位准备购进这两种型号的电子手环共 50 个，且总费用不超过 14000 元，求最多购买多少个 B 种型号的电子手环？

20．（8 分）（2023•宝安区二模）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别是 AB、BC 上一点，且 $EA=EF$，$DA=DF$，连接 AF、DE 交于点 G，且 $\angle BAF=\angle ADE$．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

（2）当 $BF=4$，$CD=12$ 时，求 DF 的长．



21．（9 分）（2023•宝安区二模）新定义：若函数图象恒过点（m，n），我们称（m，n）为该函数的“永

恒点”．如：一次函数 $y=k(x-1)$（$k\neq 0$），无论 k 值如何变化，该函数图象恒过点（1，0），则点（1，0）称为这个函数的“永恒点”．

【初步理解】一次函数 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的永恒点的坐标是 ______；

【理解应用】二次函数 $y_2=-mx^2-2mx+3m$（$m>0$）落在 x 轴负半轴的永恒点 A 的坐标是 ______，落在 x 轴正半轴的永恒点 B 的坐标是 ______；

【知识迁移】点 P 为抛物线 $y_2=-mx^2-2mx+3m$（$m>0$）的顶点，设点 B 到直线 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的距离为 d_1，点 P 到直线 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的距离为 d_2，请问$\dfrac{d_1}{d_2}$是否为定值？如果是，请求出$\dfrac{d_1}{d_2}$的值；如果不是，请说明理由．

22．（10 分）（2023•宝安区二模）在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60°$，$AB=4$，点 E 为平面内一点，且 $BE=1$．

（1）若 $AB=BC$，

①如图 1，当点 E 在 BC 上时，连接 AE，作 $\angle EAF=60°$ 交 CD 于点 F，连接 AC、EF，求证：$\triangle EAF$ 为等边三角形；

②如图 2，连接 AE，作 $\angle EAF=30°$，作 $EF\perp AF$ 于点 F，连接 CF，当点 F 在线段 BC 上时，求 CF 的长度；

（2）如图 3，连接 AC，若 $\angle BAC=90°$，P 为 AB 边上一点（不与 A、B 重合），连接 PE，以 PE 为边作 Rt$\triangle EPF$，且 $\angle EPF=90°$，$\angle PEF=60°$，作 $\angle PEF$ 的角平分线 EG，与 PF 交于点 G，连接 DG，点 E 在运动的过程中，DG 的最大值与最小值的差为 ______．

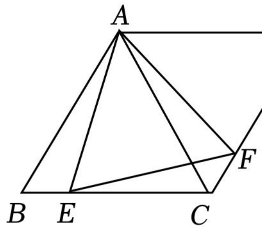


图1

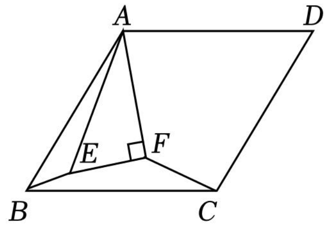


图2

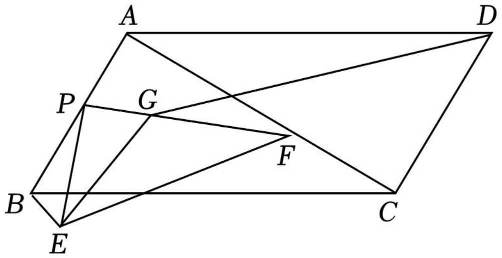
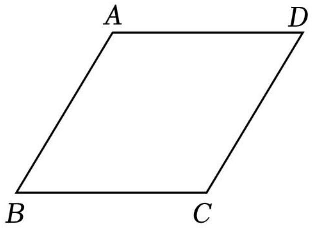


图3



备用图

2023年广东省深圳市宝安区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题有四个选项，其中只有一个是正确的）

1．（3分）（2023•宝安区二模）下列实数中，比4大的是（　　）

A．-5　　　　B．$|-4|$　　　　C．$\sqrt{17}$　　　　D．$3.\dot{9}$

【分析】根据实数大小比较的方法，逐个判断即可．

【解答】解：∵$-5<4$，

∴选项A不符合题意；

∵$|-4|=4$，

∴选项B不符合题意；

∵$\sqrt{17}>\sqrt{16}$，$\sqrt{16}=4$，

∴$\sqrt{17}>4$，

∴选项C符合题意；

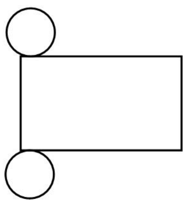
∵$3.\dot{9}<4$，

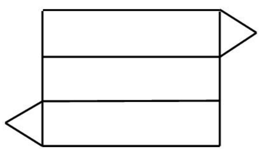
∴选项D不符合题意．

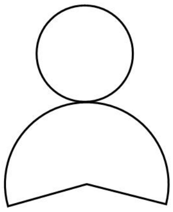
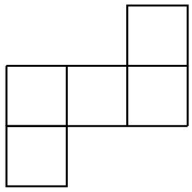
故选：C．

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法，解答此题的关键是要明确：正实数＞0＞负实数，两个负实数绝对值大的反而小．

2．（3分）（2023•宝安区二模）下面图形经过折叠可以围成一个棱柱的是（　　）

A．

B．

C. 　　　　D. 

【分析】由平面图形的折叠及立体图形的表面展开图的特点解题.

【解答】解：A、折叠可以围成一个圆柱，故不符合题意；

B、折叠可以围成一个三棱柱，故符合题意；

C、折叠可以围成一个圆锥，故不符合题意；

D、折叠可以围成一个缺少一个面的正方体，故不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查了展开图折叠成几何体：通过结合立体图形与平面图形的相互转化，去理解和掌握几何体的展开图，要注意多从实物出发，然后再从给定的图形中辨认它们能否折叠成给定的立体图形.

3.（3 分）（2023•宝安区二模）下列运算正确的是（　　）

A．$x^2 \cdot x^3 = x^6$　　B．$3x - 2x = 1$　　C．$(-x^3)^2 = x^6$　　D．$x^{12} \div x^2 = x^6$

【分析】利用合并同类项的法则，同底数幂的除法的法则，同底数幂的乘法的法则，积的乘方的法则对各项进行运算即可.

【解答】解：A、$x^2 \cdot x^3 = x^5$，故 A 不符合题意；

B、$3x - 2x = x$，故 B 不符合题意；

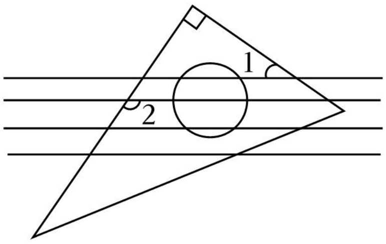
C、$(-x^3)^2 = x^6$，故 C 符合题意；

D、$x^{12} \div x^2 = x^{10}$，故 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】本题主要考查合并同类项，同底数幂的除法，积的乘方，同底数幂的乘法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

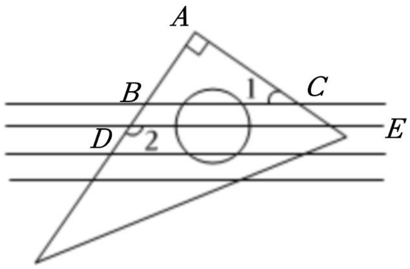
4.（3 分）（2023•宝安区二模）如图，小明在做英语作业时，无意中把直角三角板放在了英文本上，他用量角器测量出$\angle 1 = 38°$，则$\angle 2$ 的度数是（　　）



A．128°　　B．138°　　C．142°　　D．152°

【分析】由三角形的外角性质可求得∠DBC 的度数，再由平行线的性质即可求解．

【解答】解：如图，



∵∠A＝90°，∠1＝38°，

∴∠DBC＝∠A+∠1＝128°，

∵BC∥DE，

∴∠2＝∠DBC＝128°．

故选：A．

【点评】本题主要考查平行线的性质，解答的关键是熟记平行线的性质：两直线平行，同位角相等．

5．（3分）（2023•茶陵县模拟）实施青少年生涯规划教育，有助于加深青少年的自我认知，引导青少年设立人生目标，提高学习自主性，促进身心健康发展．近日，宝安区某初中学校开展了"国际未来商业菁英生涯规划模拟挑战赛"的预选赛，甲、乙、丙、丁四位候选人进行了现场模拟和即兴演讲，他们的成绩如表：

候选人	甲	乙	丙	丁
现场模拟	9	9	7	10
即兴演讲	9	7	9	8

若规定现场模拟成绩与即兴演讲成绩依次按60%和40%的比例确定最终成绩，(　　)将以第一名的成绩胜出．

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

【分析】根据题意和表格中的数据，可以计算出甲、乙、丙、丁的成绩，然后即可得到谁的成绩最高，获得第一名．

【解答】解：由题意可得，

甲的成绩为：$9\times60\%+9\times40\%=9$（分），

乙的成绩为：$9\times60\%+7\times40\%=8.2$（分），

丙的成绩为：$7\times60\%+9\times40\%=7.8$（分），

丁的成绩为：$10\times60\%+8\times40\%=9.2$（分），

由上可得，丁的成绩最高，获得第一名，

故选：D．

【点评】本题考查加权平均数，解答本题的关键是明确加权平均数的计算方法．

6．（3分）（2023•宝安区二模）关于 x 的一元二次方程 $x^2-x+m=0$ 的一个根是 $x=-1$，则方程的另一个根为（　　）

A．-2　　B．2　　C．3　　D．-3

【分析】解法一：利用根与系数的关系得到$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=1$，算出 x_2 即可．

解法二：将 -1 代入方程中求得 m 的值，再解一元二次方程即可．

【解答】解：解法一：由题意设一元二次方程 $x^2-x+m=0$ 的两根分别为 $x_1=-1$，x_2，

$\because x_1+x_2=-\frac{b}{a}=1$，

$\therefore x_2=1-x_1=1-(-1)=2$，

$\therefore$方程的另一个根为 2．

故选：B．

解法二：$\because$一元二次方程 $x^2-x+m=0$ 的一个根是 $x=-1$，

$\therefore (-1)^2-(-1)+m=0$，

$\therefore m=2$，

$\therefore x^2-x+2=0$，

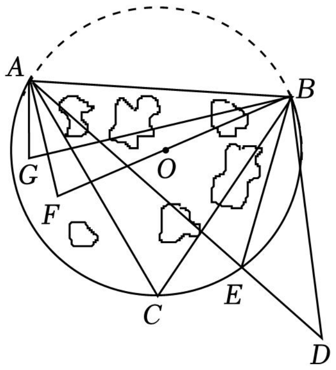
解得：$x_1=-1$，$x_2=2$，

$\therefore$方程的另一个根为 2．

故选：B．

【点评】本题主要考查根与系数的关系、一元二次方程的解，解题关键是熟知根与系数的关系：x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$．

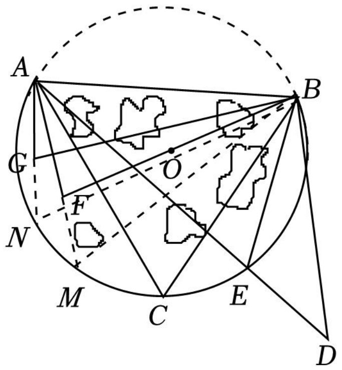
7．（3 分）（2023•滕州市模拟）船在航行过程中，船长常常通过测量角度来判断是否有触礁危险．如图，A、B 表示灯塔，暗礁分布在经过 A、B 两点的一个圆形区域内，优弧 ACB 是有触礁危险的临界线，$\angle ACB$ 是“危险角”．当船分别位于 D、E、F、G 四个位置时，则船与两个灯塔的夹角小于“危险角”$\angle ACB$ 的是（　　）



A．$\angle ADB$　　B．$\angle AEB$　　C．$\angle AFB$　　D．$\angle AGB$

【分析】延长 AF 交⊙O 于点 M，连接 BM，延长 AG 交⊙O 于点 N，连接 BN，根据圆周角定理及三角形外角性质求解即可．

【解答】解：如图，延长 AF 交⊙O 于点 M，连接 BM，延长 AG 交⊙O 于点 N，连接 BN，



根据圆周角定理得，$\angle ANB=\angle AMB=\angle ACB=\angle AEB$，

∵ $\angle AGB=\angle ANB+\angle GBN$，$\angle AFB=\angle AMB+\angle FBN$，$\angle AEB=\angle ADB+\angle DBE$，

∴ $\angle AGB>\angle ANB$，$\angle AFB>\angle AMB$，$\angle AEB>\angle ADB$，

∴ $\angle AGB>\angle ACB$，$\angle AFB>\angle ACB$，$\angle ACB>\angle ADB$，

故选：A．

【点评】此题考查了圆周角定理，熟记圆周角定理是解题的关键．

8．（3 分）（2023•宝安区二模）某车间共有 30 名工人，现要加工 A 零件 630 个和 B 零件 480 个．已知每人每天可以加工 A 零件 15 个或 B 零件 10 个，如何分工才能确保同时完成两种零件的加工任务（每人每天只能加工一种零件）．设安排 x 名工人加工 A 零件，由题意，可列方程（　　）

A. $\frac{630}{x}=\frac{480}{30-x}$　　　　B. $\frac{630}{15x}=\frac{480}{10(30-x)}$

C. $\frac{630}{10(30-x)}=\frac{480}{15x}$　　　　D. $\frac{630}{30-x}=\frac{480}{x}$

【分析】由车间工人数及加工 A 零件的工人数，可得出安排（$30-x$）名工人加工 B 零件，利用工作时间＝工作总量÷工作效率，结合同时完成两种零件的加工任务，即可得出关于 x 的分式方程，此题得解．

【解答】解：∵该车间共有 30 名工人，且安排 x 名工人加工 A 零件，

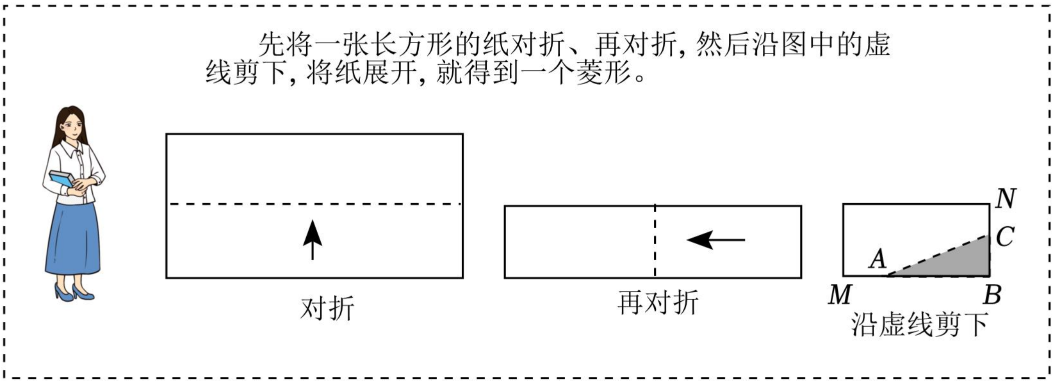
∴安排（$30-x$）名工人加工 B 零件．

根据题意得：$\frac{630}{15x}=\frac{480}{10(30-x)}$．

故选：B．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键．

9．（3 分）（2023•宝安区二模）小颖将一个长为 10cm，宽为 8cm 的矩形通过以下方式进行两次对折和一次裁剪，在沿虚线 AC 进行裁剪时，两侧各留 1cm 长度（$AM=CN=1cm$），随后将剪下的△ABC 展开得到的图形面积为（　　）cm^2．



A. $\frac{27}{2}$　　　B. 12　　　C. 24　　　D. 48

【分析】矩形对折两次后，再沿 AC 剪下，因为 $AM=CN=1cm$，所以所得菱形的两条对角线的长分别 8cm，6cm，即可得菱形的面积．

【解答】解：由题意可知△ABC 展开得到的图形是菱形，

因为 $AM=CN=1cm$，

所以菱形的两条对角线的长分别 8cm，6cm，

故展开得到的图形面积为$\frac{1}{2}\times8\times6=24$（$cm^2$）．

故选：C.

【点评】此题主要考查了菱形的性质以及剪纸问题，得出菱形对角线的长是解题关键.

10.（3 分）（2023•宝安区二模）已知点（x_1，y_1），（x_2，y_2）（$x_1<x_2$）在 $y=-x^2+2x+m$ 的图象上，下列说法错误的是（　　）

A．当 $m>0$ 时，二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 与 x 轴总有两个交点

B．若 $x_2=2$，且 $y_1>y_2$，则 $0<x_1<2$

C．若 $x_1+x_2>2$，则 $y_1>y_2$

D．当 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 的取值范围为 $m-3\leqslant y\leqslant m$

【分析】当 $m>0$ 时，判别式 $\Delta>0$，从而判断 A；由抛物线对称轴为直线 $x=1$，根据抛物线的对称性可判断 B；由 $x_1+x_2>2$，可得$\frac{x_1+x_2}{2}>1$，从而得出点（x_1，y_1）离对称轴的距离小于点（x_2，y_2）离对称轴的距离，可判断 C；根据函数的性质求出当 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 的最大值和最小值可判断 D.

【解答】解：令 $y=0$，则 $-x^2+2x+m=0$，

$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times(-1)\cdot m=4+4m$，

当 $m>0$ 时，$4+4m>0$，

$\therefore$二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 与 x 轴总有两个交点，

故 A 正确，不合题意；

若 $x_2=2$，且 $y_1>y_2$，

$\because$对称轴为直线 $x=1$，

$\therefore 0<x_1<2$，

故 B 正确，不符合题意；

$\because x_1+x_2>2$，

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}>1$，

$\because$二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 的对称轴为直线 $x=1$，

$\therefore$点（x_1，y_1）离对称轴的距离小于点（x_2，y_2）离对称轴的距离，

$\because x_1<x_2$，

$\therefore y_1>y_2$，

故 C 正确，不符合题意；

$\because$对称轴为直线 $x=1$，抛物线开口向下，

∴当 $x=1$ 时 y 有最大值，最大值为 $1+m$，

当 $x=-1$ 时，y 有最小值，最小值为 $-3+m$，

∴当 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 的取值范围为 $-3+m\leqslant x\leqslant 1+m$，

故 D 错误，符合题意．

故选：D．

【点评】本题主要考查了抛物线与 x 轴的交点，二次函数图象和性质，是一道综合性比较强的题目，需要利用数形结合思想解决本题．

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11．（3 分）（2023•宝安区二模）3 月 21 日是国际森林日，今年的主题是森林与可持续生产和消费．党的十八大以来，我国深入推进大规模国土绿化行动，我国森林植被总碳储量净增 13.75 亿吨，数据 13.75 亿用科学记数法表示为 $\underline{\quad 1.375\times10^{9}\quad}$．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 $\geqslant10$ 时，n 是正数；当原数的绝对值 <1 时，n 是负数．

【解答】解：13.75 亿 $=13.75\times10^{8}=1.375\times10^{9}$．

故答案为：1.375×10^{9}．

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

12．（3 分）（2023•宝安区二模）木箱里装有白色卡片若干张，在不允许将卡片倒出来的情况下，为了估计其数量，小强将 5 张黑色卡片放入木箱，搅匀后随机摸出一张卡片记下颜色，再放回木箱中，经过多次重复试验，发现摸到黑色卡片的频率稳定在 0.2 附近，则木箱中大约有白色卡片 $\underline{\quad 20\quad}$张．

【分析】根据黑色卡片的频率可得摸到黑色卡片的概率，根据概率公式即可求出黑色卡片的数量即可．

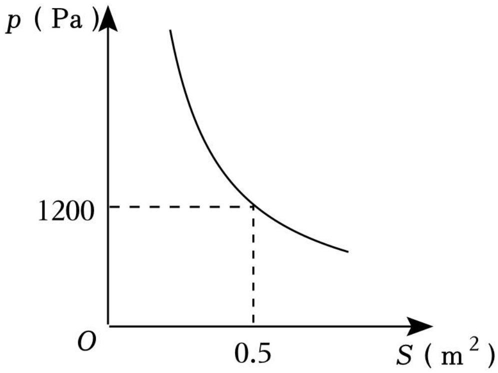
【解答】解：根据题意得：$5\div0.2-5=20$，

答：木箱中大约有白色卡片 20 张，

故答案为：20．

【点评】本题主要考查利用频率估计概率，大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

13．（3 分）（2023•宛城区二模）某校科技小组进行野外考察，利用铺垫木板的方式通过了一片烂泥湿地，这是因为人和木板对湿地的压力 F 一定时，人和木板对地面的压强 p（Pa）与木板面积 S(m^2)存在函数关系：$p=\frac{F}{S}$(如图所示)若木板面积为 $0.2m^2$，则压强为 <u> 3000 </u> Pa．



【分析】先利用待定系数法求出 P 关于 S 的函数解析式，再将 $S=0.2m^2$ 代入计算即可．

【解答】解：由已知反比例函数解析式为 $P=\frac{F}{S}$，

将（0.5，1200）代入，得：$1200=\frac{F}{0.5}$，

解得：$F=600$，

$\therefore P=\frac{600}{S}$，

当 $S=0.2m^2$ 时，$P=\frac{600}{0.2}$，

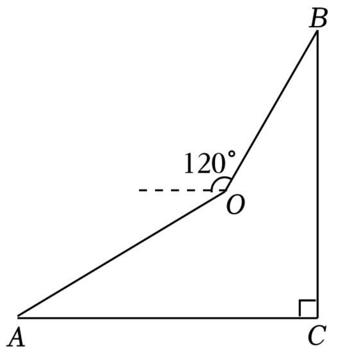
解得 $P=3000$，

∴当木板面积为 $0.2m^2$ 时，压强为 $3000Pa$，

故答案为：3000．

【点评】本题主要考查反比例函数的应用，解题的关键是掌握待定系数法求反比例函数解析式．

14．（3 分）（2023•薛城区二模）如图所示，这是一款在某商城热销的笔记本电脑散热支架，在保护颈椎的同时能让笔记本电脑更好地散热．根据产品介绍，当显示屏与水平线夹角为 120° 时为最佳健康视角．如图，小翼希望通过调试和计算对购买的散热架 OAC 进行简单优化，现在笔记本电脑下垫入散热架，散热架角度为∠OAC＝30°，调整显示屏 OB 与水平线夹角保持 120°，已知 OA＝24cm，OB＝18cm，若要 BC⊥AC，则底座 AC 的长度应设计为 <u> （$12\sqrt{3}+9$） </u> cm．（结果保留根号）



【分析】根据题意作出合适的辅助线，然后根据锐角三角函数，即可求得 OD 和 AE 的长，再根据矩形的判定和性质，即可得到 EC 的长，从而可以求得 AC 的长．

【解答】解：作 $OD\perp BC$ 交 BC 于点 D，作 $OE\perp AC$ 交 AC 于 E，

$\because \angle A=30^\circ$，$OA=24cm$，

$AE=OA\cdot\cos30^\circ=24\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$（$cm$），

$\because OB=18cm$，$\angle BOD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$，

$\therefore OD=OB\cdot\cos60^\circ=18\times\frac{1}{2}=9$（$cm$），

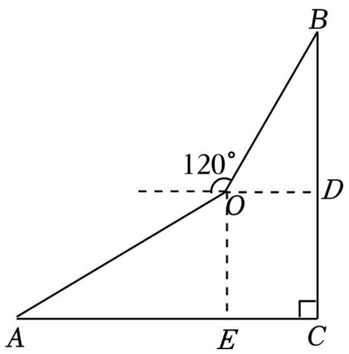
$\because \angle ODC=\angle C=\angle OEC=90^\circ$，

$\therefore$四边形 $OECD$ 是矩形，

$\therefore OD=EC=9cm$，

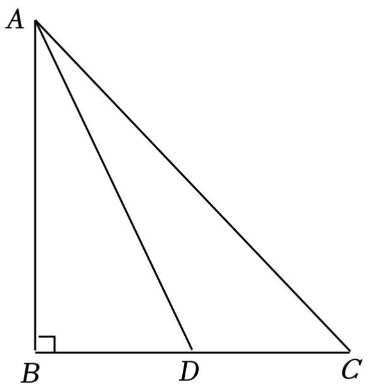
$\therefore AC=AE+EC=$（$12\sqrt{3}+9$）cm，

故答案为：（$12\sqrt{3}+9$）．



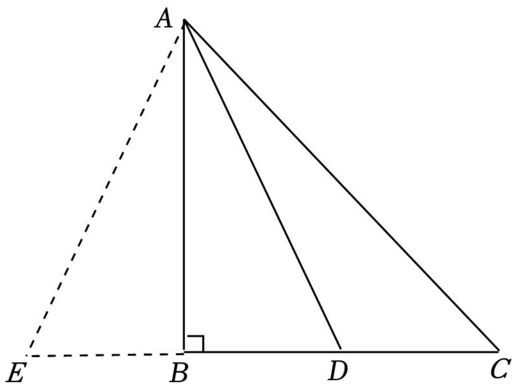
【点评】本题考查解直角三角形的应用、勾股定理的应用，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

15．（3 分）（2023•宝安区二模）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle B=90^\circ$，点 D 为 BC 中点，$\angle C=2\angle BAD$，则$\frac{AD}{AC}$的值为 $\underline{\quad\frac{\sqrt{6}}{3}\quad}$．



【分析】延长 CB 至 E，使 $BE=BD$，连接 AE，证明$\angle E=\angle ADE=\angle EAC$，推出 $AC=CE=3a$，再证明$\triangle ECA\backsim\triangle EAD$，求得 $AD=\sqrt{6}a$，据此计算即可求解．

【解答】解：延长 CB 至 E，使 $BE=BD$，连接 AE，设 $BD=a$，



$\because\angle B=90°$，

$\therefore\angle ABD=\angle ABE$，

$\therefore Rt\triangle ABD\cong Rt\triangle ABE$（$HL$），

$\therefore\angle E=\angle ADE$，$AE=AD$，

$\because\angle C=2\angle BAD$，

$\therefore\angle C=\angle EAD$，

$\because\angle D=\angle C+\angle DAC$，

$\therefore\angle E=\angle ADE=\angle EAC$，

$\therefore AC=CE=3a$，

$\because\angle E=\angle ADE=\angle EAC$，$\angle C=\angle EAD$，

$\therefore\triangle ECA\backsim\triangle EAD$，

$\therefore\frac{CA}{AD}=\frac{AD}{ED}$，即$\frac{3a}{AD}=\frac{AD}{2a}$，

$\therefore AD=\sqrt{6}a$，

又 $AC=3a$，

$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{\sqrt{6}a}{3a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{6}}{3}$．

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，作出合适的辅助线，证明$\angle E=\angle ADE=\angle EAC$ 是解题的关键．

三、解答题（本题共 7 小题，共 55 分）

16．（5 分）（2023•宝安区二模）计算：$\sqrt{9}+(\pi-3)^{0}-2\sin45^{\circ}+(-\frac{1}{2})^{-2}$．

【分析】先计算零指数幂、负整数指数幂、开方，然后计算乘法，最后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可．

【解答】解：原式$=3+1-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+4$

$=8-\sqrt{2}$．

【点评】本题主要考查了实数的运算，掌握实数的运算法则是关键．

17．（7 分）（2023•宝安区二模）先化简，再求值：$(1-\frac{2}{x+1})\div\frac{x^{2}-2x+1}{x^{2}-x}$，其中 $x=3$．

【分析】先根据分式的减法法则算括号里面的，根据分式的除法法则把除法变成乘法，再根据分式的乘法法则进行计算，最后代入求出答案即可．

【解答】解：原式$=\frac{x-1}{x+1}\div\frac{(x-1)^{2}}{x(x-1)}$

$=\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{x(x-1)}{(x-1)^{2}}$

$=\frac{x}{x+1}$．

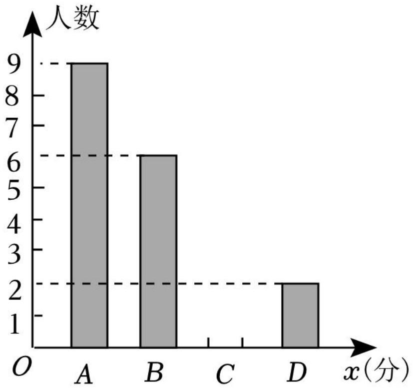
当 $x=3$ 时，

原式$=\frac{3}{3+1}=\frac{3}{4}$．

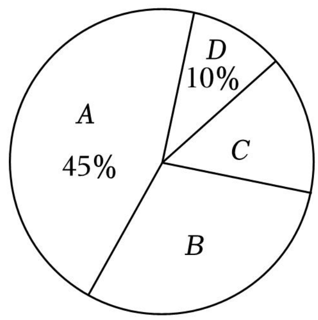
【点评】本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解题的关键．

18．（8 分）（2023•宝安区二模）“走进数学世界，感受完美生活．”为增进全体学生对数学文化的了解，临海学校组织了趣味数学知识竞赛，随机抽取若干名学生的成绩，对数据进行整理和分析，现将抽取的学生成绩用 x（分）表示，并将调查数据分成四组：$A.90<x\leqslant100$，$B.80<x\leqslant90$，$C.70<x\leqslant80$，$D.60<x\leqslant70$，其中 A 组分数段内，所有学生得分各不相同，B 组学生的成绩分别为：86、86、88、86、83、86．

根据调查数据绘制了以下不完整的统计图：



抽取的学生竞赛成绩
条形统计图



抽取的学生竞赛成绩
扇形统计图

根据图中信息回答下列问题：

（1）本次共抽查了 __20__ 名学生，请补全条形统计图；

（2）扇形统计图中，C 组所对应的圆心角的度数为 __54__°；

（3）本次抽查的学生成绩的众数为 __86__，中位数为 __87__；

（4）竞赛成绩超过 80 分视作优秀，若该校有 2400 名学生，根据抽样调查结果，估计该校有 __1800__ 名学生获得优秀．

【分析】（1）用 A 组的人数除以 45%可得样本容量，再用样本容量分别减去其他三组的人数可得 C 组人数，进而补全条形统计图；

（2）用 360°乘 C 组所占比例可得答案；

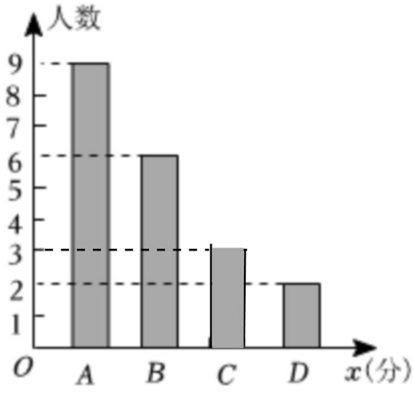
（3）分别根据众数和中位数的定义解答即可；

（4）用 2400 乘样本中超过 80 分所占比例可得答案．

【解答】解：（1）本次共抽查了学生：$9\div45\%=20$（名），

C 组人数为：$20-9-6-2=3$（名），

补全条形统计图如下：



抽取的学生竞赛成绩
条形统计图

故答案为：20；

（2）扇形统计图中，C 组所对应的圆心角的度数为：$360° \times \frac{3}{20}=54°$，

故答案为：54；

（3）∵A 组分数段内，所有学生得分各不相同，B 组学生的成绩分别为：86、86、88、86、83、86，

∴20 名学生成绩中，86 出现发的次数最多，故本次抽查的学生成绩的众数为 86；

把 20 名学生成绩从小到大排列，排在中间的两个数分别是 86、88，故中位数为$\frac{86+88}{2}=87$，

故答案为：86；87；

（4）$2400\times\frac{9+6}{20}=1800$（名），

即估计该校有 1800 名学生获得优秀．

故答案为：1800．

【点评】本题考查频数分布直方图、用样本估计总体等知识，解题的关键是记住知识，学会利用样本估计总体的思想解决问题，属于中考常考题型．

19．（8 分）（2023•宝安区二模）某电子购物平台销售 A、B 两种型号的电子手环．购买 1 个 A 种型号的电子手环和 1 个 B 种型号的电子手环共需 600 元，购买 3 个 A 种型号的电子手环和 5 个 B 种型号的电子手环共需 2500 元．

（1）求 A、B 两种型号的电子手环的单价；

（2）某单位准备购进这两种型号的电子手环共 50 个，且总费用不超过 14000 元，求最多购买多少个 B 种型号的电子手环？

【分析】（1）设 A 种型号的电子手环的单价为 x 元，B 种型号的电子手环的单价为 y 元，根据“购买 1 个 A 种型号的电子手环和 1 个 B 种型号的电子手环共需 600 元，购买 3 个

A 种型号的电子手环和 5 个 B 种型号的电子手环共需 2500 元”，即可得出关于 x，y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

（2）设购买 m 个 B 种型号的电子手环，则购买（$50-m$）个 A 种型号的电子手环，根据总费用＝单价×数量，结合总费用不超过 14000 元，即可得出关于 m 的一元一次不等式，解之即可得出 m 的取值范围，再取其中的最大整数值即可得出结论．

【解答】解：（1）设 A 种型号的电子手环的单价为 x 元，B 种型号的电子手环的单价为 y 元，

依题意得：$\begin{cases} x+y=600 \\ 3x+5y=2500 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=250 \\ y=350 \end{cases}$．

答：A 种型号的电子手环的单价为 250 元，B 种型号的电子手环的单价为 350 元．

（2）设购买 m 个 B 种型号的电子手环，则购买（$50-m$）个 A 种型号的电子手环，

依题意得：$350m+250(50-m)\leqslant 14000$，

解得：$m\leqslant 15$．

又∵m 为整数，

∴m 可以取得的最大值为 15．

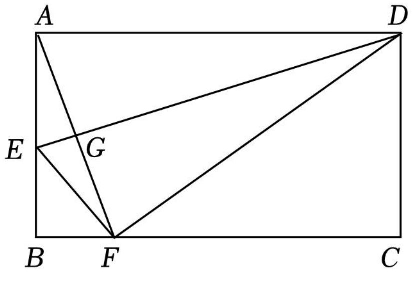
答：最多购买 15 个 B 种型号的电子手环．

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式．

20．（8 分）（2023•宝安区二模）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别是 AB、BC 上一点，且 $EA=EF$，$DA=DF$，连接 AF、DE 交于点 G，且 $\angle BAF=\angle ADE$．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

（2）当 $BF=4$，$CD=12$ 时，求 DF 的长．



【分析】（1）先证明△ADE≌△FDE，得∠AED＝∠FED，根据等腰三角形的“三线合

一”得 $ED \perp AF$，而 $\angle BAF = \angle ADE$，所以 $\angle BAD = \angle BAF + \angle DAF = \angle ADE + \angle DAF = 90°$，即可由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，根据矩形的定义证明四边形 $ABCD$ 是矩形；

（2）由 $\triangle ADE \cong \triangle FDE$，得 $DF = DA$，由矩形的性质得 $BC = DA$，$\angle C = 90°$，则 $BC = DF$，所以 $CF = BC - BF = DF - 4$，由勾股定理得 $(DF-4)^2 + 12^2 = DF^2$，即可求得 $DF = 20$．

【解答】（1）证明：在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FDE$ 中，

$$\begin{cases} EA = EF \\ DA = DF, \\ DE = DE \end{cases}$$

∴ $\triangle ADE \cong \triangle FDE$（$SSS$），

∴ $\angle AED = \angle FED$，

∴ $ED \perp AF$，

∴ $\angle AGD = 90°$，

∵ $\angle BAF = \angle ADE$，

∴ $\angle BAD = \angle BAF + \angle DAF = \angle ADE + \angle DAF = 90°$，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形．

（2）解：∵ $\triangle ADE \cong \triangle FDE$，

∴ $DF = DA$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $BC = DA$，$\angle C = 90°$，

∴ $BC = DF$，

∵ $BF = 4$，$CD = 12$，

∴ $CF = BC - BF = DF - 4$，

∵ $CF^2 + CD^2 = DF^2$，

∴ $(DF-4)^2 + 12^2 = DF^2$，

解得 $DF = 20$，

∴ DF 的长是 20．

【点评】此题重点考查矩形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的“三线合一”、直角三角形的两个锐角互余、勾股定理等知识，证明 $ED \perp AF$ 及 $BC = DF$ 是解题的关键．

21.（9分）（2023•宝安区二模）新定义：若函数图象恒过点（m，n），我们称（m，n）为该函数的“永

恒点”．如：一次函数 $y=k$（$x-1$）（$k\neq0$），无论 k 值如何变化，该函数图象恒过点（1，0），则点（1，0）称为这个函数的“永恒点”．

【初步理解】一次函数 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的永恒点的坐标是 ___（﹣3，0）___；

【理解应用】二次函数 $y_2=-mx^2-2mx+3m$（$m>0$）落在 x 轴负半轴的永恒点 A 的坐标是 ___（﹣3，0）___，落在 x 轴正半轴的永恒点 B 的坐标是 ___（1，0）___；

【知识迁移】点 P 为抛物线 $y_2=-mx^2-2mx+3m$（$m>0$）的顶点，设点 B 到直线 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的距离为 d_1，点 P 到直线 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的距离为 d_2，请问$\frac{d_1}{d_2}$是否为定值？如果是，请求出$\frac{d_1}{d_2}$的值；如果不是，请说明理由．

【分析】【初步理解】

把 $y_1=mx+3m$ 化为 $y_1=m$（$x+3$），根据“永恒点”的定义得出结论；

【理解应用】

把 $y_2=-mx^2-2mx+3m$ 化为 $y_2=-m$（$x+3$）（$x-1$），根据“永恒点”的定义得出结论；

【知识迁移】

先求出顶点 P 的坐标，分别过点 P、B 作直线 $y=mx+3m$（$m>0$）的垂线，垂足为 Q、C，作 $PE\parallel y$ 轴交直线 $y=mx+3m$（$m>0$）于点 E，作 $BF\parallel y$ 轴交直线 $y_1=mx+3m$（$m>0$）于点 F，求出 E，F 坐标，然后求出 PE，BF，再由△PEQ∽△BFC，求出$\frac{d_1}{d_2}$为定值．

【解答】解：【初步理解】

∵$y_1=mx+3m=m$（$x+3$），

∴无论 m 值如何变化，该函数图象恒过点（﹣3，0），

∴一次函数 $y_1=mx+3m$（$m>0$）的永恒点的坐标是（﹣3，0），

故答案为：（﹣3，0）；

【理解应用】

$y_2=-mx^2-2mx+3m=-m$（x^2+2x-3）$=-m$（$x+3$）（$x-1$），

当 $x=-3$ 或 $x=1$ 时，$y=0$，

∴无论 m 值如何变化，$y_2=-mx^2-2mx+3m$ 恒过定点（﹣3，0）和（1，0），

∴A（﹣3，0），B（1，0），

故答案为：（﹣3，0），（1，0）；

【知识迁移】

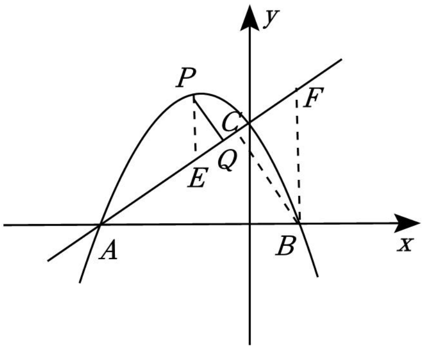
$\frac{d_1}{d_2}$为定值.

∵$y_2=-mx^2-2mx+3m=-m(x+1)^2+4m$，

∴顶点$P(-1,4m)$，$B(1,0)$，

分别过点P、B作直线$y=mx+3m$（$m>0$）的垂线，垂足为Q、C，

则$d_1=BC$，$d_2=PQ$，$\angle PQE=\angle BCF=90°$，



作$PE\parallel y$轴交直线$y=mx+3m$（$m>0$）于点E，作$BF\parallel y$轴交直线$y_1=mx+3m$（$m>0$）于点F，

则$\angle PEQ=\angle BFC$，$E(-1,2m)$，$F(1,4m)$

∴$PE=y_P-y_E=2m$，

$BF=y_F-y_B=4m$，

∴$\triangle PEQ\backsim\triangle BFC$，

∴$\frac{BC}{PQ}=\frac{BF}{PE}=\frac{4m}{2m}=2$，

即$\frac{d_1}{d_2}=2$.

【点评】本题考查二次函数的性质和新定义，关键是对新定义的理解和运用.

22．（10分）（2023•宝安区二模）在平行四边形$ABCD$中，$\angle ABC=60°$，$AB=4$，点E为平面内一点，且$BE=1$.

（1）若$AB=BC$，

①如图1，当点E在BC上时，连接AE，作$\angle EAF=60°$交CD于点F，连接AC、EF，求证：$\triangle EAF$为等边三角形；

②如图2，连接AE，作$\angle EAF=30°$，作$EF\perp AF$于点F，连接CF，当点F在线段BC上时，求CF的长度；

（2）如图3，连接AC，若$\angle BAC=90°$，P为AB边上一点（不与A、B重合），连接

PE，以 PE 为边作 Rt△EPF，且∠EPF＝90°，∠PEF＝60°，作∠PEF 的角平分线 EG，与 PF 交于点 G，连接 DG，点 E 在运动的过程中，DG 的最大值与最小值的差为 ___$\frac{2\sqrt{3}}{3}$___．

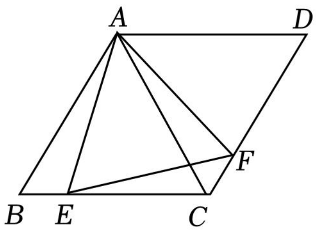


图1

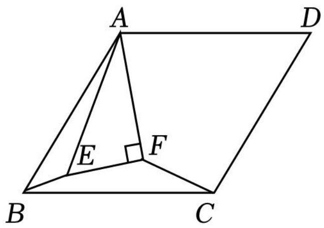


图2

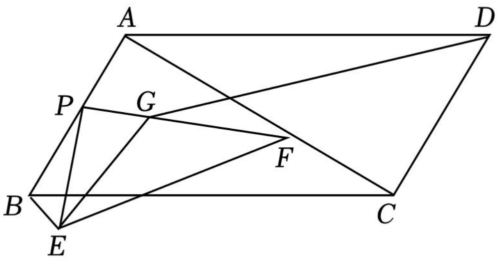
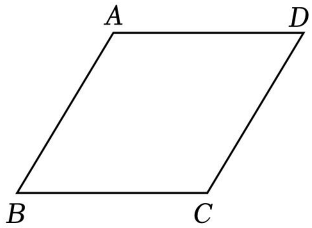


图3



备用图

【分析】（1）①证明△ABE≌△ACF（ASA），推出 AE＝AF，可得结论；

②过点 A 作 AH⊥BC 于点 H．连接 AC，则 BH＝CH＝2．记住解摄像机求出 FH，分两种情形求出 CF 的值即可；

（2）如图 3 中，过点 P 作 PH⊥AB 交∠ABC 的角平分线于点 H，连接 HG．证明点 G 的运动轨迹是以 H 为圆心，$\frac{\sqrt{3}}{3}$为半径的圆，可得结论．

【解答】（1）①证明：如图 1 中，

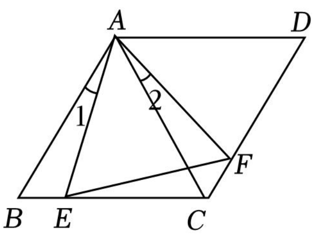


图1

在平行四边形 $ABCD$ 中，AB＝BC，

∴平行四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴CA 平分∠BCD，

∴∠ACB＝∠ACD

∵BA＝BC，∠B＝60°，

∴△ABC 是等边三角形，

∴$AB=AC$，$\angle BAC=\angle ACB=\angle ACD=60°$，

∵$\angle BAC=\angle EAF=60°$，

∴$\angle 1=\angle 2$，

∵$\angle B=\angle ACF$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle ACF$（$ASA$），

∴$AE=AF$，

∵$\angle EAF=60°$，

∴△AEF 是等边三角形.

②解：过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H．连接 AC，则 $BH=CH=2$．

在 Rt△ABH 中，$\sin\angle ABH=\frac{AH}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle BAH=30°$，

在 Rt△AEF 中，$\cos\angle EAF=\frac{AF}{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$\frac{AH}{AB}=\frac{AF}{AE}$，$\angle BAE=\angle HAF$，

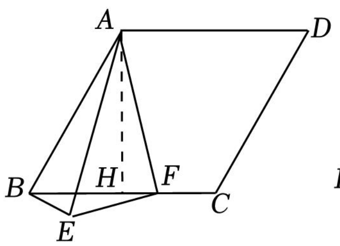
∴$\triangle ABE\backsim\triangle AHF$，

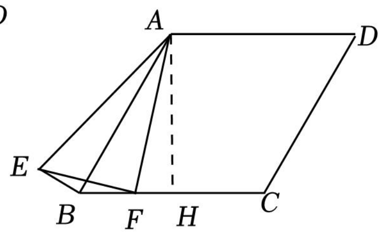
∴$\frac{FH}{EB}=\frac{AH}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$FH=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴当 F 落在 H 左侧时，$CF=CH+HF=2+\frac{\sqrt{3}}{2}$，

当 F 落在 H 右侧时，$CF=CH-HF=2-\frac{\sqrt{3}}{2}$.





（2）解：如图 3 中，过点 P 作 $PH\perp AB$ 交$\angle ABC$ 的角平分线于点 H，连接 HG.

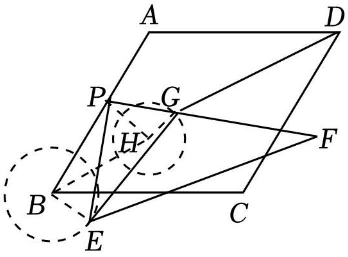


图3

∵$\angle BPH=90^{\circ}$，$\angle PBH=\frac{1}{2}\angle ABC=30^{\circ}$，

∴$PB=\sqrt{3}PH$，

∵$\angle EPG=90^{\circ}$，$\angle PEG=\frac{1}{2}\angle PEF=30^{\circ}$，

∴$PE=\sqrt{3}PG$，

∴$\frac{PB}{PH}=\frac{PE}{PG}$,

∵$\angle BPH=\angle EPG=90^{\circ}$，

∴$\angle BPE=\angle HPG$，

∴$\triangle BPE\backsim\triangle HPG$，

∴$\frac{BE}{HG}=\frac{PB}{PH}=\sqrt{3}$,

∴$HG=\frac{\sqrt{3}}{3}BE=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴点 G 的运动轨迹是以 H 为圆心，$\frac{\sqrt{3}}{3}$为半径的圆，

∴DG 的最大值与最小值的差是$\odot H$ 的直径$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题属于四边形综合题，考查了平行四边形的性质，菱形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题，属于中考压轴题.